Caderno do Futuro

A evolução do caderno

MATEMÁTICA

7º ano

ENSINO FUNDAMENTAL

3ª edição
São Paulo – 2013

IBEP

Coleção Caderno do Futuro
Matemática

Diretor superintendente	Jorge Yunes
Gerente editorial	Célia de Assis
Editor	Mizue Jyo
Assistente editorial	Edson Rodrigues
Revisão	Maria Inez de Souza
Coordenadora de arte	Karina Monteiro
Assistente de arte	Marilia Vilela Nane Carvalho Carla Almeida Freire
Coordenadora de iconografia	Maria do Céu Pires Passuello
Assistente de iconografia	Adriana Neves Wilson de Castilho
Produção gráfica	José Antônio Ferraz
Assistente de produção gráfica	Eliane M. M. Ferreira
Projeto gráfico	Departamento de Arte Ibep
Capa	Departamento de Arte Ibep
Editoração eletrônica	N-Publicações

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

S58m
3. ed

Silva, Jorge Daniel
Matemática, 7º ano / Jorge Daniel da Silva, Valter dos Santos Fernandes, Orlando Donisete Mabelini. - 3. ed. - São Paulo : IBEP, 2013.
il. ; 28 cm (Caderno do futuro)

ISBN 978-85-342-3585-3 (aluno) - 978-85-342-3589-1 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. I. Fernandes, Valter dos Santos. II. Mabelini, Orlando Donisete. III. Título. IV. Série.

12-8692. CDD: 372.72
CDU: 373.3.016:510

27.11.12 03.12.12 041086

3ª edição – São Paulo – 2013

IBEP

Av. Alexandre Mackenzie, 619 – Jaguaré
São Paulo – SP – 05322-000 – Brasil – Tel.: (11) 2799-7799
www.editoraibep.com.br – editoras@ibep-nacional.com.br

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS Z

1. Conjunto dos números inteiros (Z)

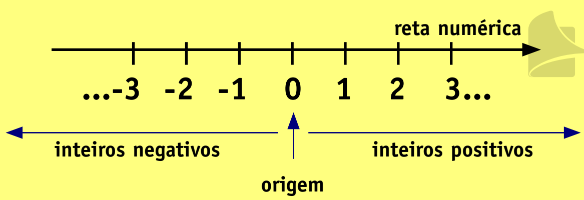
No conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4, 5,...}, as subtrações em que o minuendo é menor que o subtraendo são impossíveis, pois o resultado não pertence a esse conjunto.

Exemplo: 4 – 7 = ?

No conjunto dos números inteiros (Z) essa operação é possível.

O conjunto Z é formado pelo conjunto dos números naturais com seus respectivos opostos (negativos).

Z = {..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}



- O número –8 lê-se oito negativo.
- O número +3 lê-se três positivo.

1. Considerando o conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}, classifique as operações em **possível** ou **impossível**. Quando possível, calcule o resultado.

a) 4 – 1 = possível, 3

b) 7 – 11 = impossível

c) 8 + 12 = possível, 20

d) 0 – 9 = impossível

e) 1 – 0 = possível, 1

f) 7 – 7 = possível, 0

2. Escreva como se lê estes números.

a) –6 seis negativo

b) +5 cinco positivo

c) –9 nove negativo

d) 0 zero

3. Comumente, os valores de temperaturas negativas são indicados pela expressão "abaixo de zero" e as positivas pela expressão "acima de zero". Então, "5°C abaixo de zero" corresponde a –5°C e "20°C acima de zero" corresponde a +20°C.

Escreva os números que representam estas temperaturas.

a) 8°C abaixo de zero –8°C

b) 37°C acima de zero +37°C

c) 32°C abaixo de zero –32°C

d) 5°C acima de zero +5°C

4. Em uma conta bancária os saldos negativos representam “débitos” e os positivos, “créditos”. Assim, um débito de R$ 600,00 indica-se por –600 e um crédito de R$ 800,00, por +800, por exemplo.

Escreva os números que representam os saldos positivos ou negativos das contas apresentadas.

a) crédito de R$ 2 000,00 +2 000,00

b) débito de R$ 500,00 –500,00

c) débito de R$ 1 000,00 –1 000,00

d) crédito de R$ 10,00 +10,00

5. O quadro a seguir apresenta o extrato da conta de Beatriz. Calcule seu saldo ao final do dia 10 de março.

data	movimentação
06/03	+800 (saldo)
09/03	+300 (depósito)
10/03	-500 (retirada)

+800,00 + 300,00 = +1 100,00
+1 100,00 – 500,00 = +600,00
Resposta: O saldo de Beatriz em 10/03 é de R$ 600,00.

6. O altímetro é um aparelho que registra altitudes. São positivas as altitudes acima do nível do mar e negativas as que estão abaixo. Indique com o número as altitudes positivas ou negativas apresentadas.

a) Um avião está, aproximadamente, 1 800 m acima do nível do mar.

+1 800 m

b) Um submarino está 200 m abaixo do nível do mar. –200 m

7. O edifício Brisamar tem 19 andares e 2 subsolos. No painel dos elevadores desse prédio aparecem o zero, números positivos e negativos.

a) Qual número o painel dos elevadores indica quando está no térreo?

O número zero.

b) O primeiro subsolo é indicado por –1 no painel dos elevadores. Qual a indicação do segundo subsolo? –2

8. O quadro mostra os resultados de uma rodada de um campeonato envolvendo os times Palmeiras, Flamengo e Grêmio.

1º jogo	Palmeiras	3 × 1	Flamengo
2º jogo	Grêmio	1 × 2	Flamengo
3º jogo	Palmeiras	2 × 3	Grêmio

O regulamento estabelece que, em caso de empate no número de vitórias, o campeão será o time que obtiver o maior saldo de gols (diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos). Responda:

a) Qual o saldo de cada time em cada jogo e o saldo final?

	1º jogo	2º jogo	3º jogo	saldo final
Palmeiras	+2		–1	+1
Flamengo	-2	+1		–1
Grêmio		–1	+1	0

b) Qual o time campeão?

Palmeiras

9. A Holanda é um país da Europa que apresenta parte de seu território abaixo do nível do mar. Ycaro visitou uma cidade 5 m abaixo do nível do mar e foi, em seguida, visitar outra 245 m acima do nível do mar.

a) Represente as altitudes das duas cidades com números positivos e negativos.

1ª cidade: –5 m

2ª cidade: +245 m

b) Qual a diferença de altitude entre essas duas cidades?

$+245 - (-5) = +245 + (+5) = 245 + 5 = 250$ m

10. Em determinada manhã de inverno da cidade de Gramado, a temperatura verificada foi de –2 °C. Durante a tarde desse mesmo dia, a temperatura subiu 4 °C e, durante a noite, caiu 7 °C. Que temperatura marcava o termômetro na manhã seguinte?

Tarde: $-2\ °C + 4\ °C = +2\ °C$
Noite: $+2\ °C - 7\ °C = -5\ °C$
Resposta: –5 °C

Subconjuntos de Z

Os números 0, –1, –2, –3, –4, ... chamam-se **inteiros não-positivos** e são representados por:

$Z_- = \{..., -4, -3, -2, -1, 0\}$.

Os números 0, 1, 2, 3, ..., que também são escritos 0, +1, +2, +3, ..., chamam-se **inteiros não-negativos** e são representados por:

$Z_+ = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, que é o próprio conjunto dos números naturais, ou seja, $Z_+ = N$.

Observe:

a) $Z_- \cup Z_+ = Z$

b) $Z_- \cup Z_+ = \{0\}$

c) $Z^* = \{..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...\}$ é o conjunto dos números inteiros não-nulos (sem o zero).

11. Escreva cada conjunto numérico com no mínimo 5 elementos.

a) N $\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

b) N $\{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

c) Z $\{-2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

d) Z^* $\{-2, -1, 1, 2, 3 ...\}$

e) Z^*_+ $\{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

f) Z^*_- $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$

12. Determine se as afirmações são verdadeiras, (V) ou falsas, (F).

a) $0 \in Z$ V

b) $-5 \in N$ F

c) $8 \in Z^*+$ V

d) $-1 \in Z$ V

e) $-1 \in Z^*$ V

f) $-1 \in Z^*-$ V

13. Na reta numérica, um número localizado **à direita** de outro é **maior** que o que está localizado à sua esquerda. Assim, $-6 > -8$, pois –6 está à direita de –8. Escreva nos parênteses V ou F.

a) $0 > -2$ V

b) $-5 < -16$ F

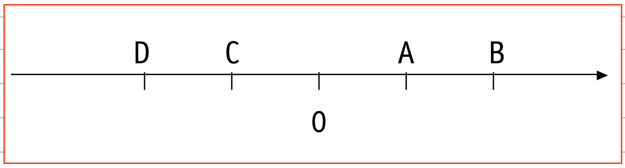
c) $-82 < -45$ V

d) $-36 > -76$ V

e) $-100 < -200$ F

f) $-1\,000 > -100$ F

14. O esquema a seguir mostra uma reta numérica, em que as letras A, B, C e D, representam números inteiros. Observe a localização do zero, responda e justifique os itens que seguem.



a) O número A é negativo?

Não, pois está à direita do zero.

b) O número D é negativo?

Sim, pois está à esquerda do zero.

c) O número B é positivo?

Sim, pois está à direita do zero.

d) C > D?

Sim, pois C está à direita de D.

e) A < B?

Sim, pois A está à esquerda de B.

f) Qual o maior desses números?

B, pois está à direita de todos os outros.

g) Qual o menor desses números?

D, pois está à esquerda de todos os outros.

2. Sucessor e antecessor de um número inteiro

O sucessor de um número inteiro é o inteiro que está imediatamente à sua direita. É o número que vem depois.

Exemplo: o sucessor de –10 é –9 e o sucessor de 5 é 6.

O antecessor de um número inteiro é o inteiro que está imediatamente à sua esquerda. É o número que vem antes.

Exemplo: o antecessor de –8 é –9 e o antecessor de 10 é 9.

15. Escreva estes números inteiros em ordem crescente utilizando os sinais de < e >.

–15, 8 , 3 , –11 , 10 e –6

–15 < –11 < –6 < 3 < 8 < 10

16. Responda.

a) Qual é o sucessor de 14? 15

b) Qual é o sucessor de –11? –10

c) –4 é sucessor de qual número? –5

d) Qual é o sucessor de –1? 0

e) Todo número inteiro tem sucessor?

Sim

17. Responda.

a) Qual é o antecessor de 12? 11

b) Qual é o antecessor de –15? –16

c) –2 é antecessor de qual número? –1

d) Qual é o antecessor de 1? 0

e) Todo número inteiro tem antecessor?

Sim

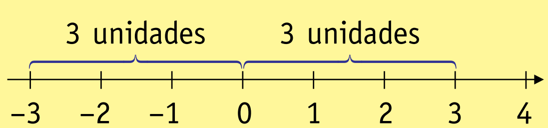
18. Eliane marcou em uma reta númerica um número 8 unidades para a direita a partir do número –9. Qual número Eliane marcou?

Resposta: Eliane marcou o número –1.

3. Números opostos ou simétricos

Números **opostos** ou **simétricos** são aqueles que estão localizados na reta numérica à mesma distância do zero.

Exemplo: o número 3 e o número –3 são opostos.



19. Responda.

a) Qual é o simétrico de 10? –10

b) Qual é o simétrico ou oposto de –1? 1

c) Qual é o oposto do oposto de 10?

10

d) Qual é o simétrico ou oposto de zero?

0

20. Qual é o número que tem simétrico igual ao sucessor de –6? 5

21. Qual é o número que tem oposto igual ao antecessor de 8? –7

22. Resolva.

a) Qual é o antecessor de –15? –16

b) Qual é o sucessor de –100? –99

c) Qual é o número que tem simétrico igual ao antecessor de 13? 14

d) Qual é o número que tem oposto igual ao sucessor de –40? 39

e) Qual é o oposto do antecessor de –20?

21

f) Qual é o simétrico do sucessor de 0?

–1

g) Qual é o oposto do simétrico de 15? 15

h) Qual é o sucessor do antecessor de 5?

5

4. Números consecutivos

Um número e seu antecessor, ou um número e seu sucessor formam pares de números consecutivos.

Exemplo: 5 e 6 são números consecutivos.

23. Responda.

a) Qual é o consecutivo de –5? –4

b) Qual é o consecutivo de –10? –9

c) Qual é o consecutivo de 0? 1

d) –4, –3, –2 são consecutivos? Sim

24. Escreva um par de números consecutivos de forma que:

a) ambos sejam positivos.

Resposta pessoal

b) ambos sejam negativos.

Resposta pessoal

c) um seja positivo e outro negativo (nessa ordem). Não existe

25. Escreva um trio de números consecutivos de forma que:

a) os três sejam positivos.

Resposta pessoal

b) os três sejam negativos.

Resposta pessoal

c) somente um dos três seja negativo.

–1, 0, 1

d) somente um dos três seja positivo.

–1, 0, 1

5. Valor absoluto ou módulo

O **valor absoluto** ou **módulo** de um número é o valor desse número sem considerar seu sinal.

$|-3| = 3$ (lê-se: o módulo ou valor absoluto de três negativo é igual a três).

$|+7| = 7$ (lê-se: o módulo ou valor absoluto de sete positivo é sete).

26. Determine o valor de:

a) $|-1| =$ 1

b) $|+5| =$ 5

c) $|-10| =$ 10

d) $|7| =$ 7

e) $|6| =$ 6

f) $|0| =$ 0

27. Determine se as sentenças a seguir são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) $|-8| = 8$ V

b) $|0| = 0$ V

c) $|7| = -7$ F

d) O oposto de –10 é 10. V

e) O oposto de 6 é –6. V

f) O simétrico de –4 é 4. V

Sinal + e sinal –

O **sinal +**, antes de um número, pode ser dispensado, pois +5 = 5.

Já o **sinal –** indica que esse número é o **oposto** de outro.

- –(+5) indica o oposto de +5, que é –5, ou seja, –(+5) = –5

Exemplos:

$+(-3) = -3$

$+(+7) = +7 = 7$

$-(-3) = +3 = 3$

$-(+7) = -7$

28. Agora, elimine os parênteses destas expressões.

a) $-(+8) =$ –8

b) $+(-9) =$ –9

c) $-(-2) =$ 2

d) $+(+4) =$ 4

e) $-(-3) =$ 3

f) $-(-a) =$ a

g) $-(+a) =$ –a

h) $+(-x) =$ –x

i) $+(+x) =$ x

j) $-(-x) =$ x

29. Determine se as sentenças são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) –(–3) é o oposto de –3. V

b) O oposto de –8 é +8. V

c) –(–2) é o oposto de 2. F

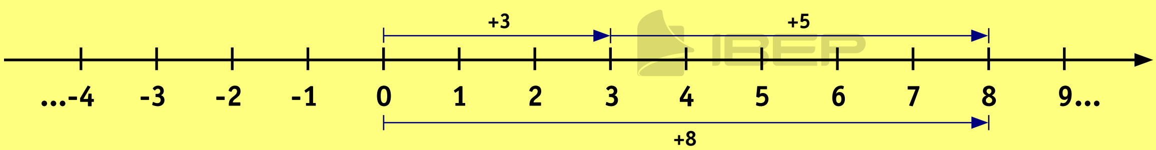
d) –9 indica o oposto de 9. V

CAPÍTULO 2 – OPERAÇÕES EM Z

1. Adição de dois números inteiros de mesmo sinal

1) Vamos calcular (+3) + (+5).

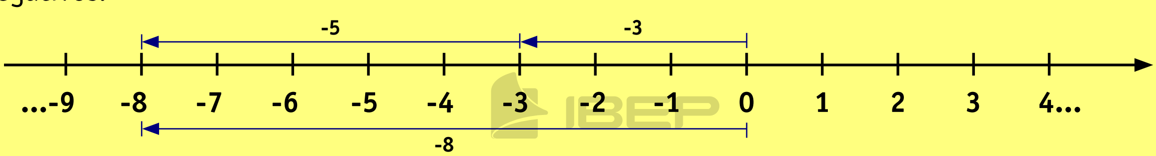
Na reta numérica, partindo do zero (origem), deslocamos 3 unidades para a **direita** e, desse ponto, deslocamos mais 5 unidades também para a **direita**, uma vez que os números são positivos.



Então: (+3) + (+5) = +8 = 8

2) Vamos calcular (–3) + (–5).

Na reta numérica, partindo do zero (origem), deslocamos 3 unidades para a **esquerda** e, desse ponto, deslocamos mais 5 unidades também para a **esquerda**, uma vez que os números são negativos.



Então: (–3) + (–5) = –8

- Na adição de números inteiros de mesmo sinal, adicionamos os valores absolutos e conservamos o sinal comum.

1. Efetue as adições.

a) (+2) + (+3) = $\boxed{5}$

b) (+1) + (+8) = $\boxed{9}$

c) (+3) + (+11) = $\boxed{14}$

d) (–1) + (–2) = $\boxed{-3}$

e) (–3) + (–2) = $\boxed{-5}$

f) 0 + (–2) = $\boxed{-2}$

g) (+7) + (+2) + (+5) = $\boxed{14}$

h) (+4) + (+1) + (+8) = $\boxed{13}$

i) (+3) + (+8) + (+15) = $\boxed{26}$

j) (–8) + (–1) + (–2) = $\boxed{-11}$

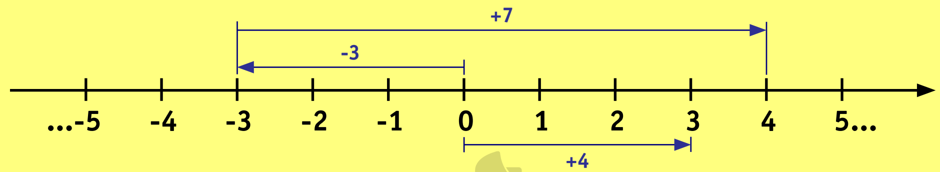
k) (–9) + (–4) + (–3) = $\boxed{-16}$

l) (–10) + (–20) + (–30) = $\boxed{-60}$

2. Adição de dois números inteiros de sinais diferentes

1) Vamos calcular (–3) + (+7).

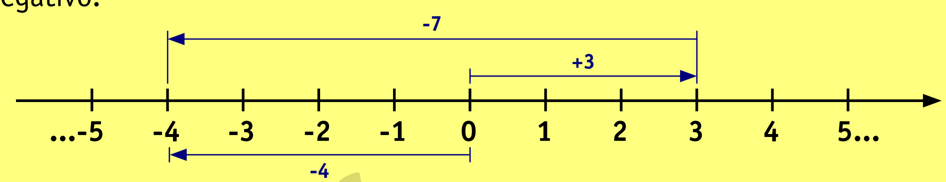
Na reta numérica, partindo do zero (origem), deslocamos 3 unidades para a **esquerda** e, desse ponto, deslocamos mais 7 unidades para a **direita**; uma vez que o primeiro número é negativo e o segundo, positivo:



Então: (–3) + (+7) = +4 = 4

2) Vamos calcular (+3) + (–7).

Na reta numérica, partindo do zero (origem), deslocamos 3 unidades para a **direita** e, desse ponto, deslocamos 7 unidades para a **esquerda**, uma vez que o primeiro número é positivo e o segundo, negativo.



Então: (+3) + (–7) = –4

- Na adição de números inteiros de sinais diferentes, calculamos a diferença entre o número maior e o menor, e atribuímos o sinal do número maior ao resultado.

2. Calcule as adições.

a) (+8) + (–5) = 3

b) (+15) + (–3) = 12

c) (+10) + (–4) = 6

d) (–12) + (+20) = 8

e) (–30) + (+10) = –20

f) (+1) + (–8) = –7

g) (+3) + (–10) = –7

h) (–4) + (+1) = –3

i) (–8) + (+5) = –3

j) (–3) + (+3) = 0

3. Efetue estas adições.

A adição de mais de dois números inteiros de sinais diferentes deve ser feita por agrupamento. Exemplo:

$$\underbrace{(+3) + (-5)} + (-7) =$$

$$= (-2) + (-7) = -9$$

a) (+8) + (–3) + (+7) =

= (+5) + (+7) = 12

b) (+1) + (–4) + (+10) =

= (– 3) + (+10) = 7

c) $(+2) + (-9) + (-8) =$

$= (-7) + (-8) = -15$

d) $(-5) + (-2) + (+3) =$

$= (-7) + (+3) = -4$

e) $(-12) + (-9) + (+1) =$

$= (-21) + (+1) = -20$

f) $(-8) + (+10) + (-15) + (-20) =$

$= (+2) + (-35) = -33$

c) $(-5) - (+8) =$

$= -5 - 8 = -13$

d) $(+10) - (-20) =$

$= +10 + 20 = 30$

e) $(+18) - (+15) =$

$= 18 - 15 = 3$

f) $(-1) - (-2) =$

$= -1 + 2 = 1$

3. Subtração de dois números inteiros

- Para eliminar os parênteses que vem depois do sinal negativo (–) trocamos o sinal do número de dentro dos parênteses. Exemplo:

  $(+8) - (+2) = +8 - 2 = +8 -2 = +6 = 6$

- Para obter a diferença entre dois números inteiros, adicionamos ao primeiro o oposto do segundo. Exemplos:

a) $(+5) - (-3) = +5 + 3 = +8 = 8$

b) $(-4) - (+1) = -4 -1 = -5$

c) $(+3) - (-2) + (+7) =$

$= +3 + 2 + 7 = 5 + 7 = 12$

4. Efetue as subtrações.

a) $(+3) - (+5) =$

$= +3 - 5 = -2$

b) $(+10) - (-9) =$

$= +10 + 9 = 19$

5. Efetue as operações.

a) $(-5) + (-3) =$

$= -5 - 3 = -8$

b) $(+7) + (+2) + (-8) =$

$= +7 + 2 - 8 =$

$= +9 - 8 = 1$

c) $(+15) + (-1) + (-7) =$

$= +15 - 1 - 7 =$

$= +14 - 7 = 7$

d) $(+8) + (+3) + (-10) =$

$= +8 + 3 - 10 =$

$= +11 - 10 = 1$

e) $(-5) - (-3) =$

$= -5 + 3 = -2$

f) $(+5) + (0) - (-5) =$

$= +5 + 5 = 10$

g) $(-12) - (+3) - (-20) =$

$= -12 - 3 + 20 =$

$= -15 + 20 = 5$

h) $(-5) + (-8) - (+5) =$

$= - 5 - 8 - 5 =$

$= -13 - 5 = -18$

4. Resolução de expressões numéricas

Na resolução de expressões numéricas em que aparecem parênteses, colchetes e chaves, efetuamos as operações na seguinte ordem:

1º: resolvemos o que está nos parênteses, eliminando-os.

2º: resolvemos o que está nos colchetes, eliminando-os.

3º: resolvemos o que está nas chaves.

Exemplos:

a) $7 - (-8) =$
$= 7 + 8 =$
$= 15$

b) $-[4 + \underbrace{(3 - 8)} - 9] =$
$= -[4 + (-5) - 9] =$
$= -[4 - 5 - 9] =$
$= -[-10] =$
$= +10 = 10$

c) $\{-5 + [7 - \underbrace{(3 + 1)} - 10] + 2\} =$
$= \{-5 + [7 - (+4) - 10] + 2\} =$
$= \{-5 + \underbrace{[7 - 4 - 10]} + 2\} =$
$= \{-5 + [-7] + 2\} =$
$= \{-5 - 7 + 2\} =$
$= \{-10\} = -10$

6. Resolva as expressões.

a) $5 + (3 - 1) =$
$5 + 2 = 7$

b) $(13 - 4) - 8 =$
$9 - 8 = 1$

c) $12 - (7 - 3) =$
$12 - 4 = 8$

d) $(20 - 3) + (7 + 5) =$
$17 + 12 = 29$

e) $5 - [3 + (2 - 5)] =$
$5 - [3 + (-3)] =$
$= 5 - 0 = 5$

f) $3 - [5 - (4 - 6)] =$
$3 - [5 - (-2)] =$
$= 3 - [5 + 2]$
$= 3 - 7 = -4$

g) $2 + [8 - (7 - 5) + 3] =$
$2 + [8 - 2 + 3] =$
$= 2 + 9 = 11$

h) $-8 + [4 - (7 - 13) - 1] + 5 =$
$-8\ [4 - (-6) - 1] + 5 =$
$-8 + [4 + 6 - 1] + 5 =$
$-8 + 9 + 5 = 6$

i) $1 - [5 + (1 - 9)] =$
$1 - [5 + (-8)] =$
$= 1 - [-3] = 1 + 3 = 4$

j) $-13 - [10 - (7 + 5)] =$

$-13 - [10 - 12] =$

$= -13 - [-2]$

$= -13 + 2 = -11$

k) $\{5 - [32 - (50 - 20)]\} =$

$\{5 - [32 - 30]\} =$

$= \{5 - 2\} = 3$

l) $\{16 - [12 + (20 - 25)]\} =$

$\{16 - [12 + (-5)]\} =$

$= \{16 - 7\} = 9$

m) $10 - \{30 + [4 - (5 + 2)]\} =$

$10 - \{30 + [4 - 7]\} =$

$= 10 - \{30 + [-3]\}$

$= 10 - \{27\}$

$= 10 - 27 = -17$

n) $-2 - \{5 - [3 - (-3 - 1)]\} =$

$-2 - \{5 - [3 - (-4)]\} =$

$= -2 - \{5 - [7]\}$

$= -2 - \{5 - 7\}$

$= -2 - \{-2\}$

$= -2 + 2 = 0$

5. Multiplicação de dois números inteiros

- Quando os dois números têm sinais iguais: o produto é sempre um número positivo. Seu valor absoluto é igual ao produto dos números dados sem o sinal. Exemplos:
  - $(+5) \times (+2) = 5 \cdot 2 = 10$
  - $(-1) \times (-4) = +(1 \times 4) = +4$
- Quando os dois números têm sinais diferentes: o produto é sempre um número negativo. Seu valor absoluto é igual ao produto dos números dados sem o sinal. Exemplos:
  - $(-3) \cdot (+2) = -(3 \cdot 2) = -6$
  - $(+2) \cdot (-4) = -(2 \cdot 4) = -8$

7. Efetue as multiplicações.

a) $(+3) \cdot (+2) = +6 = 6$

b) $(+8) \cdot (+3) = +24 = 24$

c) $(+7) \cdot (+1) = +7 = 7$

d) $(+8) \cdot (-4) = -32$

e) $(+1) \cdot (-9) = -9$

f) $(-8) \cdot (+1) = -8$

g) $(+10) \cdot (+9) = +90 = 90$

h) $(+1) \cdot (+15) = +15 = 15$

i) $(-4) \cdot (+12) =$ -48

j) $(+3) \cdot (+7) =$ $+21 = 21$

k) $(+3) \cdot (-2) =$ -6

l) $(-4) \cdot (+7) =$ -28

m) $(+2) \cdot (+35) =$ $+70 = 70$

n) $(+21) \cdot (-12) =$ -252

Multiplicação com mais de 2 fatores

Na multiplicação de mais de dois números inteiros, multiplicamos por agrupamento.
Exemplos:

- $(-3) \cdot (-5) \cdot (4) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (5) =$
  $= (15) \cdot (-8) \cdot (-5) =$
  $= (-120) \cdot (-5) =$
  $= 600$
- $(-3) \cdot (-5) \cdot (+4) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (+15) \cdot (+4) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (+60) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (-120) \cdot (-1)$
  $= +120 = 120$
- $(+2) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (+6) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (-6) \cdot (-2) \cdot (-1) =$
  $= (+12) \cdot (-1) =$
  $= -12$

8. Efetue as multiplicações.

a) $(-4) \cdot (-5) \cdot (+2) =$
$= (+20) \cdot (+2) =$
$= 40$

b) $(-7) \cdot (+2) \cdot (-1) =$
$= (-14) \cdot (-1) =$
$= 14$

c) $(+9) \cdot (-2) \cdot (+5) =$
$= (-18) \cdot (+5) =$
$= -90$

d) $(-5) \cdot (+3) \cdot (-2) =$
$= (-15) \cdot (-2) =$
$= 30$

e) $(-10) \cdot (+2) \cdot (+3) =$
$= (-20) \cdot (+3) =$
$= -60$

f) $(-1) \cdot (-4) \cdot (+3) \cdot (-2) =$
$= (+4) \cdot (-6) =$
$= -24$

g) $(-5) \cdot (-3) \cdot (-8) \cdot (+3) =$

$= (+15) \cdot (-24) =$

$= -360$

h) $(+10) \cdot (-2) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (+2) =$

$= (-20) \cdot (-3) \cdot (+2) =$

$= (-20) \cdot (-6) =$

$= 120$

i) $(-3) \cdot (+2) \cdot (-1) \cdot (+4) \cdot (-10) =$

$= (-6) \cdot (-4) \cdot (-10) =$

$= (-6) \cdot (40) =$

$= -240$

j) $(-1) \cdot (+1) \cdot\ ) \cdot (-1) =$

$= (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

$= (+1) \cdot (-1) =$

$= -1$

k) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

$= (+4) \cdot (+4) \cdot (-2) =$

$=(+4) \cdot (-8) =$

$= -32$

l) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

$= (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) =$

$= (+1) \cdot (+1) =$

$= 1$

Propriedade distributiva da multiplicação

Exemplos:

a) $(-2) \cdot (5 + 3) =$

$= (-2) \cdot (+5) + (-2) \cdot (+3) =$

$= -10 + (-6) = -10 - 6 = -10 + (-6) =$

$= -16$

b) $(-3) \cdot (7 - 9) =$

$= (-3) \cdot (+7) + (-3) \cdot (-9) =$

$= -21 + (+27) = -21 + 27 = +6 = 6$

9. Aplique a propriedade distributiva e efetue as operações.

a) $(-3) \cdot (8 + 4) =$

$= (-3) \cdot (+8) + (-3) \cdot (+4) =$

$= (-24) + (-12) = -36$

b) $(+5) \cdot (10 + 3) =$

$= (+5) \cdot (+10) + (+5) \cdot (+3) =$

$= (+50) + (+15) = +65 = 65$

c) $(-2) \cdot (5 + 1) =$

$= (-2) \cdot (+5) + (-2) \cdot (+1) =$

$= (-10) + (-2) = -12$

d) $(-3) \cdot (-2 - 5) =$

$= (-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot (-5) =$

$= (+6) + (+15) = +21 = 21$

6. Divisão de dois números inteiros

Para a divisão de inteiros, valem as mesmas regras de sinais da multiplicação.

- **Sinais iguais:** o quociente é um número **positivo**. Seu valor absoluto é igual ao quociente dos números dados sem o sinal. Exemplos:
  - (+10) ÷ (+2) = +5
  - (−4) ÷ (−2) = +2
- **Sinais diferentes:** o quociente é um número **negativo**. Seu valor absoluto é igual ao quociente dos números dados sem o sinal. Exemplos:
  - (+4) ÷ (−2) = −2
  - (−8) ÷ (+8) = −1

10. Efetue as divisões.

a) (+8) ÷ (+2) =
+4 = 4

b) (+30) ÷ (+10) =
+3 = 3

c) (–12) ÷ (–3) =
+4 = 4

d) (–20) ÷ (–10) =
+2 = 2

e) (+5) ÷ (–1) =
–5

f) (+15) ÷ (–5) =
–3

g) (–10) ÷ (+2) =
–5

h) (–4) ÷ (+1) =
–4

i) (–10) ÷ (–1) =
+10 = 10

j) (–4) ÷ (–4) =
+1 = 1

k) (+24) ÷ (–6) =
–4

l) (–18) ÷ (–1) =
+18 = 18

m) (+15) ÷ (+1) =
+15 = 15

n) (+18) ÷ (+9) =
+2 = 2

o) (–32) ÷ (+2) =
–16

p) (–40) ÷ (+20) =
–2

7. Expressões numéricas

Na resolução de expressões numéricas em que aparecem parênteses, colchetes e chaves, resolvemos primeiro o que está nos parênteses, depois o que está nos colchetes, e por fim, o que está nas chaves.

Quanto às operações, resolvemos primeiro as multiplicações e divisões, depois as adições e subtrações.

Exemplos.

$-3 + 7 \cdot (-2) =$

$= -3 + (-14) =$

$= -3 - 14 = -17$

$20 \div (-2 - 8) + 3 =$

$= 20 \div (-10) + 3 =$

$= -2 + 3 = 1$

$[18 - (3 + 10 \div (-2) + 5)] =$

$= [18 - (3 - 5 + 5)] =$

$= [18 - (+3)] =$

$= [18 - 3] = 15$

11. Efetue as operações.

a) $3 - 7 \times 3 =$

$3 - 21 = -18$

b) $5 + 2 \times 8 =$

$5 + 16 = 21$

c) $50 - 25 \times 2 =$

$50 - 50 = 0$

d) $30 + 8 \div (-2) =$

$30 - 4 = 26$

e) $15 \div 5 - 10 =$

$3 - 10 = -7$

f) $3 + 6 \times 2 - 15 \div (-3) =$

$3 + 12 + 5 = 20$

g) $\{4 - [2 \times (8 - 12)] \div 2\} =$

$= \{4 - [2 \times (-4)] \div 2\} = \{4 - [-8] \div 2\} =$

$= \{4 - (-4)\} = 4 + 4 = 8$

h) $\{2 + [3 \div (10 - 11) + 1] \div 2\} =$

$= \{2 + [3 \div (-1) + 1] \div 2\} =$

$= \{2 + [-3 + 1] \div 2\} =$

$= \{2 + (-2) \div 2\} =$

$= 2 + (-1) = 1$

i) $5 \times [(8 - 5) \times (2 + 7)] =$

$5 \times [3 \times 9] = 5 \times 27 = 135$

j) $\{[(8 + 4) \div 3] \times (3 - 1)\} =$

$= [12 \div 3] \times (3 - 1) =$

$= 4 \times 2 = 8$

k) $\{[(50 \times 3) + (2 \times 25) \div 4\} =$

$= [150 + 50] \div 4 =$

$= 200 \div 4 = 5$

8. Potenciação de números inteiros

- **Quando a base é positiva:** sendo o expoente par ou ímpar, o valor da potência é sempre positivo. Exemplo:

expoente par

- $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$

base — potência

expoente ímpar

- $(+4)^3 = (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) = +64$

base — potência

- **Quando a base é negativa:** se o expoente for par, a potência é positiva. Se o expoente for ímpar, a potência é negativa. Exemplos:

expoente par

- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

base — potência

expoente ímpar

- $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$

base — potência

12. Calcule as potências.

a) $(+2)^2 = +4 = 4$

b) $(+3)^2 = +9 = 9$

c) $(-2)^2 = +4 = 4$

d) $(-5)^2 = +25 = 25$

e) $(-3)^3 = -27$

f) $(-1)^5 = -1$

g) $(0)^{10} = 0$

h) $(-2)^3 = -8$

Expressões numéricas com potências

Nas expressões numéricas em que aparecem as quatro operações, mais a potenciação, resolvemos primeiro as potências, seguido das multiplicações e divisões, e por fim as adições e subtrações.

$\underbrace{(-10)^2} \div 20 + 4 =$

$= (+100) \div 20 + 4 =$

$= +5 + 4 = +9$

$\underbrace{(-2)^4} \div \underbrace{(-4)^2} - 3 =$

$= (+16) \div (+16) - 3 =$

$= (+1) - 3 =$

$= +1 - 3 = -2$

13. Resolva as expressões numéricas.

a) $(+3)^2 \div 3 + 5 =$

$= 9 \div 3 + 5 =$

$= 3 + 5 = 8$

b) $(+12)^2 \div 72 - 3 =$

$= 144 \div 72 - 3 =$

$= 2 - 3 = -1$

c) $(+1)^4 - (+8)^2 \div (-2)^4 =$

$= 1 - 64 \div 16 =$

$= 1 - 4 = -3$

d) $(-1)^7 - (-4)^3 \div (+2)^3 =$

$= -1 - (-64) \div 8 =$

$= -1 - (-8) =$

$= -1 + 8 = 7$

Propriedades da potenciação

Multiplicação: Conserva-se a base e somam-se os expoentes.
$(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

Divisão: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.
$(-5)^5 \div (-5)^3 = (-5)^{5-3} = (-5)^2$

Potência de uma potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.
$[(+2)^3]^2 = (+2)^{3 \times 2} = (+2)^6 = 2^6$

Potência com expoente zero, e base não-nula: é sempre igual a 1.
$9^0 = 1$

14. Com base nas propriedades da potenciação, resolva.

a) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 =$
$(-5)^5$

b) $(-4)^3 \cdot (-4) \cdot (-4)^4 =$
$(-4)^8$

c) $(-a)^3 \cdot (-a)^2 =$
$(-a)^5$

d) $(+3)^n \cdot (+3)^m =$
$(+3)^{n+m}$

e) $(-10)^9 \div (-10)^2 =$
$(-10)^7$

f) $(-8)^3 \div (-8)^3 =$

$(-8)^0 = 1$

g) $(+11)^2 \div (+11)^2 =$

$(+11)^0 = 1$

h) $(-9)^x \div (-9)^y =$

$(-9)^{x-y}$

i) $(+13)^4 \div (+13)^3 =$

$(+13)^1$

j) $[(-5)^2]^4 =$

$(-5)^8$

k) $[(+7)^5]^2 =$

$(+7)^{10}$

l) $[(-4)^2]^x =$

$(-4)^{2x}$

Potência de um produto

Para efetuar a potência de um produto, basta elevar cada fator ao expoente do produto. Exemplos:

a) $[(-2) \cdot (+3)]^2 =$
$= [(-2) \cdot (+3)] \cdot [(-2) \cdot (+3)] =$
$= (-2)^2 \cdot (+3)^2$

b) $[(-5) \cdot (-8)]^3 =$
$= (-5)^3 \cdot (-8)^3$

c) $[(-2)^3 \cdot (+3)^4]^2 =$
$= [(-2)^3]^2 \cdot [(+3)^4]^2 = (-2)^6 \cdot (+3)^8$

15. Desenvolva as potências.

a) $[(+5) \cdot (-2)]^5 =$

$(+5)^5 \cdot (-2)^5$

b) $[(-3) \cdot (-6)]^7 =$

$(-3)^7 \cdot (-6)^7$

c) $[(-2)^3 \cdot (+3)^4]^2 =$

$(-2)^6 \cdot (+3)^8$

d) $[(+4) \cdot (-5)^3]^3 =$

$(+4)^3 \cdot (-5)^9$

e) $[(-2a^3)^2 =$

$(-2)^2 \cdot a^6$

f) $[5x^2y]^5 =$

$(+5)^5 \cdot x^{10} \cdot y^5$

16. Resolva as expressões.

a) $(-3)^4 =$

81

b) $(-3)^3 =$

-27

c) $(+3)^2 \cdot (+3) =$

$(+3)^3 = 27$

d) $(-8)^4 \div (-8)^2 =$

$(-8)^2 = 64$

e) $(+2)^6 \div (+2)^3 =$

$(+2)^3 = 8$

f) $[(-2)^2]^2 =$

$(-2)^4 = 16$

g) $[(2)^2 \cdot 3]^2 =$

$(+2)^4 \cdot (+3)^2 = 16 \cdot 9 = 144$

h) $(-15)^2 =$

255

i) $(+16)^2 =$

256

j) $(-13)^2 =$

169

k) $(-2)^4 \cdot (-2)^2 =$

$(-2)^6 = 64$

l) $(3a^2)^3 =$

$27a^6$

m) $(2a^7b)^3 =$

$8a^{21}b^3$

n) $(-5)^3 \div (-5) =$

$(-5)^2 = 25$

9. Raiz quadrada de um número inteiro

Raiz quadrada de números inteiros positivos

$\sqrt{25} = \sqrt{(\pm 5)2} = |\pm 5| = 5$

Assim, $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Atenção!

Não há raiz quadrada de números inteiros negativos, pois não existe um número inteiro que, multiplicado por ele mesmo, resulte um número negativo.

17. Determine as raízes quadradas dos números inteiros a seguir.

a) $\sqrt{4} = \boxed{2}$

b) $-\sqrt{4} = \boxed{-2}$

c) $\sqrt{36} = \boxed{6}$

d) $-\sqrt{36} = \boxed{-6}$

e) $\sqrt{-64} = \boxed{}$ não existe

f) $-\sqrt{81} = \boxed{-9}$

g) $\sqrt{-16} = \boxed{}$ não existe

h) $-\sqrt{1} = \boxed{-1}$

18. Resolva ou simplifique as expressões.

a) $4^3 - 3^4 =$

$64 - 81 = -17$

b) $7^0 - 1 =$

$1 - 1 = 0$

c) $a^3 \cdot a^2 =$

a^5

d) $-3 - 2 =$

-5

e) $a^5 \div a^5 =$

1

f) $(3a^2b^2)^2 =$

$9a^4b^2$

g) $x \cdot x =$

x^2

h) $(-2)^3 - \sqrt{9} =$

$-8 + 3 = -5$

i) $(-1)^4 - \sqrt{81} =$

$1 - 9 = -8$

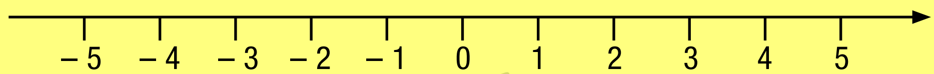
j) $-\sqrt{49} + \sqrt{64} =$

$-7 + 8 = 1$

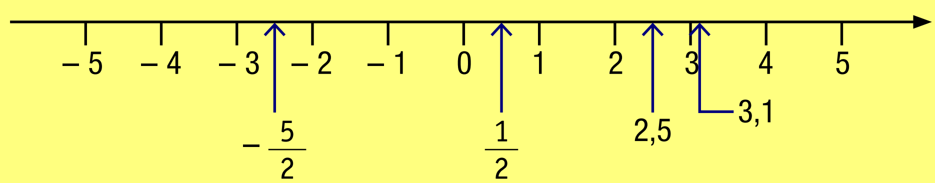
CAPÍTULO 3 – NÚMEROS RACIONAIS

1. O conjunto dos números racionais

O conjunto dos números inteiros Z é formado pelo conjunto dos números naturais N e seus simétricos (opostos), como mostra a reta numérica.



Entre dois números inteiros existem infinitos outros números.
Exemplos: entre o número 0 e o 1 existe a fração $\frac{1}{2}$; entre o 2 e o 3, há o número 2,5.
O conjunto dos números racionais é formado pelo conjunto dos números inteiros e os números que podem ser representados como o quociente de dois números inteiros (com divisor diferente de zero), como mostra a reta numérica.



2. Adição e subtração com frações

Na adição e subtração de números fracionários, procedemos da seguinte maneira:

- se as frações tiverem denominadores iguais, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador comum.
- se as frações tiverem denominadores diferentes, reduzimos as frações ao mesmo denominador e efetuamos as operações.

Exemplo:

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{1}{12} - \frac{9}{12} + \frac{30}{12} =$$

$$= \frac{2 - 9 + 30}{12} = \frac{23}{12}$$

Atenção: o denominador comum 12 é o mmc (6, 4, 2).

1. Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível.

a) $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{5+7}{3}=\frac{12}{3}=4$

b) $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{4-1+2}{5}=\frac{5}{5}=1$

c) $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}-\frac{7}{6}=\frac{1+3-7}{6}=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{7}{4}=\frac{3+1+7}{4}=\frac{11}{4}$

e) $-\frac{1}{9}-\frac{3}{9}-\frac{5}{9}=\frac{-1-3-5}{9}=-\frac{9}{9}=-1$

f) $\frac{4}{3}-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=\frac{4-1-2}{3}=\frac{1}{3}$

g) $\frac{8}{5}-\frac{10}{5}+\frac{1}{5}=\frac{8-10+1}{5}=-\frac{1}{5}$

h) $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}-\frac{17}{7}=\frac{1+2-17}{7}=\frac{-14}{7}=-2$

i) $-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{8}{5}=\frac{-3+2+8}{5}=\frac{7}{5}$

j) $-\frac{2}{6}-\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{-2-1+3}{6}=\frac{0}{6}=0$

2. Efetue as adições e, sempre que possível, simplifique o resultado.

a) $-\frac{2}{3}-\frac{1}{4}-\frac{2}{6}=\frac{-8-3+4}{12}=-\frac{7}{12}$

b) $\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3-8}{12}=-\frac{5}{12}$

c) $-\frac{2}{5}+\frac{1}{10}-\frac{7}{10}=\frac{-4+1-7}{10}=-\frac{10}{10}=-1$

d) $\frac{3}{5}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{18-20-15}{30}=-\frac{17}{30}$

e) $\frac{6}{5}-\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{12-1+3}{10}=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$

f) $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-\frac{4}{3}=\frac{6-9-16}{12}=-\frac{19}{12}$

g) $\dfrac{1}{7} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{-5 - 14}{35} = -\dfrac{19}{35}$

h) $\dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{2}{7} = \dfrac{140 + 21 + 30}{105} = \dfrac{191}{105}$

i) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{6 + 8 + 3}{12} = \dfrac{17}{12}$

j) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{2} - \dfrac{7}{6} = \dfrac{9 - 6 - 14}{12} = -\dfrac{11}{12}$

3. Adição e subtração de números decimais

Na adição e subtração de números decimais, colocamos vírgula sob vírgula e efetuamos as operações.

Exemplo: Vamos determinar o valor de 0,25 + 0,36 + 1,05 – 0,2.

$$\begin{array}{r} 0{,}25 \\ 0{,}36 \\ +\ 1{,}05 \\ \hline 1{,}66 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}66 \\ -\ 0{,}2 \\ \hline 1{,}46 \end{array}$$

3. Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível

a) 0,5 + 1,3 = $\boxed{1{,}8}$

$$\begin{array}{r} 0{,}5 \\ +\ 1{,}3 \\ \hline 1{,}8 \end{array}$$

b) 1,4 – 1,3 = $\boxed{0{,}1}$

$$\begin{array}{r} 1{,}4 \\ -\ 1{,}3 \\ \hline 0{,}1 \end{array}$$

c) 3,8 – 1,5 – 0,2 = $\boxed{2{,}1}$

$$\begin{array}{r} 3{,}8 \\ -\ 1{,}5 \\ \hline 2{,}3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}3 \\ -\ 0{,}2 \\ \hline 2{,}1 \end{array}$$

d) 0,05 + 1,25 = $\boxed{1{,}255}$

$$\begin{array}{r} 0{,}005 \\ -\ 1{,}25 \\ \hline 1{,}255 \end{array}$$

e) 5,025 + 0,004 = $\boxed{5{,}029}$

$$\begin{array}{r} 5{,}025 \\ -\ 0{,}004 \\ \hline 5{,}029 \end{array}$$

f) 2,56 – 1,05 – 0,09 = $\boxed{1{,}42}$

$$\begin{array}{r} 2{,}56 \\ -\ 1{,}05 \\ \hline 1{,}51 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}51 \\ -\ 0{,}09 \\ \hline 1{,}42 \end{array}$$

4. Multiplicação e divisão de frações

Para o conjunto dos números racionais valem as propriedades da multiplicação e divisão dos números inteiros. Exemplos:

a) $\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{4 \cdot (-1)}{3 \cdot 5} = -\frac{4}{15}$

b) $\frac{3}{4} \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) = \frac{3 \cdot (-5)}{4 \cdot 2} =$

$= -\frac{15}{8}$

4. Observe o quadro dos sinais e, em seguida, calcule o resultado das expressões simplificando-as sempre que possível.

Quadro de sinais multiplicação/divisão		
+	+	+
–	–	+
–	+	–
+	–	–

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$

b) $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{-1 \cdot (-1)}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$

c) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{1 \cdot (-4)}{3 \cdot 7} = -\frac{4}{21}$

d) $\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3 \cdot (-1)}{5 \cdot 4} = -\frac{3}{20}$

e) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{2 \cdot (-3)}{3 \cdot 5} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$

f) $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{-1 \cdot (-4)}{2 \cdot 7} = -\frac{4}{14} = -\frac{2}{7}$

5. Calcule o resultado das expressões e sempre que possível simplifique-o.

a) $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{2 \cdot (-5)}{3 \cdot 3} = -\frac{10}{9}$

b) $-\frac{1}{2} \div \left(-\frac{4}{7}\right) =$

$= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{-1 \cdot (-7)}{2 \cdot 4} = \frac{7}{8}$

c) $\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) =$

$= \frac{7 \cdot (-3)}{5 \cdot 8} = -\frac{21}{40}$

d) $-\frac{3}{5} \div \left(-\frac{1}{3}\right) =$

$= -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{-3 \cdot (-3)}{5 \cdot 1} = \frac{9}{5}$

e) $\frac{1}{3} \div \left(\frac{3}{5}\right) =$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$

f) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$

$= \frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{1 \cdot (-5)}{7 \cdot 3} = -\frac{5}{21}$

g) $-\frac{8}{3} \div \left(\frac{3}{6}\right) =$

$= -\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{3} = \frac{-8 \cdot 6}{3 \cdot 3} = -\frac{48}{9} = -\frac{16}{3}$

h) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) =$

$= \frac{-1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3)}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} =$

$\frac{6}{420} = \frac{2}{140}$

i) $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{2}{7}\right) =$

$= \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{2}\right) =$

$\frac{1 \cdot (-1) \cdot (7)}{4 \cdot 5 \cdot 2} = -\frac{7}{40}$

j) $\left[\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{7}\right)\right] \div \left(\frac{7}{3}\right) =$

$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(\frac{7}{3}\right) = \frac{-\cancel{3} \cdot (-7) \cdot (7)}{4 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} =$

$= \frac{-1 \cdot (-7) \cdot (7)}{4 \cdot 2} = -\frac{49}{8}$

k) $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{7}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$

$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$

$= \frac{-3 \cdot (-7) \cdot (-5)}{4 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{105}{24}$

l) $\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right) \div \left(\frac{1}{8}\right) =$

$= \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \frac{8}{1}$

$= \frac{2 \cdot (-7) \cdot (8)}{3 \cdot 3 \cdot 1} = -\frac{112}{9}$

5. Multiplicação e divisão de números decimais

Na multiplicação de números decimais adotamos o seguinte procedimento: ignoramos as vírgulas e efetuamos a operação. O resultado terá a quantidade total de casas decimais dos fatores.

Exemplo: Vamos efetuar 1,25 · 3,84

```
   1,25 ⟵  2 casas decimais ⎫ 4 casas
 × 3,84 ⟵  2 casas decimais ⎭ decimais
   5 00
  1000
  375
 4,8000 ⟵  4 casas decimais
```

Reposta: 4,8

Exemplo: Vamos efetuar a divisão 0,60 ÷ 0,02.

```
  0,60 | 0,02
 − 60    30
    00
```

6. Desenvolva as operações seguintes.

a) 12,2 × 4,83 = 58,926

```
   12,2
 × 4,83
    366
   976
  488
 58,926
```

b) 1,843 × 82,3 = 151,6789

```
     1,843
    × 82,3
      5529
     3686
   14744
  151,6789
```

c) 0,9 ÷ 0,03 = 30

```
  0,90 | 0,03
 −90     30
    0
```

d) 0,036 ÷ 0,012 = 3

```
  0,036 | 0,012
  −36     3
     0
```

e) 0,12 × 5 = 60

```
  0,12
   × 5
    60
```

f) 2,8 ÷ 0,2 = 14

```
  2,8 | 0,2
 −28    14
   0
```

6. Expressões numéricas com números racionais

7. Observe o exemplo e resolva as expressões.

$$\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$$

$$=\frac{-2-4-3}{6}=-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2}$$

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)=$

$$=-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{2}{5}=$$

$$=\frac{-45+20-24}{60}=-\frac{49}{60}$$

b) $\left(\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)=$

$$=\frac{5}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{7}$$

$$=\frac{140-21+24}{84}=-\frac{143}{84}$$

c) $0{,}03+0{,}5=$ $\boxed{0{,}53}$

$$\begin{array}{r} 0{,}03 \\ +\ 0{,}5 \\ \hline 0{,}53 \end{array}$$

d) $25{,}005-7=$ $\boxed{18{,}005}$

$$\begin{array}{r} 25{,}005 \\ -\ 7 \\ \hline 18{,}005 \end{array}$$

e) $0{,}3-0{,}1+2{,}53=$ $\boxed{2{,}73}$

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ -\ 0{,}1 \\ \hline 0{,}2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}2 \\ +\ 2{,}53 \\ \hline 2{,}73 \end{array}$$

f) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)=$

$$=-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}-\frac{2}{3}=$$

$$=\frac{-45+30+12-40}{60}=-\frac{43}{60}$$

g) $\left(\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=$

$$=\frac{5}{3}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{10-3+4}{6}=\frac{11}{6}$$

h) $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=$

$$=-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$$

$$=\frac{-18+20-15}{30}=-\frac{13}{30}$$

i) $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)=$

$$=\frac{-1\cdot(-1)\cdot(\cancel{3})}{\cancel{3}\cdot 2\cdot 2}=\frac{1}{4}$$

j) $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{1}\right)=$

$=\frac{-1\cdot(-2)\cdot(-2)}{3\cdot5\cdot1}=-\frac{4}{15}$

k) 0,3 × 0,3 = $\boxed{0{,}09}$

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ \times\ 0{,}3 \\ \hline 0{,}09 \end{array}$$

l) 0,5 × 0,8 = $\boxed{0{,}40}$

$$\begin{array}{r} 0{,}5 \\ \times\ 0{,}8 \\ \hline 0{,}40 \end{array}$$

m) 0,18 × 2 × 5 = $\boxed{1{,}8}$

= 0,18 × 10 = 1,8

Exemplo:

$-\frac{3}{5}\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{4}\right)=$

$=-\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)-\frac{3}{5}\cdot\left(+\frac{1}{4}\right)$

$=-\frac{6}{35}-\frac{3}{20}=\frac{4\cdot(-6)+7\cdot(-3)}{140}$

$=\frac{-24-21}{140}=-\frac{\cancel{45}^{:5}}{\cancel{140}_{:5}}=\frac{9}{28}$

8. Efetue as operações.

a) $2\cdot\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{7}\right)=$

$=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{5}+\frac{2}{1}\cdot\frac{1}{7}=\frac{2\cdot3}{1\cdot5}+\frac{2\cdot1}{1\cdot7}=$

$=\frac{6}{5}+\frac{2}{7}\ \frac{42+10}{35}=\frac{52}{35}$

b) $\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)=$

$=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3\cdot2}{5\cdot5}+\frac{3\cdot1}{5\cdot2}=$

$=\frac{6}{25}+\frac{3}{10}\ \frac{12+15}{50}=\frac{27}{50}$

c) $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)=$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot3}-\frac{1\cdot1}{2\cdot6}=\frac{1}{3}=$

$=-\frac{1}{12}=\frac{4-1}{12}-\frac{\cancel{3}^{:3}}{\cancel{12}_{:3}}=\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)=$

$=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{7}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{3\cdot1}{7\cdot4}-\frac{\cancel{3}^{:3}\cdot1}{7\cdot\cancel{6}_{:3}}=\frac{3}{28}=$

$=-\frac{1\cdot1}{7\cdot2}=\frac{3}{28}-\frac{1}{14}=\frac{3-2}{28}=\frac{1}{28}$

e) $-7\left(\frac{1}{14}-\frac{3}{15}\right)=$

$=-7\cdot\frac{1}{14}+7\cdot\frac{3}{15}=$

$=-\frac{7}{14}+\frac{21}{15}=$

$=-\frac{1}{2}+\frac{7}{15}=\frac{-5+14}{10}$

$=\frac{9}{10}$

7. Potenciação de números racionais

Valem as mesmas regras da potenciação de números inteiros.

- Base positiva $\longrightarrow$ potência positiva
- Base negativa e expoente par $\longrightarrow$ potência positiva
- Base negativa e expoente ímpar $\longrightarrow$ potência negativa

a) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

c) $\left(\frac{7}{4}\right)^0 = 1$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{9}{25} = \frac{9}{25}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$

f) $\left(-\frac{1}{8}\right)^0 = 1$

g) $\left(-\frac{2}{3}\right)^1 = -\frac{2}{3}$

h) $(0{,}5)^2 = 0{,}25$

i) $(0{,}3)^2 = 0{,}9$

j) $(0{,}03)^2 = 0{,}0009$

k) $(1{,}5)^3 = 3{,}375$

9. Calcule as seguintes potências.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

$= \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

c) $0{,}7^2 =$

$0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$

d) $0{,}9^2 =$

$0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$

e) $1{,}2^2 =$

$1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$

f) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{25}$

g) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

i) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$

j) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$

$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$

k) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

l) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

m) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

n) $(7)^3 =$

$= (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

o) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{64}$

p) $(-0{,}5)^2 =$

$(0{,}5)\ (-0{,}5) = 0{,}25$

q) $0{,}3^3 =$

$0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09 \times 0{,}3 = 0{,}027$

r) $(2{,}5)^0 = 1$

s) $(251{,}2514)^0 = 1$

t) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}$

u) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 =$

$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{27}{8}$

v) $\left(-\frac{1}{7}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{49}$

w) $\left(\frac{8}{5}\right)^0 = 1$

y) $\left(-\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

x) $\left(-\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

z) $\left(\frac{5}{8}\right)^1 = \frac{5}{8}$

Potências com expoentes negativos

Sabemos que $8^5 \div 8^7 = 8^{5-7} = 8^{-2}$.

Representando essa operação por meio de frações:

$$\frac{8^5}{8^7} = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8}}{\cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{8^2}$$

Assim: $8^{-2} = \frac{1}{8^2}$

Qualquer número não nulo elevado a um expoente inteiro negativo é igual ao inverso desse número elevado ao oposto do expoente. Exemplos:

- $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{1}\right)^4 = 2^4 = 16$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$
- $(0,5)^{-2} = \frac{1}{0,5^2} = \frac{1}{0,25}$
- $(0,3)^{-3} = \frac{1}{0,3^3} = \frac{1}{0,027}$

10. Calcule as potências.

a) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

b) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

c) $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{1}\right)^3 = 5^3 = 125$

f) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{9}$

g) $4^{-1} = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4}$

h) $7^{-1} = \frac{1}{7^1} = \frac{1}{7}$

i) $(0,2)^{-2} = \frac{1}{0,2^2} = \frac{1}{0,4}$

j) $(0,5)^{-3} = \frac{1}{0,5^3} = \frac{1}{0,125}$

k) $(1,2)^{-2} = \frac{1}{1,2^2} = \frac{1}{1,44}$

l) $(0,9)^{-1} = \frac{1}{0,9^1} = \frac{1}{0,9}$

8. Raiz quadrada de um número racional

Exemplos:

a) Vamos determinar o valor de $\sqrt{\dfrac{9}{4}}$.

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

Aplicamos a raiz quadrada no numerador e no denominador da fração.

b) Vamos determinar o oposto de $\sqrt{\dfrac{9}{4}}$.

$$-\sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = -\frac{3}{2}$$

c) $\sqrt{0,09} = 0,3$

d) $\sqrt{0,0144} = 0,12$

11. Determine o valor das raízes seguintes.

a) $\sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \dfrac{2}{3}$

b) $-\sqrt{\dfrac{25}{4}} = -\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = -\dfrac{5}{2}$

c) $\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$

d) $\sqrt{\dfrac{64}{25}} = \dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \dfrac{8}{5}$

e) $-\sqrt{\dfrac{25}{9}} = -\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = -\dfrac{5}{3}$

f) $-\sqrt{\dfrac{1}{9}} = -\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = -\dfrac{1}{3}$

g) $\sqrt{\dfrac{4}{25}} = \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \dfrac{2}{5}$

h) $-\sqrt{\dfrac{1}{100}} = -\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = -\dfrac{1}{10}$

i) $-\sqrt{\dfrac{1}{64}} = -\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = -\dfrac{1}{8}$

j) $-\sqrt{\dfrac{9}{169}} = -\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{169}} = -\dfrac{3}{13}$

k) $\sqrt{0,25} = 0,5$

l) $\sqrt{0,49} = 0,7$

m) $\sqrt{0,81} = 0,9$

n) $\sqrt{0,0169} = 0,13$

9. Expressões numéricas com números racionais

12. Calcule as expressões.

a) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{7}{3} =$

$= \dfrac{9 - 28}{12} = -\dfrac{19}{12}$

b) $\dfrac{3}{4} \div \left(-\dfrac{2}{3}\right) =$

$= \dfrac{3}{4} \cdot \left(-\dfrac{3}{2}\right) = -\dfrac{9}{8}$

c) $\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right)=$

$=\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{4\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 5}-\frac{\overset{:2}{\cancel{4}}\cdot 1}{3\cdot\underset{:2}{\cancel{2}}}=$

$=\frac{4}{5}-\frac{2\cdot 1}{3\cdot 1}=\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{12-10}{15}=\frac{2}{15}$

d) $-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{7}\right)=$

$=-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=\frac{-1\cdot 1}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 1}{2\cdot 7}=$

$=-\frac{1}{6}+\frac{1}{14}=\frac{-7+3}{42}=-\frac{\overset{:2}{\cancel{4}}}{\underset{:2}{\cancel{42}}}=-\frac{2}{21}$

e) $-\sqrt{\frac{36}{25}}=$

$=-\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}=-\frac{6}{5}$

f) $\left(\frac{2}{7}\right)^{0}=1$

g) $(0{,}2+1{,}5)\times 1{,}3=1{,}7\times 1{,}3=2{,}21$

h) $(2{,}6-1{,}5)\times 1{,}8=1{,}1\times 1{,}8=1{,}98$

i) $(5{,}8+2{,}8)^{0}\times 1{,}8=1\times 1{,}8=1{,}8$

j) $(564{,}1258)^{0}=1$

k) $1{,}2^{2}=1{,}44$

13. Calcule o valor das expressões, simplificando-o sempre que possível.

a) $3+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=$

$=3+\left(\frac{2}{1}\right)^{2}=3+2^{2}=3+4=7$

b) $\left(\frac{2}{1}\right)^{-1}-\frac{5}{12}=$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{1}-\frac{5}{12}=\frac{1}{2}-\frac{5}{12}=\frac{6-5}{12}=\frac{1}{12}$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot 2^{3}=$

$=\left(\frac{4}{1}\right)^{1}\cdot 2^{3}=4\cdot 8=32$

d) $3^{-2}+2^{-1}+3^{-1}+2^{-2}=$

$=\frac{1}{3^{2}}+\frac{1}{2^{1}}+\frac{1}{3^{1}}+\frac{1}{2^{2}}=$

$=\frac{1}{9}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4+18+12+9}{36}=\frac{43}{36}$

e) $(0{,}056)^0 + 2{,}8 = 1 + 2{,}8 = 3{,}8$

f) $(1{,}2)^{-2} \div 2 =$

$= \frac{1}{1{,}2^2} \div 2 = \frac{1}{1{,}44} \div 2 = \frac{1}{1{,}44} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2{,}88}$

g) $(0{,}3)^{-3} \times 2{,}8 =$

$= \frac{1}{0{,}3^3} \times 2{,}8 = \frac{1}{0{,}027} \times 2{,}8 = \frac{2{,}8}{0{,}027}$

h) $\sqrt{\frac{1}{9}} + \frac{2}{3} =$

$= \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

i) $\sqrt{\frac{4}{25}} + 5^{-1} =$

$= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} + \frac{1}{5^1} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

j) $\sqrt{\frac{64}{25}} - \sqrt{\frac{16}{49}} =$

$= \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{5} - \frac{4}{7} = \frac{56 - 20}{35} = \frac{36}{35}$

k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{2}{1}\right)^2 + \left(\frac{3}{1}\right)^1 + \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 2^2 + 3 + 3^2 =$

$= 4 + 3 + 9 = 16$

l) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{7}\right) =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{7}\right) = \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{7}\right) =$

$= \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) =$

$= \frac{9 \cdot 1}{4 \cdot 5} - \frac{9 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 7} = \frac{9}{20} - \frac{9}{7} = \frac{63 - 180}{140} = -\frac{117}{140}$

m) $\sqrt{\frac{81}{64}} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right] =$

$= \sqrt{\frac{81}{64}} \cdot \left[\left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^1\right] = \frac{9}{8} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right) =$

$= \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{8} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9 \cdot 1}{8 \cdot 4} - \frac{9 \cdot 3}{8 \cdot 2} =$

$= \frac{9}{32} - \frac{27}{16} = \frac{9 - 54}{32} = -\frac{45}{32}$

n) $\sqrt{0{,}25} \times 0{,}2 = 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}1$

o) $\sqrt{1{,}44} \times 0{,}2^2 = 1{,}2 \times 0{,}04 = 0{,}048$

p) $(0{,}8 - 0{,}3)^1 \times \sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$

CAPÍTULO 4 – EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

1. Equações

Sentenças que exprimem uma igualdade entre expressões matemáticas são chamadas de equações.

$$\underbrace{x - 4}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} = \underbrace{12}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$$

a) $x - 4 = 12$
$x = 12 + 4$
$x = 16 \rightarrow S = \{16\}$

b) $x + 5 = 3$
$x = 3 - 5$
$x = -2 \rightarrow S = \{-2\}$

1. Resolva as equações.

a) $x - 2 = 10$
$x = 10 + 2$
$x = 12$

b) $x - 5 = 15$
$x = 5 + 15$
$x = 20$

c) $x - 3 = 2$
$x = 2 + 3$
$x = 5$

d) $x + 4 = 8$
$x = 8 - 4$
$x = 4$

e) $x + 3 = 1$
$x = 1 - 3$
$x = -2$

f) $x + 8 = 10$
$x = 10 - 8$
$x = 2$

g) $x + 3 = 10$
$x = 10 \quad 3$
$x = 7$

h) $x - 3 = -1$
$x = 1 + 3$
$x = 2$

2. Observe os exemplos e resolva as equações.

$5x = 30$	$-6x = -12$
$x = \dfrac{30}{5}$	$x = \dfrac{-12}{-6}$
$x = 6$	$x = 2$

a) $2x = -8$
$x = \dfrac{-8}{2}$
$x = -4$

b) $3y = 18$
$y = \dfrac{18}{3}$
$y = 6$

c) $2x = 0$
$x = \dfrac{0}{2}$
$x = 0$

d) $-3x = 6$
$x = \dfrac{6}{-3}$
$x = -2$

e) $2x + 4 = 6$

$2x = 6 - 4$

$2x = 2$

$x = \dfrac{2}{2}$

$x = 1$

f) $4x = -16$

$x = \dfrac{-16}{4}$

$x = -4$

g) $-2y = 0$

$y = \dfrac{0}{-2}$

$y = 0$

h) $3y + 1 = 10$

$3y = 10 - 1$

$3y = 9$

$y = \dfrac{9}{3}$

$y = 3$

3. Observe os exemplos e resolva as equações.

$$\frac{x}{2} = 5 \qquad x = 2 \cdot 5 \qquad x = 10$$

$$\frac{x}{3} = -\frac{2}{5} \qquad 5x = 3 \cdot (-2) \qquad 5x = -6 \qquad x = \frac{6}{5}$$

a) $\dfrac{x}{2} = 6$

$x = 2 \cdot 6$

$x = 12$

b) $\dfrac{y}{2} = -1$

$x = 2 \cdot (-1)$

$x = -2$

c) $\dfrac{x}{3} = -3$

$x = 3 \cdot (-3)$

$x = -9$

d) $\dfrac{y}{3} = \dfrac{3}{2}$

$2y = 3 \cdot 3$

$2y = -9$

$y = \dfrac{9}{2}$

e) $\dfrac{x}{3} = 7$

$x = 3 \cdot 7$

$x = 21$

f) $\dfrac{y}{4} = 8$

$y = 4 \cdot 8$

$y = 32$

g) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{1}{3}$

$3x = 2 \cdot 1$

$3x = 2$

$x = \dfrac{2}{3}$

h) $\dfrac{y}{5} = \dfrac{1}{3}$

$3y = 5 \cdot 1$

$3y = 5$

$y = \dfrac{5}{3}$

4. Observe os exemplos e resolva as equações.

$$5x - 4 = 8 + 2x$$
$$5x - 2x = 8 + 4$$
$$3x = 12$$
$$x = \frac{12}{3}$$
$$x = 4$$

$$5 \cdot (2x + 3) = 24 + x$$
$$10x + 15 = 24 + x$$
$$10x - x = 24 - 15$$
$$9x = 9$$
$$x = \frac{9}{9}$$
$$x = 1$$

a) $x + 9 = 18$

$x = 18 - 9$

$x = 9$

b) $x - 1 = -8$

$x = -8 + 1$

$x = -7$

c) $3y - 8 = 13$

$3y = 13 + 8$

$3y = 21$

$y = \frac{21}{3}$

$y = 7$

d) $12x - 10 = 5x + 11$

$12x - 5x = 11 + 10$

$7x = 21$

$x = \frac{21}{7}$

$x = 3$

e) $7x + 5 = 68 - 2x$

$7x + 2x = 68 - 5$

$9x = 63$

$x = \frac{63}{9}$

$x = 7$

f) $14 - 3x = 2x + 29$

$-3x - 2x = 29 - 14$

$-5x = 15$

$x = \frac{15}{-5}$

$x = -3$

g) $8x - 9 = 2x + 11$

$8x - 2x = 11 + 9$

$6x = 20$

$x = \frac{\cancel{20}^{:2}}{\cancel{6}_{:2}}$

$x = \frac{10}{3}$

h) $10 - 4x = 9 - 2x$

$-4x + 2x = 9 - 10$

$-2x = -1$

$x = \frac{-1}{-2}$

$x = \frac{1}{2}$

i) $2 \cdot (7x + 2) + 12 \cdot (x + 1) = 2$

$14x + 4 + 12x + 12 = 2$

$14x + 12x = 2 - 4 - 12$

$26x = -14$

$x = -\frac{\cancel{14}^{:2}}{\cancel{26}_{:2}} \rightarrow x = -\frac{7}{13}$

j) $-2 \cdot (x - 3) = 18$

$-2x + 6 = 18$

$-2x = 18 - 6$

$-2x = 12$

$x = \dfrac{12}{-2}$

$x = -6$

k) $4 \cdot (x - 1) -2 \cdot (3x + 4) = 6$

$4x - 4 - 6x - 8 = 6$

$4x - 6x = 6 + 4 + 8$

$-2x = 18$

$x = \dfrac{18}{-2}$

$x = -9$

l) $3 \cdot (2x - 5) = 9 - 2x$

$6x - 15 = 9 - 2x$

$6x + 2x = 9 + 15$

$8x = 24$

$x = \dfrac{24}{8}$

$x = 3$

m) $y + 4 = -15$

$y = -15 - 4$

$y = -19$

n) $3x + 9 = 12$

$3x = 12 - 9$

$3x = 3$

$x = \dfrac{3}{3}$

$x = 1$

o) $10 - 4x = 9 + 2x$

$-4x - 2x = 9 - 10$

$-6x = -1$

$x = \dfrac{-1}{-6} \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{1}{6}$

p) $a - 3a + 5a = 12$

$3a = 12$

$a = \dfrac{12}{3}$

$a = 4$

q) $3 \cdot (x - 1) = 6$

$3x - 3 = 6$

$3x = 6 + 3$

$3x = 9$

$x = \dfrac{9}{3}$

$x = 3$

r) $2 \cdot (x + 5) = -4$

$2x + 10 = -4$

$2x = -4 - 10$

$2x = -14$

$x = \dfrac{-14}{2}$

$x = -7$

s) $3 \cdot (2y - 5) = 9$

$6y - 15 = 9$

$6y = 9 + 15$

$6y = 24$

$y = \dfrac{24}{6}$

$y = 4$

t) $5 \cdot (y - 3) = 2y + 3$

$5y - 15 = 2y + 3$

$5y - 2y = 3 + 15$

$3y = 18$

$y = \dfrac{18}{3}$

$y = 6$

u) $-8 \cdot (x - 1) = -16$

$-8x + 8 = -16$

$-8x = -16 - 8$

$-8x = -24$

$x = \dfrac{-24}{-8}$

$x = 3$

v) $4 \cdot (2x - 3) = 5 \cdot (x + 3)$

$8x - 12 = 5x + 15$

$8x - 5x = 15 + 12$

$3x = 27$

$x = \dfrac{27}{3}$

$x = 9$

5. Observe os exemplos e resolva as equações.

Exemplo 1:

$\dfrac{x}{3} - \dfrac{7}{8} = \dfrac{x}{4} - 1$

m.m.c. (3, 8, 4) = 24

$\dfrac{8x - 21}{\cancel{24}} = \dfrac{6x - 24}{\cancel{24}}$

$8x - 21 = 6x - 24$

$8x - 6x = -24 + 21$

$2x = -3$

$x = -\dfrac{3}{2}$

Exemplo 2:

$\dfrac{3x - 5}{2} - \dfrac{x - 2}{5} = 7$

m.m.c. (2, 5) = 10

$\dfrac{5 \cdot (3x - 5) - 2 \cdot (x - 2)}{\cancel{10}} = \dfrac{70}{\cancel{10}}$

$5 \cdot (3x - 5) - 2 \cdot (x - 2) = 70$

$15x - 25 - 2x + 4 = 70$

$15x - 2x = 70 + 25 - 4$

$13x = 91$

$x = \dfrac{91}{13}$

$x = 7$

a) $\dfrac{a}{4} - \dfrac{5}{3} = \dfrac{1}{12}$

$\dfrac{3a - 20}{\cancel{12}} = \dfrac{1}{\cancel{12}}$

$3a - 20 = 1$

$3a = 1 + 20$

$3a = 21$

$a = \dfrac{21}{3}$

$a = 7$

b) $\dfrac{x + 3}{5} = -1$

$\dfrac{x + 3}{\cancel{5}} = \dfrac{-5}{\cancel{5}}$

$x + 3 = -5$

$x = -5 - 3$

$x = -8$

c) $y - 2 = \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{2y - 4}{\cancel{2}} = \dfrac{3}{\cancel{2}}$

$2y - 4 = 3$

$2y = 3 + 4$

$2y = 7$

$y = \dfrac{7}{2}$

d) $2z + 3 = z + \frac{2}{3}$

$\frac{6z + 9}{\cancel{3}} = \frac{3z + 2}{\cancel{3}}$

$6z + 9 = 3z + 2$

$6z - 3z = 2 - 9$

$3z = -7$

$z = \frac{-7}{3}$

$z = -\frac{7}{3}$

e) $\frac{x + 5}{2} = \frac{8 + 2x}{5}$

$\frac{5\,(x + 5)}{\cancel{10}} = \frac{2\,(8 + 2x)}{\cancel{10}}$

$5x + 25 = 16 + 4x$

$5x - 4x = 16 - 25$

$x = -9$

f) $\frac{5x - 10}{2} = 10 - \frac{5x - 5}{3}$

$\frac{3\,(5x - 10)}{\cancel{6}} = \frac{60 - 2\,(5x - 5)}{\cancel{6}}$

$15x - 30 = 60 - 10x + 10$

$15x + 10x = 60 + 10 + 30$

$25x = 100$

$x = \frac{100}{25}$

$x = 4$

g) $7x - \frac{2x - 3}{4} = 3 \cdot (x - 8)$

$\frac{28x - (2x - 3)}{\cancel{4}} = \frac{12\,(x - 8)}{\cancel{4}}$

$28x - 2x + 3 = 12x - 96$

$28x - 2x - 12x = -96 - 3$

$14x = -99$

$x = \frac{99}{14}$

h) $\frac{5x - 3}{4} - \frac{3x + 8}{2} = \frac{6x - 3}{3} + \frac{x}{2}$

$\frac{3\,(5x - 3) - 6\,(3x + 8)}{\cancel{12}} = \frac{4\,(6x - 3) + 6x}{\cancel{12}}$

$15x - 9 - 18x - 48 = 24x - 12 + 6x$

$15x - 18x - 24x - 6x = -12 + 9 + 48$

$-33x = 45$

$x = \frac{45}{-33} = -\frac{\cancel{45}^{:3}}{\cancel{-33}^{:3}} \longrightarrow x = -\frac{15}{11}$

i) $\frac{x + 3}{8} = \frac{5}{4}$

$\frac{x + 3}{\cancel{8}} = \frac{10}{\cancel{8}}$

$x + 3 = 10$

$x = 10 - 3$

$x = 7$

j) $\frac{3x}{2} + 2 = \frac{3}{2} + x$

$\frac{3x + 4}{\cancel{2}} = \frac{3 + 2x}{\cancel{2}}$

$3x - 2x = 3 - 4$

$x = -1$

k) $\frac{x}{2} - 5 = x + \frac{3}{4}$

$\frac{2x - 20}{\cancel{4}} = \frac{4x + 3}{\cancel{4}}$

$2x - 4x = 3 + 20$

$-2x = -23$

$x = \frac{23}{-2}$

$x = -\frac{23}{2}$

l) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = 4$

$\frac{3x + 2}{\cancel{6}} = \frac{24}{\cancel{6}}$

$3x = 24 - 2$

$3x = 22$

$x = \frac{22}{3}$

m) $-\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{2}{3}$

$\frac{-3x - 2x}{\cancel{6}} = \frac{4}{\cancel{6}}$

$-5x = 4$

$x = \frac{4}{-5}$

$x = -\frac{4}{5}$

n) $\frac{4 \cdot (x + 1)}{3} - \frac{3 \cdot (x - 1)}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{8\,(x - 1) - 9\,(x - 1)}{\cancel{6}} = \frac{3}{\cancel{6}}$

$8x - 8 - 9x + 9 = 3$

$8x - 9x = 3 + 8 - 9$

$-x = 2$

$x = -2$

o) $\frac{2}{3}(x - 1) = \frac{3}{2}(x + 1)$

$\frac{4\,(x - 1)}{\cancel{6}} = \frac{9\,(x + 1)}{\cancel{6}}$

$4x - 4 = 9x + 9$

$4x - 9x = 9 + 4$

$-5x = 13$

$x = \frac{13}{-5}$

$x = -\frac{13}{5}$

p) $-\frac{1}{2}(x - 1) = x$

$\frac{-1\,(x - 1)}{\cancel{2}} = \frac{2x}{\cancel{2}}$

$-x + 1 = 2x$

$-x - 2x = -1$

$-3x = -1$

$x = \frac{-1}{-3} \rightarrow x = \frac{1}{3}$

q) $-\frac{2}{3}(1 - x) = 1 - x$

$\frac{-2\,(1 - x)}{\cancel{3}} = \frac{3 - 3x}{\cancel{3}}$

$-2 + 2x = 3 - 3x$

$2x + 3x = 3 + 2$

$5x = 5$

$x = \frac{5}{5}$

$x = 1$

r) $\frac{x}{2} - \frac{x - 1}{2} = x - 2$

$\frac{x - (x - 1)}{\cancel{2}} = \frac{2\,(x - 2)}{\cancel{2}}$

$x - x + 1 = 2x - 4$

$x - x - 2x = -4 - 1$

$-2x = -5$

$x = \frac{-5}{-2}$

$x = \frac{5}{2}$

6. Resolva as equações.

a) $8x - 16 = 6x - 10$

$8x - 6x = -10 + 16$

$2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2}$

$x = 3$

b) $3y + 5 = 12 - y$

$3y + y = 12 - 5$

$4y = 7$

$y = \dfrac{7}{4}$

c) $2x - 22 = 7x - 5$

$2x - 7x = -5 + 22$

$-5y = 17$

$x = \dfrac{17}{-5}$

$x = \dfrac{17}{5}$

d) $12x - (2x + 5) = 10$

$12x - 2x - 5 = 10$

$12x - 2x = 10 + 5$

$10x = 15$

$x = \dfrac{\cancel{15}^{:5}}{\cancel{10}_{:5}}$

$x = \dfrac{3}{2}$

e) $5 - 3 \cdot (a - 4) = 29$

$5 - 3a + 12 = 29$

$-3a = 29 - 5 - 12$

$-3a = 12$

$a = \dfrac{12}{-3}$

$a = -4$

f) $13 \cdot (x - 1) - 4 = 6x - 17$

$13x - 13 - 4 = 6x - 17$

$13x - 6x = -17 + 13 + 4$

$7x = 0$

$x = \dfrac{0}{7}$

$x = 0$

g) $\dfrac{3x}{7} - 5 = x - \dfrac{3}{7}$

$\dfrac{3x - 35}{\cancel{7}} = \dfrac{7x - 3}{\cancel{7}}$

$3x - 7x = -3 + 35$

$-4x = 32$

$x = \dfrac{32}{-4}$

$x = -8$

h) $\dfrac{x}{6} - 7 = 10 - \dfrac{2x}{3} - 3x + 6$

$\dfrac{x - 42}{\cancel{6}} = \dfrac{60 - 4x - 18x + 36}{\cancel{6}}$

$x + 4x + 18x = 60 + 36 + 42$

$23x = 138$

$x = \dfrac{138}{23}$

$x = 6$

i) $\dfrac{x - 1}{3} = \dfrac{x}{4} - \dfrac{1}{12}$

$\dfrac{4\,(x - 1)}{\cancel{12}} = \dfrac{3x - 1}{\cancel{12}}$

$4x - 4 = 3x - 1$

$4x - 3x = -1 + 4$

$x = 3$

j) $\dfrac{3x + 7}{3} - \dfrac{5x + 1}{6} = \dfrac{17}{2} - 3x$

$\dfrac{2\,(3x + 7) - (5x + 1)}{\cancel{6}} = \dfrac{51 - 18x}{\cancel{6}}$

$6x + 14 - 5x - 1 = 51 - 18x$

$6x - 5x + 18x = 51 - 14 + 1$

$19x = 38$

$x = \dfrac{38}{19}$

$x = 2$

k) $\frac{a+3}{2} - \frac{4}{5} + \frac{4-3a}{3} = 0$

$\frac{15(a+3) - 24 + 10(4-3a)}{\cancel{30}} = \frac{0}{\cancel{30}}$

$15a + 45 - 24 + 40 - 30a = 0$

$15a - 30a = -45 + 24 - 40$

$-15a = -61$

$a = \frac{-61}{-15} \longrightarrow a = \frac{61}{15}$

l) $5 \cdot (y-3) - 4 \cdot (5-2y) = 3$

$5y - 15 - 20 + 8y = 3$

$5y + 8y = 3 + 15 + 20$

$13y = 38$

$y = \frac{38}{13}$

m) $\frac{6x-7}{2} - \frac{5+2x}{3} = 0$

$\frac{3(6x-7) - 2(5+2x)}{\cancel{6}} = \frac{0}{\cancel{6}}$

$18x - 21 - 10 - 4x = 0$

$18x - 4x = 21 + 10$

$14x = 31$

$x = \frac{31}{14}$

n) $\frac{3-x}{5} + \frac{2x-3}{4} = \frac{x-8}{4}$

$\frac{4(3-x) + 5(2x-3)}{\cancel{20}} = \frac{5(x-8)}{\cancel{20}}$

$12 - 4x + 10x - 15 = 5x - 40$

$-4x + 10x - 5x = -40 - 12 + 15$

$x = -37$

o) $3x - 2 \cdot (x-1) = 10$

$3x - 2x + 2 = 10$

$3x - 2x = 10 - 2$

$x = 8$

p) $\frac{2}{3}(x+1) + \frac{1}{4}(3-4x) = 1$

$\frac{8(x+1) + 3(3-4x)}{\cancel{12}} = \frac{12}{\cancel{12}}$

$8x + 8 + 9 - 12x = 12$

$8x - 12x = 12 - 8 - 9$

$-4x = -5$

$x = \frac{-5}{-4}$

$x = \frac{5}{4}$

q) $6x - 10 = \frac{5}{3}$

$\frac{18x - 30}{\cancel{3}} = \frac{5}{\cancel{3}}$

$18x - 30 = 5$

$18x = 5 + 30$

$18x = 35$

$x = \frac{35}{18}$

r) $x + (x+8) = 10$

$x + x + 8 = 10$

$2x = 10 - 8$

$2x = 2$

$x = \frac{2}{2}$

$x = 1$

s) $\frac{x}{3} + \frac{3}{5} = 8$

$\frac{5x + 9}{\cancel{15}} = \frac{120}{\cancel{15}}$

$5x + 9 = 120$

$5x = 120 - 9$

$5x = 111$

$x = \frac{111}{5}$

2. Equação de 1º grau

Chamamos de **incógnita** o valor desconhecido da equação, em geral representado por uma letra.

Chamamos de **raiz** da equação o valor numérico da incógnita que torna a equação verdadeira, ou seja, a sua solução.

Exemplos:

a) $x + 3 = 5$

$x = 5 - 3 \longrightarrow x = 2$

x é a incógnita dessa equação.

A raiz dessa equação é 2.

b) $3a + 10 = 25$

$3a = 25 - 10$

$3a = 15$

$a = \frac{15}{3} \longrightarrow a = 5$

a é a incógnita dessa equação.

A raiz dessa equação é 5.

7. Resolva as equações.

a) $2x - 4 = 8$

$2x = 8 + 4$

$2x = 12$

$x = \frac{12}{2}$

b) $5a + 5 = 20$

$5a = 20 - 5$

$5a = 15$

$a = \frac{15}{5}$

$a = 3$

c) $m + 8 = 10$

$m = 10 - 8$

$m = 2$

d) $10 + 8x = 50$

$8x = 50 - 10$

$8x = 40$

$x = \frac{40}{8}$

$x = 5$

e) $x + 8 + 3x = 24$

$4x + 8 = 24$

$4x = 24 - 8$

$4x = 16$

$x = \frac{16}{4}$

$x = 4$

f) $y - 12 = 8$

$y = 8 + 12$

$y = 20$

g) $3k - 2 = 25$

$3k = 25 + 2$

$3k = 27$

$k = \frac{27}{3}$

$k = 9$

h) $3x + 8 - x = 10$

$2x + 8 = 10$

$2x = 10 - 8$

$2x = 2$

$x = \frac{2}{2}$

$x = 1$

i) $3a - 12 + a = 12$

$4a - 12 = 12$

$4a = 12 + 12$

$4a = 24$

$a = \frac{24}{4}$

$a = 6$

3. Problemas com equações de 1º grau

Um número mais 8 unidades é igual a 20 unidades. Qual é esse número?

Resolução

Na linguagem matemática, em forma de equação: $x + 8 = 20$

Resolvendo a equação:

$x + 8 = 20$

$x = 20 - 8 \rightarrow x = 12$

O número é 12.

Usando linguagem matemática, resolva os problemas.

8. Um número adicionado a 20 é igual a 37. Qual é esse número?

$x + 20 = 37$
$x = 37 - 20 \rightarrow x = 17$

Resposta: O número é 17.

9. Subtraindo 32 de um número, o resultado é 18. Qual é esse número?

$x - 32 = 18$
$x = 18 + 32 \rightarrow x = 50$
Resposta: O número é 50.

10. Qual é o número que aumentado em 15 resulta 29?

$x + 15 = 29$
$x = 29 - 15 \rightarrow x = 14$

Resposta: O número é 14.

11. Diminuindo 23 de um número, o resultado é 40. Qual é esse número?

$x - 23 = 40$
$x = 40 + 23 \rightarrow x = 63$

Resposta: O número é 63.

O dobro de um número menos o próprio número é igual a 5. Qual é esse número?

Resolução

Na linguagem matemática, em forma de equação: $2x - x = 5$

$2x - x = 5 \rightarrow x = 5$

Resposta: O número procurado é 5.

12. O dobro de um número mais o próprio número é igual a 24. Qual é esse número?

$2x + x = 24$
$3x = 24 \rightarrow x = 8$

Resposta: O número é 8.

13. O triplo de um número mais o seu dobro é igual a 20. Qual é esse número?

$3x + 2x = 20$
$5x = 20 \rightarrow x = 4$

Resposta: O número é 4.

14. O dobro de um número mais 10 é igual a 20. Qual é esse número?

$2x + 10 = 20$
$2x = 20 - 10 = 10 \rightarrow x = 5$

Resposta: O número é 5.

15. Determine um número cujo triplo menos 18 resulta nele próprio.

$3x - 18 = x$
$3x - x = 18$
$2x = 18 \longrightarrow x = 9$

Resposta: O número é 9.

Resolução

A soma de dois números naturais consecutivos é 39. Qual é esse número?

Números consecutivos $\begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = x \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = x + 1 \end{cases}$

$\underbrace{x}_{1^{\underline{o}}\text{ número}} + \underbrace{x + 1}_{2^{\underline{o}}\text{ número}} = 39$

$x + x = 39 - 1$

$2x = 38 \rightarrow x = \dfrac{38}{2} \qquad x = 19$

$x + 1 = 20$

Resposta: Os números são 19 e 20.

16. Determine dois números naturais consecutivos, sabendo que sua soma é 25.

Números consecutivos $\begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = x \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = x + 1 \end{cases}$

Logo:
$x + x + 1 = 25$
$2x = 25 - 1$
$2x = 24 \qquad x = \dfrac{24}{2}$

$x = 12 \qquad x + 1 = 13$

Resposta: Os números são 12 e 13.

17. Determine três números naturais consecutivos, sabendo que sua soma é 24.

Três números consecutivos $\begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = x \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = x + 1 \\ 3^{\underline{o}} \text{ número} = x + 2 \end{cases}$

$x + x + 1 + x + 2 = 24$
$x + x + x = 24 - 1 - 2$
$3x = 21$
$x = \dfrac{21}{3}$

$x = 7 \begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = 7 \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = 7 + 1 = 8 \\ 3^{\underline{o}} \text{ número} = 7 + 2 = 9 \end{cases}$

Resposta: Os números são 7, 8 e 9.

Exemplos:

a) Divida 48 em duas partes, de modo que uma tenha 8 unidades a mais do que a outra.

Resolução

$48 \begin{cases} 1^{\underline{a}} \text{ parte} = x \\ 2^{\underline{a}} \text{ parte} = x + 8 \end{cases}$

$x + x + 8 = 48$
$x + x = 48 - 8$
$2x = 40 \longrightarrow x = \dfrac{40}{2} \qquad \boxed{x = 20}$

$\boxed{x + 8 = 28}$

Resposta: As partes são 20 e 28.

b) O quociente de um número dividido por 7 é 6, e o resto, 3. Determine esse número.

Resolução

$$\begin{array}{r|l} x & 7 \\ \hline 3 & 6 \end{array}$$

dividendo = quociente × divisor + resto

$x = 6 \times 7 + 3$

$x = 42 + 8$

$x = 45$

Resposta: O número procurado é 45.

18. Divida 104 em duas partes, de modo que uma tenha 4 unidades a mais do que a outra.

$$104 = \begin{cases} 1^{\underline{a}} \text{ parte} = x \\ 2^{\underline{a}} \text{ parte} = x + 4 \end{cases}$$

Logo:

$x + x + 4 = 104$

$2x = 104 - 4$

$2x = 100$

$x = \dfrac{100}{2}$

$x = 50$

$x + 4 = 50 + 4 = 54$

Resposta: Os números são 50 e 54.

19. Distribua 580 laranjas em duas caixas, de modo que uma delas contenha 140 laranjas a menos do que a outra.

$$580 = \begin{cases} 1^{\underline{a}} \text{ caixa} = x \\ 2^{\underline{a}} \text{ caixa} = x - 140 \end{cases}$$

Logo:

$x + x - 140 = 580$

$2x = 580 + 140$

$2x = 720$

$x = \dfrac{720}{2}$

$x = 360$

$x - 140 = 360 - 140 = 220$

Resposta: Uma caixa deve ter 360 laranjas e a outra, 220 laranjas.

20. O quociente de um número dividido por 8 é 3, e o resto é 5. Qual é esse número?

$$\begin{array}{r|l} x & 8 \\ \hline 5 & 3 \end{array}$$

$x = 8 \cdot 3 + 5$

$x = 24 + 5$

$x = 29$

Resposta: O número é 29.

21. Qual é o número que multiplicado por 4 e subtraído de 5 resulta em 31?

$4 \cdot x - 5 = 31$

$4x = 31 + 5$

$4x = 36$

$x = \dfrac{36}{4}$

$x = 9$

Resposta: O número é 9.

22. Um número adicionado a 9 é igual a 21. Qual é esse número?

$x + 9 = 21$

$x = 21 - 9$

$x = 12$

Resposta: O número é 12.

23. Subtraindo 12 de um número resulta 18. Qual é esse número?

$x - 12 = 18$
$x = 18 + 12$
$x = 30$

Resposta: O número é 30.

24. O dobro de um número mais 3 é igual a 17. Qual é esse número?

$2x + 3 = 17$
$2x = 17 - 3$
$2x = 14$
$x = \frac{14}{2}$
$x = 7$

Resposta: O número é 7.

25. A soma de dois números naturais consecutivos é 41. Quais são esses números?

Dois números consecutivos $\begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = x \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = x + 1 \end{cases}$

$x + x + 1 = 41$
$2x = 41 - 1$
$2x = 40$

$x = \frac{40}{2}$

$x = 20$ — $1^{\underline{o}}$ número $= 20$; $2^{\underline{o}}$ número $= 20 + 1 = 21$

Resposta: Os números são 20 e 21.

26. A soma de dois números naturais ímpares consecutivos é 32. Quais são esses números?

Dois números ímpares consecutivos $\begin{cases} 1^{\underline{o}} \text{ número} = x \\ 2^{\underline{o}} \text{ número} = x + 2 \end{cases}$

$x + x + 2 = 32$
$2x = 32 - 2$
$x = 30$

$x = \frac{30}{2}$

$x = 15$ — $1^{\underline{o}}$ número $= 15$; $2^{\underline{o}}$ número $= 15 + 2 = 17$

Resposta: Os números são 15 e 17.

27. A soma das idades de um pai e de seu filho é 55 anos. Determine essas idades, sabendo que a do pai é o quádruplo da do filho.

Idades $\begin{cases} \text{do filho} = x \\ \text{do pai} = 4x \end{cases}$

$x + 4x = 55$
$5x = 55$

$x = \frac{55}{5}$

$x = 11$ — idade do filho $= 11$ anos; idade do pai $= 4 \cdot 11 = 44$ anos

Resposta: As idades são 11 anos e 44 anos.

28. Divida 100 em duas partes, de modo que uma tenha 14 unidades a mais do que a outra.

$$100 \begin{cases} 1^a \text{ parte} = x \\ 2^a \text{ parte} = x + 14 \end{cases}$$

$x + x + 14 = 100$
$2x = 100 - 14$
$2x = 86$

$$x = \frac{86}{2}$$

$x = 43$ — 1^a parte $= 43$; 2^a parte $= 43 + 14 = 57$

Resposta: As partes são 43 e 57.

29. Divida 180 em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra.

$$180 \begin{cases} 1^a \text{ parte} = x \\ 2^a \text{ parte} = 2x \end{cases}$$

$x + 2x = 180$
$3x = 180$

$$x = \frac{180}{3} \longrightarrow x = 60$$

1^a parte $= 60$
2^a parte $= 2 \cdot 60 = 120$

Resposta: As partes são 60 e 120.

30. Distribua 40 balas entre três meninos. de modo que o segundo receba 8 balas a menos que o primeiro e o terceiro, 3 balas a mais que o primeiro.

$$40 \begin{cases} 1^o \text{ menino: } x \\ 2^o \text{ menino: } x - 8 \\ 3^o \text{ menino: } x + 3 \end{cases}$$

$x + x - 8 + x + 3 = 40$
$x + x + x = 40 + 8 - 3$
$3x = 45$

$$x = \frac{45}{3} \longrightarrow x = 15$$

$$\begin{cases} 1^o \text{ menino: } 15 \text{ balas} \\ 2^o \text{ menino: } 15 - 8 = 7 \text{ balas} \\ 3^o \text{ menino: } 15 + 3 = 18 \text{ balas} \end{cases}$$

31. Um número excede a outro em 5 unidades, e a soma deles é 25. Quais são esses números?

números — 1^o: x; 2^o: $x + 5$

$x + x + 5 = 25$
$2x = 25 - 5$
$2x = 20$

$$x = \frac{20}{2} \longrightarrow x = 10$$

1^o número: 10
2^o número: $10 + 5 = 15$

Resposta: Os números são 15 e 10.

32. Determine um número que somado à sua metade é igual a 12.

$x + \frac{x}{2} = 12$

$\frac{2x + x}{\cancel{2}} = \frac{24}{\cancel{2}}$

$3x = 24$

$x = \frac{24}{3}$

$x = 8$

Resposta: O número é 8.

33. Um número excede a outro em 5 unidades, e a soma deles é 25. Quais são esses números?

números: 1º: x; 2º: x + 5

$x + x + 5 = 25$

$2x = 25 - 5$

$2x = 20$

$x = \frac{20}{2} \longrightarrow x = 10$

1º número: 10

2º número: 10 + 5 = 15

Resposta: Os números são 15 e 10.

34. O quociente de um número dividido por 4 é 5, e o resto, 3. Determine esse número.

$$\begin{array}{l|l} x & 4 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

$x = 4 \cdot 5 + 3$

$x = 20 + 3$

$x = 23$

Resposta: O número é 23.

35. A área de um retângulo é de 40 cm^2. Determine sua altura, sabendo que a base mede 5 cm.

Sugestão: área = base × altura.

$40 = 5 \cdot x$

$-5x = -40$

$x = \frac{-40}{5}$

$x = 8$

Resposta: A altura é 8 cm.

36. Multipliquei um número por 3 e subtraí 4. Deu 20. Qual é esse número?

$3x - 4 = 20$

$3x = 20 + 4$

$3x = 24$

$x = \frac{24}{3}$

$x = 8$

Resposta: O número é 8.

37. O dobro de um número menos os seus três quintos é igual a 7. Qual é esse número?

$2x - \frac{3}{5}x = 7$

$\frac{10x - 3x}{\cancel{5}} = \frac{35}{\cancel{5}}$

$7x = 35$

$x = \frac{35}{7}$

$x = 5$

Resposta: O número é 5.

38. A soma de dois números é 24. O menor é a terça parte do maior. Quais são esses números?

$$\begin{cases} \text{número maior: } x \\ \text{número menor: } \dfrac{x}{3} \end{cases}$$

$$x + \frac{x}{3} = 24$$

$$\frac{3x + x}{\cancel{3}} = \frac{72}{\cancel{3}}$$

$$4x = 72$$

$$x = \frac{72}{4} \longrightarrow x = 18$$

número maior: 18

número menor: $\frac{18}{3} = 6$

Resposta: Os números são 6 e 18.

39. Um número é triplo do outro e a soma entre eles é 20. Determine esses números.

$$x + 3x = 20$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4} \longrightarrow x = 5$$

1º número: $x = 5$

2º número: $3 \cdot x = 3 \cdot 5 = 15$

Resposta: Os números são 5 e 15.

CAPÍTULO 5 – INEQUAÇÕES

1. Inequação

Inequação é uma **sentença aberta** que expríme uma desigualdade entre expressões.

Exemplos:

- $x > 5$ (lê-se: x maior que cinco)
- $x - 3 < 7$ (lê-se: x menos três menor que sete)
- $x \geq 2$ (lê-se: x maior ou igual a dois)
- $x \leq 6$ (lê-se: x menor ou igual a seis)

2. Resolução de uma inequação de 1º grau

Chamamos de U (conjunto universo) o conjunto de todos os valores que a incógnita pode assumir. Chamamos de S (conjunto-solução) o conjunto dos valores de U que satisfazem a inequação. Exemplo:

Vamos determinar o conjunto-solução das inequações nos seguintes casos.

a) $U = \mathbb{N}$

$x - 4 > 3$

$x > 3 + 4$

$x > 7$

$S = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 7\}$

b) $U = \mathbb{Z}$

$2x - 3 > 5 + x$

$2x - x > 5 + 3$

$x > 8$

$S = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 8\}$

c) $U = \mathbb{R}$

$2x - 5 < 5x + 7$

$2x - 5x < 7 + 5$

$-3x < 12$

Quando o coeficiente da incógnita é negativo, multiplicamos ambos os membros por -1 e **invertemos o sentido da desigualdade.**

$-3x < 12$ (Multiplicamos os dois membros por -1...)

$3x > -12$ (...e invertemos o sinal da desigualdade.)

$x > -\frac{12}{3} \rightarrow x > -4$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -4\}$

Atenção!

No item c, se o conjunto U fosse o conjunto N, o conjunto-solução seria $S = \{x \in \mathbb{N} / x > 0\}$ pois -4 não pertence a N.

1. Determine o conjunto solução das inequações.

Sendo U = N, determine o conjunto verdade das inequações.

a) $x + 3 > 8$

$x > 8 - 3$

$x > 5$

$S = \{x \in N \mid x > 5\}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{7}{3} < \frac{10}{6}$

$3x + 14 < 10$

$3x > -4$

$x < \frac{-4}{3}$

$S = \emptyset$

c) $x - 8 > 2$

$x > 2 + 8$

$x > 10$

$S = \{x \in N \mid x > 10\}$

d) $x - 5 < 4$

$x < 4 + 5$

$x < 9$

$S = \{x \in N \mid x < 9\}$

e) $2x > 10$

$x > \frac{10}{2}$

$x > 5$

$S = \{x \in N \mid x > 5\}$

f) $3x < 21$

$x < \frac{10}{2}$

$x < 7$

$S = \{x \in N \mid x < 7\}$

g) $x \geq 5$

$S = \{x \in N \mid x \geq 5\}$

h) $2x + 12 < 30$

$2x < 30 - 12$

$2x < 18$

$x < \frac{18}{2}$

$x < 9$

$S = \{x \in N \mid x < 9\}$

i) $5x - 9 \geq 2x + 12$

$5x - 2x \geq 12 + 9$

$3x \geq 21$

$x \geq \frac{21}{3}$

$x \geq 7$

$S = \{x \in N \mid x \geq 7\}$

j) $7x - 3 < 2 \cdot (3x + 5)$

$7x - 3 < 6x + 10$

$7x - 6x < 10 + 3$

$x < 13$

$S = \{x \in N \mid x < 13\}$

k) $9x - 3 > 11x + 5$

$9x - 11x > 5 + 3$

$-2x > 8$

$2x < -8$

$x < -4$

$S = \emptyset$

l) $5x - \frac{3x}{2} + \frac{7}{3} \geq \frac{35}{6}$

$\frac{30x - 9x + 14}{5} \geq \frac{36}{6}$

$21x \geq 21$

$x \geq 1$

$S = \{x \in N \mid x \geq 1\}$

2. Dado U = Z, determine o conjunto solução das inequações.

a) $2x - 9 > 17$

$2x > 17 + 9$

$2x > 26$

$x > \frac{26}{2}$

$x > 13$

$S = \{x \in Z \mid x > 13\}$

b) $x \geq 15$

$S = \{x \in Z \mid x \geq 15\}$

c) $5x - 8 < 12$

$5x < 20$

$x < 4$

$S = \{x \in Z \mid x < 4\}$

d) $-4x > 20$

$4x < -20$

$x < -5$

$S = \{x \in Z \mid x < -5\}$

e) $6x + 30 < x - 5$

$6x - x < -5 - 30$

$5x < -35$

$x < -7$

$S = \{x \in Z \mid x < -7\}$

f) $9x - 2 \geq 3x + 4$

$9x - 3x \geq 4 + 2$

$6x \geq 6$

$x \geq 1$

$S = \{x \in Z \mid x \geq 1\}$

g) $5 - 3x < x + 13$

$-3x - x < 13 - 5$

$-4x < 8$

$4x > -8$

$x > -2$

$S = \{x \in Z \mid x > -2\}$

h) $2 \cdot (x + 8) \leq 18$

$2x + 16 \leq 18$

$2x \leq 2$

$x \leq 1$

$S = \{x \in Z \mid x \leq 1\}$

i) $5 - 3 \cdot (x + 8) \leq x - 11$

$5 - 3x - 24 < x - 11$

$-3x - x < -11 + 24 - 5$

$-4x < 8$

$4x > -8$

$x > -2$

$S = \{x \in Z \mid x > -2\}$

j) $3 \cdot (x - 9) + 5 > 2 \cdot (x - 1)$

$3x - 27 + 5 > 2x - 2$

$3x - 2x > -2 + 27 - 5$

$x > 20$

$S = \{x \in Z \mid x > 20\}$

k) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{6}$

$\frac{2x - 3}{5} \leq \frac{5}{6}$

$2x - 3 \leq 5$

$2x \leq 5 + 3$

$2x \leq 8$

$x \leq 4$

$S = \{x \in Z \mid x \leq 4\}$

l) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{x}{2} < \dfrac{5}{4}$

$\dfrac{3-2x}{4} < \dfrac{5}{4}$

$-2x < 5 - 3$

$-2x < 2$

$2x > -2$

$x > -1$

$S = \{x \in Z \mid x > -1\}$

3. Sendo U = Q, determine o conjunto solução das inequações.

a) $4x - 7 \geq 3(x - 4)$

$4x - 7 \geq 3x - 12$

$x \geq -5$

$S = \{x \in Q \mid x \geq -5\}$

b) $2 \cdot (x + 1) - 3 > x - 5$

$2x + 2 - 3 > x - 5$

$2x - x > -5 - 2 + 3$

$x > -4$

$S = \{x \in Q \mid x > -4\}$

c) $\dfrac{5x}{4} - 4 \,.\, (x - 1) < 10 - x$

$\dfrac{5x}{4} - 4x + 4 < 10 - x$

$\dfrac{5x - 12x + 12}{3} < \dfrac{30 - 3x}{3}$

$5x - 12x + 3x < 30 - 12$

$-4x < 18$

$4x > -18$

$x > -\dfrac{18}{4}$

$x > -\dfrac{9}{2}$

$S = \left\{x \in Q \mid x > -\dfrac{9}{2}\right\}$

d) $17x - \dfrac{2}{3} < 0$

$\dfrac{51x - 2}{3} < \dfrac{0}{3}$

$51x < 2$

$x < \dfrac{2}{51}$

$S = \left\{x \in Q \mid x > -\dfrac{2}{51}\right\}$

e) $2x - \frac{9}{5} > 10x - \frac{3}{2}$

$\frac{5x - 12x + 12}{3} < \frac{30 - 3x}{3}$

$20x - 100x > -15 + 18$

$-80x > 3$

$80x < -3$

$x < -\frac{3}{80}$

$S = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x > -\frac{3}{80}\right\}$

f) $\frac{5x - 3}{2} < \frac{3x - 4}{3}$

$\frac{15x - 9}{6} < \frac{6x + 8}{6}$

$15x - 6x < 8 + 9$

$9x < 17$

$x < \frac{17}{9}$

$S = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x < \frac{17}{9}\right\}$

g) $\frac{2}{3}x - \frac{5}{4} + x > \frac{3}{5}$

$\frac{40x - 75 + 60x}{60} < \frac{36}{60}$

$100x > 111$

$x > \frac{111}{100}$

$S = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x > \frac{111}{100}\right\}$

h) $7 \cdot (x - 2) + 5 \cdot (3 - 2x) > 4 \cdot (3 - x)$

$7x - 14 + 15 - 10x > 12 - 4x$

$7x - 10x + 4x > 12 + 14 - 15$

$x > 11$

$S = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 11\}$

i) $\frac{x}{3} - 1 \geq \frac{3 - 2x}{8}$

$\frac{8x - 24}{24} \geq \frac{9 - 6x}{24}$

$8x + 6x \geq 9 + 24$

$14x \geq 33$

$x \geq \frac{33}{14}$

$S = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq \frac{33}{14}\right\}$

CAPÍTULO 6 – SISTEMAS DE EQUAÇÕES

1. Técnicas operatórias para resolução de sistemas

Método da substituição

Exemplo 1

No sítio de Luzia, há patos e ovelhas num total de 17 animais. Ao todo são 48 pés. Quantos patos e quantas ovelhas há nesse sítio?

Resolução

Na 1ª equação vamos representar a quantidade de animais: patos e ovelhas.

1ª equação:

$x + y = 17$

→ total de animais

→ número de ovelhas

→ número de patos

Na 2ª equação vamos representar quantidade total de pés: dos patos e das ovelhas.

2ª equação:

$2x + 4y = 48$

→ total de pés

→ 4 pés por ovelha

→ 2 pés por pato

O sistema formado pelas duas equações é:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

No método da substituição, isolamos uma das variáveis em uma das equações e substituímos na outra equação. Vamos isolar x.

$x + y = 17 \rightarrow x = 17 - y$

Substituindo esse valor de x na 2ª equação:

$2x + 4y = 48 \rightarrow 2\,(17 - y) + 4y = 48$

Desenvolvendo-a, encontramos:

$34 - 2y + 4y = 48$

$2y = 14 \rightarrow y = 7$

Substituindo o valor de y na equação $x = 17 - y$:

$x = 17 - y \rightarrow x = 17 - 7 \rightarrow x = 10$

Resposta: No sítio há 10 ovelhas e 7 patos.

Exemplo 2

Em uma sala de aula havia 40 alunos. Quando 7 meninas saíram, o número de meninos passou a ser o dobro do número de meninas. Quantos meninos estavam na sala?

Resolução

Vamos chamar de **x** a quantidade de meninas e de **y** a quantidades de meninos.

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ y = 2(x - 7) \end{cases}$$

Agora, vamos resolvê-lo. Como a incógnita **y** está isolada na segunda equação, podemos usar o método da substituição. Temos, então:

$$x + y = 40$$
$$x + 2(x - 7) = 40$$
$$x + 2x - 14 = 40$$
$$3x = 40 + 14$$
$$3x = 54$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{54}{3}$$
$$x = 18$$

Substituindo esse valor na primeira equação, temos:

$$18 + y = 40$$
$$y = 40 - 18$$
$$y = 22$$

Logo, havia 22 meninos na sala de aula.

1. Em um estacionamento havia carros e motocicletas no total de 44 veículos e 152 rodas. Calcule o número de carros e de motocicletas estacionados.

Carros x, Motos y

$x + y = 44$ (quantidade de veículos)

$4x + 2y = 152$ (quantidade de rodas)

$$\begin{cases} x + y = 44 \rightarrow y = 44 - x \\ 4x + 2y = 152 \end{cases}$$

$$4x + 2y = 152$$
$$4x + 2(44 - x) = 152$$
$$4x + 88 - 2x = 152$$
$$2x + 88 = 152$$
$$2x = 152 - 88$$
$$2x = 64$$
$$x = \frac{64}{2}$$
$$x = 32$$

Como $x + y = 44$ e $x = 32$, temos:

$$32 + y = 44$$
$$y = 44 - 32$$
$$y = 12$$

Resposta: 32 carros e 12 motos.

2. Resolva os sistemas.

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

$x = 5 - y$
$5 - y - y = 1$
$-2y = 1 - 5$
$-2y = -4$
$y = 2$
$x = 5 - 2 \longrightarrow x = 3$

$S = \{(3,2)\}$

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9 \end{cases}$

$x = 1 + y$
$1 + y + y = 9$
$2y = 8$
$y = 4$
$x = 1 + 4 \longrightarrow x = 5$

$S = \{(5,4)\}$

c) $\begin{cases} x = 2 + y \\ x + y = 6 \end{cases}$

$x = 2 + y$
$2 + y + y = 6$
$2y = 4$
$y = 2$
$x = 2 + 2$
$x = 4$

$S = \{(4,2)\}$

d) $\begin{cases} y = 3 + x \\ x + y = 5 \end{cases}$

$y = 3 + x$
$x + 3 + x = 5$
$2x = 2$
$x = 1$
$y = 3 + 1$
$y = 4$

$S = \{(1,4)\}$

e) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 12 \end{cases}$

$x = 2 + y$
$2 + y + y = 12$
$2y = 10$
$y = 5$
$x = 2 + 5$
$x = 7$

$S = \{(7,5)\}$

f) $\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x = 9 - y$
$9 - y - y = 3$
$-2y = 3 - 9$
$-2y = -6$
$y = 3$
$x = 9 - 3$
$x = 6$

$S = \{(6,3)\}$

g) $\begin{cases} x = 5 - 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

$x = 5 - 2y$
$5 - 2y + 3y = 10$
$y = 10 - 5$
$y = 5$
$x = 5 - 2 \cdot 5$
$x = 5 - 10$
$x = -5$

$S = \{(-5,5)\}$

h) $\begin{cases} y = 3 - 5x \\ x + 2y = 15 \end{cases}$

$y = 3 - 5x$
$x + 2\,(3 - 5x) = 15$
$x + 6 - 10x = 15$
$-9x = 9$
$x = -1$
$y = 3 - 5\,(-1)$
$y = 3 + 5$
$y = 8$

$S = \{(-1,8)\}$

Método da adição

O **método da adição** é utilizado para eliminar uma das incógnitas na resolução de um sistema.

1º caso: quando os coeficientes de uma incógnita são simétricos.

$$\begin{cases} 2x - \cancel{5y} = 2 \\ 3x + \cancel{5y} = 28 \end{cases} \oplus \qquad \text{(Somam-se as equações membro a membro.)}$$

$$5x \quad = 30$$

$$x = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$$

Substituindo o valor de x em uma das equações, temos:

$3x + 5y = 28$

$3 \cdot 6 + 5y = 28$

$18 + 5y = 28$

$5y = 28 - 18 = 10$

$y = \frac{10}{5} \rightarrow y = 2$

Solução: $x = 6$ e $y = 2$.

3. Resolva os sistemas.

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$x + \cancel{y} = 7$
$x - \cancel{y} = 3$
$2x = 10$

$x = 5$

$5 + y = 7$
$y = 2$

$S = \{(5,2)\}$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

$x + \cancel{y} = 2$
$2x - \cancel{y} = 1$
$3x = 3$

$x = 1$

$1 + y = 2$
$y = 1$

$S = \{(1,1)\}$

c) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 5x - 5y = 5 \end{cases}$

$3x + \cancel{5y} = 11$
$5x - \cancel{5y} = 5$
$8x = 16$

$x = 2$

$3 \cdot 2 + 5y = 11$
$5y = 5$
$y = 1$

$S = \{(2,1)\}$

d) $\begin{cases} x + y = 7 \\ -x + y = -5 \end{cases}$

$\cancel{x} + y = 7$
$-x - y = -5$
$2\cancel{y} = 2$

$y = 1$

$x + 1 = 7$
$x = 6$

$S = \{(6,1)\}$

$2^{\underline{o}}$ caso: quando os coeficientes de uma das incógnitas são iguais.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 3y = 11 \end{cases}$$

Multiplicamos uma das equações por −1, de modo a obter coeficientes simétricos.

$$\begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 4x - 3y = 11 \end{cases}$$
$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5$$

Substituindo o valor de x em uma das equações:

$2x - 3y = 1$

$2 \cdot 5 - 3y = 1$

$10 - 3y = 1$

$-3y = 1 - 10$

$-3y = -9 \rightarrow y = 3 \qquad S = \{(5,3)\}$

4. Resolva os sistemas.

a) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x + 8y = 12 \end{cases}$

$-\cancel{2x} - y = -5$

$\cancel{2x} + 8y = 12$

$7y = 7 \rightarrow y = 1$

$2x + y = 5$

$2x + 1 = 5$

$2x = 4 \rightarrow x = 2$

$S = \{(2,1)\}$

b) $\begin{cases} 5x - 4y = 15 \\ 6x - 4y = 18 \end{cases}$

$-5x + \cancel{4y} = -15$

$6x - \cancel{4y} = 18$

$x = 3$

$5x - 4y = 15$

$5 \cdot 3 - 4y = 15$

$15 - 4y = 15$

$-4y = 0$

$y = 0$

$S = \{(3,0)\}$

c) $\begin{cases} 3x + 7y = 38 \\ x + 7y = 36 \end{cases}$

$3x + \cancel{7y} = 38$

$-x - \cancel{7y} = -36$

$2x = 2 \rightarrow x = 1$

$3x + 7y = 38$

$3 \cdot 1 + 7y = 38$

$7y = 35 \rightarrow y = 5$

$S = \{(1,5)\}$

d) $\begin{cases} 6x + y = 25 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$

$\cancel{6x} + y = 25$

$-\cancel{6x} + 2y = -10$

$3y = 15$

$y = 5$

$6x + 5 = 25$

$6x = 20$

$x = \frac{20}{6}$

$x = \frac{10}{3} \qquad S = \left\{\left(\frac{64}{2}, 5\right)\right\}$

e) $\begin{cases} x + y = 9 \\ x + 3y = 23 \end{cases}$

$-\cancel{x} - y = -9$
$\cancel{x} + 3y = 23$
$2y = 14$
$y = 7$

$x + y = 9$
$x + 7 = 9 \longrightarrow x = 2$

$S = \{(2,7)\}$

f) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$

$-\cancel{x} - y = -3$
$\cancel{x} + 3y = 11$
$4y = 8$
$y = 2$

$x - y = 3$
$x - 2 = 3 \longrightarrow x = 5$
$S = \{(5,2)\}$

g) $\begin{cases} x - 5y = -7 \\ 5x - 5y = 5 \end{cases}$

$-x + \cancel{5y} = 7$
$5x - \cancel{5y} = 5$
$4x = 12$
$x = 3$

$x - 5y = -7$
$3 - 5y = -7$
$-5y = -10 \longrightarrow y = 2$
$S = \{(3,2)\}$

h) $\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ 13x - 2y = 10 \end{cases}$

$-8x + \cancel{2y} = -10$
$13x - \cancel{2y} = 10$
$5x = 0$
$x = 0$

$8x - 2y = 10$
$8 \cdot 0 - 2y = 10$
$-2y = 10 \longrightarrow y = -5$
$S = \{(0,-5)\}$

3º caso: quando os coeficientes das incógnitas são diferentes e não simétricos.

$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x + 5y = 13 \end{cases}$

Multiplicamos uma das equações por –1, de modo a obter coeficientes simétricos.

$2x + 2y = 8 \cdot (4) \rightarrow$ $\cancel{12x} + 8y = 32$
$4x + 5y = 13 \cdot (-3) \rightarrow$ $-\cancel{12x} - 15y = -39$

$-7y = -7$
$y = 1$

Depois substituímos o valor de y em uma das equações.

$3x + 2y = 8$
$3x + 2 \cdot 1 = 8$
$3x + 2 = 8$
$3x = 8 - 2$
$3x = 6$
$x = 2$

Solução: x = 2 e y = 1.

5. Resolva os sistemas.

a) $\begin{cases} 2x - 8y = 32 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

$2x - 8y = 32 \cdot (1) \longrightarrow \quad 2x - 8y = 32$
$x + 3y = 2 \cdot (-2) \longrightarrow \quad -2x - 6y = -4$
$14y = 28$

$x + 3y = 2 \qquad y = -2$
$x + 3(-2) = 2$
$x - 6 = 2 \longrightarrow x = 8$
$S = \{(8, -2)\}$

b) $\begin{cases} 3x - 15y = 18 \\ 6x - 10y = 36 \end{cases}$

$3x - 15y = 18 \cdot (-6) \longrightarrow -\cancel{18x} + 90y = -108$
$6x - 10y = 36 \cdot (3) \longrightarrow \cancel{18x} - 30y = 108$
$60y = 0$

$3x - 15y = 18 \qquad y = 0$
$3x - 15(0) = 18$
$3x = 18 \longrightarrow x = 6$

$S = \{(6, 0)\}$

c) $\begin{cases} 6x + y = 37 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$

$6x + y = 37 \cdot (-3)$
$-18x - \cancel{3y} = -111$
$x + \cancel{3y} = 9$
$-17x = -102$
$x = 6$

$x + 3y = 9$
$6 + 3y = 9$
$y = 1 \qquad S = \{(6, 1)\}$

d) $\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

$x - 2y = 3 \cdot (1) \longrightarrow 2x - 4y = 6$

$2x + \cancel{4y} = 6$
$2x - \cancel{4y} = 6$
$4x = 12 \longrightarrow x = 3$

$x - 2y = 3$
$3 - 2y = 3$
$-2y = 0 \longrightarrow y = 0$
$S = \{(3, 0)\}$

e) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 6x + 2y = 10 \end{cases}$

$-2x - \cancel{2y} = -4$ (multiplicando por -2)
$6x + \cancel{2y} = 10$
$4x = 6 \longrightarrow x = \frac{6}{4} \longrightarrow x = \frac{3}{2}$

$x + y = 2 \longrightarrow \frac{3}{2} + y = 2 \longrightarrow$

$\longrightarrow \frac{3 + 2y}{2} = \frac{4}{2} \longrightarrow$

$\longrightarrow 2y = 1 \longrightarrow$

$\longrightarrow y = \frac{1}{2}$

$S = \left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$

f) $\begin{cases} 9x + 4y = 6 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$

$9x + y = 6 \cdot (2) \longrightarrow 18x + 2y = 12$

$18x + \cancel{2y} = 12$
$3x - \cancel{2y} = -5$
$21x = 7 \longrightarrow x = \frac{7}{21} \longrightarrow x = \frac{1}{3}$

$9x + y = 6$

$\cancel{9} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} + y = 6$

$3 + y = 6 \qquad y = 3$

$S = \left\{\left(\frac{1}{3}, 3\right)\right\}$

2. Sistema de equações com números fracionários

Determine a solução do sistema: $\begin{cases} x - y = 1 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 7 \end{cases}$

Resolução

1º passo: simplificar a 2ª equação.

$\dfrac{2x + 3y}{6} = \dfrac{42}{6}$ ou $2x + 3y = 42$

Podemos escrever o sistema da seguinte forma:

$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 42 \end{cases}$

Resolvendo-o, encontramos a seguinte solução: $x = 9$ e $y = 8$.

6. Resolva os sistemas.

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 3 \\ \dfrac{x}{6} - \dfrac{y}{2} = -1 \end{cases}$ $\dfrac{4x + 3y}{12} = \dfrac{36}{12}$ $\dfrac{x - 3y}{6} = \dfrac{-6}{6}$

$4x + \cancel{3y} = 36$
$x - \cancel{3y} = -6$
$5x = 30$
$x = 6$

$x - 3y = -6$
$6 - 3y = -6$
$-3y = -12 \longrightarrow y = 4$
$S = \{(6,4)\}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ $\dfrac{2x + y}{4} = \dfrac{16}{4}$

$2x + \cancel{y} = 16$
$x - \cancel{y} = 2$
$3x = 18$
$x = 6$

$2x + y = 16$
$2 \cdot 6 + y = 16$
$y = 16 - 12 \longrightarrow y = 4$
$S = \{(6,4)\}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{5} = 4 \\ 3x + y = 35 \end{cases}$ $\dfrac{5x + 2y}{10} = \dfrac{40}{10}$

$5x - 2y = 40$
$3x + y = 35 \cdot (2) \longrightarrow 6x + 2y = 70$

$5x - \cancel{2y} = 40$
$6x + \cancel{2y} = 70$
$11x = 110 \longrightarrow x = 10$

$3x + y = 35$
$3 \cdot 10 + y = 35$
$y = 35 - 30 \longrightarrow y = 5$
$S = \{(10, 5)\}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 3 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$ $\dfrac{3x + 2y}{6} = \dfrac{18}{6}$

$3x + \cancel{2y} = 18$
$3x - \cancel{2y} = 6$
$6x = 24 \longrightarrow x = 4$

$3x - 2y = 6$
$3 \cdot 4 - 2y = 6$
$-2y = 6 - 12$
$-2y = -6 \longrightarrow y = 3$
$S = \{(4, 3)\}$

7. Resolva os sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{8}{3} \end{cases}$

$x + y = 6$

$\dfrac{3x + 2y}{6} = \dfrac{16}{6}$

$x = 6 - y$
$3\,(6 - y) + 2y = 16$
$18 - 3y + 2y = 16$
$-y = -2 \longrightarrow y = 2$
$x = 6 - 2$
$x = 4 \longrightarrow S = \{(4, 2)\}$

b) $\begin{cases} x = 4 + y \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{5} = 2 \end{cases}$

$x = 4 + y$

$\dfrac{5x + 2y}{10} = \dfrac{20}{10}$

$5\,(4 + y) + 2y = 20$
$20 + 5y + 2y = 20$
$7y = 0 \longrightarrow y = 0$
$x = 4 + 0$
$x = 4 \longrightarrow S = \{(4, 0)\}$

c) $\begin{cases} y = x - 2 \\ \dfrac{x}{5} + y = \dfrac{8}{5} \end{cases}$

$y = x - 2$

$\dfrac{x + 5y}{5} = \dfrac{8}{5}$

$x + 5\,(x - 2) = 8$
$x + 5x - 10 = 8$
$6x = 18 \longrightarrow x = 3$
$y = 3 - 2$
$y = 1 \longrightarrow S = \{(3, 1)\}$

d) $\begin{cases} x - y = -5 \\ 3 \cdot (x + y) = 27 \end{cases}$

$x = -5 + y$
$3x + 3y = 27$
$3\,(-5 + y) + 3y = 27$
$-15 + 3y + 3y = 27$
$6y = 42 \longrightarrow y = 7$
$x = -5 + 7$
$x = 2 \longrightarrow S = \{(2, 7)\}$

e) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3 \cdot (x - y) = -3 \end{cases}$

$x = 5 - y$
$3x - 3y = -3$
$3\,(5 - y) - 3y = -3$
$15 - 3y - 3y = -3$
$-6y = -18 \longrightarrow y = 3$
$x = 5 - 3$
$x = 2 \longrightarrow S = \{(2, 3)\}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} + \dfrac{y}{2} = \dfrac{13}{10} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

$\dfrac{2x + 5y}{10} = \dfrac{13}{10}$

$y = 2x - 1$
$2x + 5\,(2x - 1) = 13$
$2x + 10x - 5 = 13$
$12x = 18$
$x = \dfrac{18}{12}$ ou $x = \dfrac{3}{2}$
$y = 2 \cdot \dfrac{3}{2} - 1$

$y = 3 - 1$
$y = 2 \longrightarrow S = \left\{\left(\dfrac{3}{2}, 2\right)\right\}$

3. Problemas com equações de 1º grau com duas variáveis

Problema 1

A soma de dois números naturais é 30, e a diferença entre eles é 6. Quais são esses números?

Resolução

Vamos chamar de x o primeiro número e de y o segundo.

- a soma: $x + y = 30$
- a diferença: $x - y = 6$

Resolvendo o sistema pelo método da adição:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$2x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{2} \rightarrow x = 18$$

Substituindo o valor de x na primeira equação:

$x + y = 30$

$18 + y = 30$

$y = 30 - 18 \rightarrow y = 12$

Resposta: Os números são 18 e 12.

Problema 2

A soma das idades de um pai e de seu filho é 64 anos. A idade do pai é o triplo da idade do filho. Determine quantos anos tem cada um.

Resolução

x: idade do pai

y: idade do filho

$$\begin{cases} x + y = 64 \\ x = 3y \end{cases}$$

Substituindo $x = 3y$ na primeira equação:

$$3y + y = 64 \rightarrow 4y = 64 \rightarrow y = \frac{64}{4} \rightarrow y = 16$$

$$x = 3y \rightarrow x = 3 \cdot 16 \rightarrow x = 48$$

Resposta: O pai tem 48 anos e o filho tem 16.

8. Resolva os seguintes problemas.

a) Determine dois números cuja soma é 45 e um deles é o dobro do outro.

$$\begin{cases} 5x - 4y = 15 \\ 6x - 4y = 18 \end{cases}$$

$2y + y = 45$
$3y = 45 \longrightarrow y = 15$
$x = 2y$
$x = 2 \cdot 15 \longrightarrow x = 30$

Reposta: Os números são 30 e 15.

b) Determine dois números cuja diferença é 10 e um deles é o triplo do outro.

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x = 3y \end{cases}$$

$3y - y = 10$
$2y = 10 \longrightarrow y = 5$
$x = 3y$
$x = 3 \cdot 5 \longrightarrow x = 15$

Reposta: Os números são 15 e 5.

c) Duas famílias têm juntas 18 filhos. Uma delas possui o dobro da quantidade de filhos da outra. Quantos filhos tem cada família?

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ x = 2y \end{cases}$$

$2y + y = 18$
$3y = 18 \longrightarrow y = 6$
$x = 2 \cdot 6 \longrightarrow x = 12$

Reposta: Uma família tem 6 filhos e a outra, 12 filhos.

d) Determine dois números, sendo a soma 60 e a diferença 16.

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 60 \\ x - \cancel{y} = 16 \end{cases}$$

$2x = 76$
$x = 38$

$38 + y = 60 \longrightarrow y = 22$

Reposta: Os números são 38 e 22.

e) Determine dois números cuja soma é 22 e a diferença entre o dobro do primeiro e o triplo do segundo é 9.

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$$

$x = 22 - y$
$2\,(22 - y) - 3y = 9 \longrightarrow 44 - 2y - 3y = 9 \longrightarrow$
$-5y = -35 \longrightarrow y = 7$
$x = 22 - y \longrightarrow x = 22 - 7 \longrightarrow x = 15$

Reposta: Os números são 15 e 7.

f) A soma de dois números é 20. O quíntuplo de um deles menos o triplo do outro é 4. Calcule esses números.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$$

$x = 20 - y$
$5\,(20 - y) - 3y = 4 \longrightarrow 100 - 5y - 3y = 4 \longrightarrow$
$-8y = -96 \longrightarrow y = 12$
$x = 20 - y \longrightarrow x = 20 - 12 \longrightarrow x = 8$

Reposta: Os números são 8 e 12.

g) A soma das idades de duas pessoas é 42 anos. Sabe-se que uma delas tem 18 anos a mais que a outra. Calcule essas idades.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x = y + 18 \end{cases}$$

$y + 18 + y = 42$
$2y = 24 \longrightarrow y = 12$
$x = y + 18$
$x = 12 + 18 \longrightarrow x = 30$

Reposta: As idades são 30 anos e 12 anos.

h) Foram distribuídos R$ 120,00 entre duas pessoas. Sabe-se que uma recebeu R$ 30,00 a mais que outra. Quanto recebeu cada uma?

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x = y + 30 \end{cases}$$

$y + 30 + y = 120$
$2y = 90 \longrightarrow y = 45$
$x = y + 30$
$x = 45 + 30 \longrightarrow x = 75$

Reposta: Uma pessoa recebeu R$ 75,00 e a outra , R$ 45,00.

i) Em uma oficina há automóveis e motocicletas, num total de 18 veículos e 56 rodas. Quantos são os automóveis e as motocicletas?

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$$

$x = 18 - y$
$4\,(18 - y) + 2y = 56$
$72 - 4y + 2y \longrightarrow y = 8$
$-2y = -16 \longrightarrow y = 8$
$x = 18 - y \longrightarrow x = 18 - 8 \longrightarrow x = 10$

Reposta: São 10 automóveis e 8 motocicletas.

j) Em uma fazenda há porcos e galinhas, num total de 45 cabeças e 130 pés. Quantos são os animais de cada espécie?

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 4x + 2y = 130 \end{cases}$$

$x = 45 - y$
$4\,(45 - y) + 2y = 130$
$180 - 4y + 2y = 130$
$-2y = -50 \longrightarrow y = 25$
$x = 45 - y \longrightarrow x = 45 - 25 \longrightarrow x = 20$

Reposta: São 20 porcos e 25 galinhas.

k) Numa loja há bicicletas e triciclos (três rodas), num total de 69 rodas e 27 veículos. Quantas são as bicicletas e quantos são os triciclos?

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 2x + 3y + 69 \end{cases}$$

$x = 27 - y$
$2\,(27 - y) + 3y = 69$
$54 - 2y + 3y = 69$
$y = 15$
$x = 27 - 15 \longrightarrow x = 12$

Reposta: São 12 bicicletas e 15 triciclos.

CAPÍTULO 7 – RAZÕES E PROPORÇÕES

1. Razão entre duas grandezas

Razão entre duas grandezas corresponde ao quociente entre seus valores.

Observe o quadro.

Réptil	Tamanho máximo
Jacaré do Pantanal	2,5 m
Jacaré-açu, da Amazônia	6 m
Crocodilo que vive na Ásia e na Austrália (maior réptil do planeta)	7 m

a) Qual é a razão entre o comprimento:

- do maior réptil do planeta e do jacaré do Pantanal?

$$\frac{7\text{m}}{2{,}5\text{ m}} = \frac{7}{2{,}5}$$

Resposta: A razão é de 7 para 2,5.

- do jacaré-açu e do jacaré do Pantanal?

$$\frac{6\text{ m}}{2{,}5\text{ m}} = \frac{6}{2{,}5}$$

Resposta: A razão é de 6 para 2,5.

- do jacaré-açu e do maior réptil do planeta?

$$\frac{6\text{ m}}{7\text{ m}} = \frac{6}{7}$$

Resposta: A razão é de 6 para 7.

b) Qual é a razão entre 1 m e 200 cm?

$$\frac{1\text{ m}}{200\text{ cm}} = \frac{1\text{ m}}{2\text{ m}} = \frac{1}{2}$$

Resposta: A razão é de 1 para 2.

2. Velocidade média

É a razão entre a distância percorrida por um móvel e o tempo gasto para percorrer essa distância.

Exemplo:

A velocidade média de um trem-bala que percorre 800 km em 2 horas é dada pela razão $\frac{800}{2\text{h}}$. Ou seja, a velocidade média desse trem é de 400 km/h.

1. Determine a velocidade média desenvolvida por um trem ao percorrer uma distância de 250 km em 5 horas.

$$v_m = \frac{250\text{ km}}{5\text{ h}} = 50\text{ km/h}$$

Resposta: 50 km/h

2. Um motorista percorre uma distância de 220 km em 4 horas. Qual a velocidade média desenvolvida?

$$v_m = \frac{220\text{ km}}{4\text{ h}} = 55\text{ km/h}$$

Resposta: 55 km/h

3. Densidade demográfica

É a razão entre o número de habitantes (população) de uma região e a área dessa região.

Exemplos:

Segundo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), a cidade de Florianópolis tem 421 240 habitantes, em uma área aproximada de 675 km².

Fonte: http://www.ibge.gov.br/cidadesat/painel/painel.php?codmun=420540 em 11/01/2013.

Sua densidade demográfica é dada pela razão:

$$d = \frac{421\ 240 \text{ hab}}{675 \text{ km}^2}$$

$$d \cong 624 \text{ hab/km}^2$$

A cidade de Rio Branco, capital do Acre, tem aproximadamente 336 038 habitantes em uma área de 8 836 km².

Sua densidade demográfica é de:

$$d = \frac{336\ 038 \text{ hab}}{8\ 836 \text{ km}^2} \cong 37 \text{ hab/km}^2$$

3. Um país tem 100 000 000 de habitantes e uma área de 5 000 000 km². Qual a densidade demográfica desse país?

$$d = \frac{100\ 000\ 000 \text{ hab}}{5\ 000\ 000 \text{ km}^2} = 20 \text{ hab/km}^2$$

Resposta: 20 hab/km²

4. Determine a densidade demográfica de uma cidade com 20 000 habitantes e uma área de 400 km².

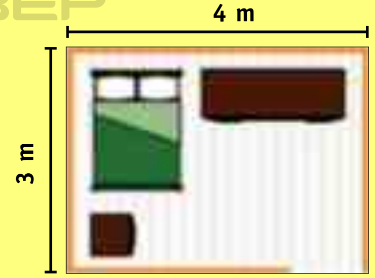
$$d = \frac{20\ 000 \text{ hab}}{400 \text{ km}^2} = 50 \text{ hab/km}^2$$

Resposta: 50 hab/km²

4. Escala

Escala é a razão entre a medida do comprimento de um desenho e a medida do comprimento real do objeto. Exemplo:

A planta deste dormitório foi desenhada na escala de $\frac{1}{100}$ (1 : 100), o que significa dizer que cada 1 cm no desenho corresponde a 100 cm ou 1 metro do comprimento real.



Sabendo que o desenho tem 4 cm de comprimento e 3 cm de largura, vamos calcular o comprimento real do quarto.

4 cm × 100 = 400 cm = 4 m
(comprimento real do quarto)

3 cm × 100 = 300 cm = 3 m
(largura real do quarto)

Logo, as dimensões reais do quarto são 4 m e 3 m.

Indicamos por 4 m × 3 m
(lê-se: 4 m por 3 m).

5. Em um desenho, um comprimento de 10 m está representado por 5 cm. Qual a escala utilizada para fazer esse desenho?

$$\frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ m}} = \frac{5 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = \frac{1}{200}$$

Resposta: 1 : 200

6. Sabendo que 10 cm em um desenho correspondem a 5 m na realidade, determine a escala usada nesse desenho.

$\frac{10\,cm}{5\,cm} = \frac{10\,cm}{500\,cm} = \frac{1}{50}$

Resposta: 1 : 50

7. A miniatura de um carro foi construída na escala de 1 : 50. Determine o comprimento e a largura desse carro.

$\frac{1}{50} = \frac{4\,cm}{x}$

$x = 4 \cdot 50 = 200\,cm = 2\,m$

$\frac{1}{50} = \frac{10\,cm}{y}$

Resposta: comprimento = 5 m ; largura = 2 m.

8. Calcule a razão em quilômetros por hora de um carro que percorre 500 km em 5 horas.

$\frac{500\,km}{5\,h} = 100\,km/h$

Resposta: 100 km/h

5. Proporção

Dizer que a **razão** entre o número de meninas e o número de meninos de um colégio é $\frac{2}{3}$, significa:

- para cada 2 meninas existem 3 meninos, ou
- para cada 4 meninas existem 6 meninos, ou
- para cada 6 meninas existem 9 meninos etc.

Lembre-se que as frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ são equivalentes. Simplificando as frações $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$, chegaremos na fração $\frac{2}{3}$.

Chamamos a igualdade entre razões de **proporção**.

A proporção $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ lê-se "4 está para 6 assim como 6 está para 9".

Para resolver um problema que envolve proporção, basta **multiplicar em cruz**, como mostra o exemplo:

$\frac{3}{4} = \frac{x}{8} \rightarrow 4 \cdot x = 3 \cdot 8 \rightarrow$

$\rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = \frac{3}{4} \rightarrow \boxed{x = 6}$

9. Determine o valor de x nas proporções.

a) $\frac{15}{4} = \frac{30}{x}$

$15 \cdot x = 4 \cdot 30$

$15x = 120$

$x = \frac{120}{15}$

$x = 8$

b) $\frac{3}{5} = \frac{x}{10}$

$5 \cdot x = 3 \cdot 10$

$5x = 30$

$x = \frac{30}{5}$

$x = 6$

c) $\frac{1}{x} = \frac{3}{9}$

$3 \cdot x = 1 \cdot 9$

$3x = 9$

$x = \frac{9}{3}$

$x = 3$

d) $\frac{x}{15} = \frac{1}{5}$

$5 \cdot x = 1 \cdot 15$

$5x = 15$

$x = \frac{15}{5}$

$x = 3$

e) $\frac{x}{9} = \frac{3}{1}$

$x \cdot 1 = 3 \cdot 9$

$x = 27$

f) $\frac{y}{2} = \frac{15}{10}$

$10 \cdot y = 2 \cdot 15$

$10y = 30$

$y = \frac{30}{10}$

$y = 3$

g) $\frac{5}{y} = \frac{3}{6}$

$3 \cdot y = 5 \cdot 6$

$3y = 30$

$y = \frac{30}{3}$

$y = 10$

h) $\frac{7}{8} = \frac{14}{a}$

$7 \cdot a = 8 \cdot 14$

$7a = 112$

$a = \frac{112}{7}$

$a = 16$

i) $\frac{t}{9} = \frac{2}{7}$

$7 \cdot t = 2 \cdot 9$

$7t = 18$

$t = \frac{18}{7}$

j) $\frac{10}{m} = \frac{1}{3}$

$m \cdot 1 = 3 \cdot 10$

$m = 30$

k) $\frac{1}{7} = \frac{x}{8}$

$7 \cdot x = 1 \cdot 8$

$7x = 8$

$x = \frac{8}{7}$

l) $\frac{11}{5} = \frac{x}{10}$

$5 \cdot x = 11 \cdot 10$

$5x = 110$

$x = \frac{110}{5}$

$x = 22$

m) $\frac{45}{9} = \frac{15}{x}$

$45 \cdot x = 15 \cdot 9$

$45x = 135$

$x = \frac{135}{45}$

$x = 3$

n) $\frac{z}{100} = \frac{216}{600}$

$600 \cdot z = 216 \cdot 100$

$600z = 21600$

$z = \frac{21600}{600}$

$z = 36$

Outro exemplo de proporção:

$\frac{1}{4} = \frac{x + 3}{20} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{(x + 3)}{20}$

(sempre coloque parênteses nas expressões)

$4 \cdot (x + 3) = 1 \cdot 20 \rightarrow 4x + 12 = 20$

$4x = 20 - 12 \rightarrow 4x = 8$

$x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$

10. Determine o valor de x nas proporções a seguir.

a) $\frac{2}{x + 1} = \frac{1}{5}$

$1 \cdot (x + 1) = 2 \cdot 5$
$x + 1 = 10$
$x = 10 - 1$
$x = 9$

b) $\frac{5}{x - 3} = \frac{2}{8}$

$2 \cdot (x - 3) = 5 \cdot 8$
$2x - 6 = 40$
$2x = 40 + 6$
$2x = 46$
$x = \frac{46}{2}$
$x = 23$

c) $\frac{2}{9} = \frac{x + 1}{18}$

$9 \cdot (x + 1) = 2 \cdot 18$
$9x + 9 = 36$
$9x = 36 - 9$
$9x = 27$
$x = \frac{27}{9}$
$x = 3$

d) $\frac{5}{x} = \frac{4}{x - 1}$

$5 \cdot (x - 1) = 4 \cdot x$
$5x - 5 = 4x$
$5x - 4x = 5$
$x = 5$

e) $\frac{4}{3x + 2} = \frac{1}{2}$

$1 \cdot (3x + 2) = 4 \cdot 2$
$3x + 2 = 8$
$3x = 8 - 2$
$3x = 6$
$x = \frac{6}{3}$
$x = 2$

f) $\frac{3x}{4} = \frac{x + 3}{2}$

$2 \cdot 3x = 4 \cdot (x + 3)$
$6x = 4x + 12$
$6x - 4x = 12$
$2x = 12$
$x = \frac{12}{2}$
$x = 6$

g) $\frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$

$3 \cdot (x + 1) = 2 \cdot (x + 2)$
$3x + 3 = 2x + 4$
$3x - 2x = 4 - 3$
$x = 1$

h) $\frac{5x - 3}{14} = \frac{1}{2}$

$2 \cdot (5x - 3) = 14 \cdot 1$
$10x - 6 = 14$
$10x = 14 + 6$
$10x = 20$
$x = \frac{20}{10}$
$x = 2$

i) $\frac{x - 1}{x - 2} = \frac{3}{2}$

$3 \cdot (x - 2) = 2 \cdot (x - 1)$
$3x - 6 = 2x - 2$
$3x - 2x = -2 + 6$
$x = 4$

j) $\frac{2x - 1}{x - 2} = \frac{1}{2}$

$2 \cdot (2x - 1) = 1 \cdot (x - 2)$
$4x - 2 = x - 2$
$4x - x = -2 + 2$
$3x = 0$
$x = \frac{0}{3}$
$x = 0$

CAPÍTULO 8 – GRANDEZAS PROPORCIONAIS

1. Regra de três

Regra de três é o processo utilizado para resolver problemas de proporcionalidade, em que são conhecidos três termos e se procura o valor do 4º termo.

Uma regra de três é simples quando há apenas duas grandezas envolvidas, e é composta quando há mais de duas.

2. Regra de três simples

Problema 1

Uma costureira gasta 18 metros de tecido para fazer 12 camisas. Quanto tecido ela gasta para fazer 16 camisas?

Resolução

camisas	tecido (metros)
12 ↓	18 ↓
16	x

Observe: “Quanto mais camisas, mais tecido.”

Então essas grandezas são **diretamente proporcionais**, e desenhamos as setas no mesmo sentido. Resolvendo a proporção:

$\frac{12}{16} = \frac{18}{x}$ $\quad 12 \cdot x = 18 \cdot 16$ $\quad 12x = 288 \longrightarrow x = \frac{288}{12} \longrightarrow x = 24$

Resposta: Gastará 24 metros.

Problema 2

Seis homens constroem um muro em 12 dias. Quantos dias serão necessários para 9 homens construírem o mesmo muro?

Resolução

homens	dias
6 ↑	12 ↓
9	x

Observe: “Quanto mais homens menos dias.”

Então essas grandezas são **inversamente proporcionais**, e desenhamos as setas em sentidos contrários.

Montamos a proporção invertendo os termos da razão que não possui o x.

$\frac{9}{6} = \frac{12}{x}$ $\quad 9x = 6 \cdot 12$ $\quad 9x = 72 \longrightarrow x = \frac{72}{9} \longrightarrow x = 8$

Resposta: Serão necessários 8 dias.

Resolva os problemas.

1. Um automóvel com a velocidade de 60 km/h faz um percurso em 12 horas. Quanto tempo gastará para fazer o mesmo percurso com velocidade de 90 km/h?

velocidade	tempo
60 ↑	12 ↓
90	x

$$\frac{9\cancel{0}}{6\cancel{0}} = \frac{12}{x}$$

$9 \cdot x = 6 \cdot 12$

$9x = 72 \longrightarrow x = \frac{72}{9} \longrightarrow x = 8$

Resposta: Gastará 8 horas.

2. Se 4 metros de um tecido custam R$ 18,00, quanto custarão 12 metros desse tecido?

metros	custo
4 ↓	18 ↓
12	x

$$\frac{{}^{1}\cancel{4}}{{}_{3}\cancel{12}} = \frac{18}{x}$$

$1 \cdot x = 3 \cdot 18$

$x = 54$

Resposta: Custarão R$ 54,00.

3. Se 10 máquinas produzem 800 peças, quantas peças serão produzidas por 15 dessas máquinas?

máquinas	peças
10 ↓	800 ↓
15	x

$$\frac{10}{15} = \frac{800}{x}$$

$10 \cdot x = 800 \cdot 15$

$10x = 12\,000$

$x = 1\,200$

Resposta: Serão produzidas 1 200 peças.

4. Se 6 operários fazem um trabalho em 30 dias, em quantos dias 15 operários farão o mesmo trabalho?

operários	dias
6 ↑	30 ↓
15	x

$$\frac{15}{6} = \frac{30}{x}$$

$15 \cdot x = 30 \cdot 6$

$15x = 180 \longrightarrow x = \frac{180}{15} \longrightarrow x = 12$

Resposta: Farão em 12 dias.

5. Um automóvel com a velocidade de 40 km/h faz uma viagem em 5 horas. Qual deverá ser sua velocidade para fazer a mesma viagem em 2 horas?

velocidade	horas
40 ↓	5 ↑
x	2

$\frac{40}{x} = \frac{2}{5}$

$2 \cdot x = 5 \cdot 40$

$2x = 200$

$x = 100$

Resposta: Deverá ser 100 km/h.

6. Um operário ganha R$ 600,00 em 20 dias. Quanto receberá se trabalhar apenas 6 dias?

ganho	dias
600 ↓	20 ↓
x	6

$\frac{600}{x} = \frac{20}{6}$

$20 \cdot x = 6 \cdot 600$

$20x = 3\,600 \longrightarrow x = \frac{3\,600}{20}$

$x = 180$

Resposta: Receberá R$ 180,00.

7. Um automóvel percorre 120 km com 15 litros de gasolina. Quantos litros serão necessários para percorrer 200 km?

distância	litros
120 ↓	15 ↓
200	x

$\frac{120}{200} = \frac{15}{x}$

$120 \cdot x = 200 \cdot 15$

$120x = 3\,000$

$x = \frac{3\,000}{120} \longrightarrow x = 25$

Resposta: Serão necessários 25 litros.

8. Se em 200 litros de gasolina há 50 litros de álcool, quantos litros de álcool haverá em 300 litros dessa gasolina?

álcool	gasolina
50 ↓	200 ↓
x	300

$\frac{50}{x} = \frac{200}{300} \longrightarrow \frac{50}{x} = \frac{2}{3}$

$2x = 3 \cdot 50$

$2x = 150$

$x = 75$

Resposta: Haverá 75 litros.

3. Regra de três composta

Exemplo 1

Sabendo que 9 mulheres fazem 200 camisas em 10 dias, quantas camisas 18 mulheres farão em 15 dias?

Resolução

mulheres	camisas	dias
9	200	10
18	x	15

Por convenção, adotamos a seta para baixo na razão que possui o x, e a comparamos com cada uma das grandezas. Observe.

- Quanto mais mulheres, mais camisas. Então, a quantidade de mulheres e de camisas são diretamente proporcionais. Logo, adotamos seta para baixo na razão "mulheres".
- Quanto mais dias, mais camisas. Então, dias e camisas são diretamente proporcionais. Logo, na razão "dias" também adotamos seta para baixo.

$$\begin{array}{ccc} 9 & 200 & 10 \\ 18 \downarrow & x \downarrow & 15 \downarrow \end{array}$$

Por fim, escrevemos a razão que contém x igual ao produto das outras razões.

$$\frac{200}{x} = \frac{9}{18} \cdot \frac{10}{15} \longrightarrow \frac{200}{x} = \frac{90}{270} \qquad 90 \cdot x = 200 \cdot 270$$

$$90x = 54\,000 \longrightarrow x = \frac{54\,000}{90} \longrightarrow \boxed{x = 600}$$

Resposta: Farão 600 camisas.

Exemplo 2

Dez operários fazem uma casa em 8 dias, trabalhando 6 horas por dia. Quantos operários são necessários para fazer uma casa igual em 12 dias, trabalhando 2 horas por dia?

Resolução

operários	dias	horas/dia
10 ↓	8 ↑	6 ↑
x	12	2

Na razão que possui o x, por convenção, adotamos a seta para baixo.

- Quanto mais operários, menos dias são necessários para construir o muro. Então, a quantidade de operários e de dias são inversamente proporcionais. Assim, na razão "dias" adotamos a seta para cima.
- Quanto mais operários, menos horas por dia são necessárias para construir o muro. Então, a quantidade de operários e de horas/dia são inversamente proporcionais. Logo, na razão "horas" adotamos seta para cima.

Por fim escrevemos a razão que contém x igual ao produto das outras razões. Assim:

$$\frac{10}{x} = \frac{12}{8} \cdot \frac{2}{6} \longrightarrow \frac{10}{x} = \frac{24}{48} \qquad 24 \cdot x = 48 \cdot 10 \longrightarrow 24x = 480 \qquad x = \frac{480}{24} \longrightarrow x = 20$$

Resposta: Serão necessários 20 operários.

9. Se 12 máquinas produzem 1 200 peças, trabalhando 8 horas por dia, quantas peças serão produzidas por 6 dessas máquinas, trabalhando 10 horas por dia?

máquinas	peças	horas/dia
12 ↓	1 200 ↓	8 ↓
6	x	10

$\frac{1\,200}{x} = \frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{6}_{1}} \cdot \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{10}_{5}}$

$\frac{1\,200}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{5} \longrightarrow \frac{1\,200}{x} = \frac{8}{5}$

$8 \cdot x = 1\,200 \cdot 5$ $\quad 8\,x = 6\,000$

$x = \frac{6\,000}{8}$ $\quad x = 750$

Resposta: Serão produzidas 750 peças.

10. Se 8 operários, trabalhando 7 horas por dia, constroem uma ponte em 15 dias, quantos operários serão necessários para construir essa mesma ponte em 14 dias, trabalhando 6 horas por dia?

operários	horas/dia	dias
8 ↓	7 ↑	15 ↑
x	6	14

$\frac{8}{x} = \frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15}$

$\frac{8}{x} = \frac{84}{105}$

$84 \cdot x = 8 \cdot 105$

$84\,x = 840$

$x = \frac{840}{84}$

$x = 10$

Resposta: Serão necessários 10 operários.

11. Se 10 kg de arroz alimentam 36 pessoas durante 30 dias, quantos quilogramas serão necessários para alimentar a metade dessas pessoas durante 45 dias?

kg de arroz	pessoas	dias
10 ↓	36 ↓	30 ↓
x	18	45

$\frac{10}{x} = \frac{\cancel{36}^{2}}{\cancel{18}_{1}} \cdot \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{45}_{3}}$

$\frac{10}{x} = \frac{2}{1} = \frac{2}{3} \longrightarrow \frac{10}{x} = \frac{4}{3}$

$4 \cdot x = 3 \cdot 10$ $\quad 4x = 30$

$x = \frac{30}{4}$ $\quad x = 7{,}5$

Resposta: Serão necessários 7,5 kg.

12. Os 2 500 operários de uma indústria automobilística produzem 500 veículos em 30 dias, trabalhando 8 horas por dia. Quantos dias serão necessários para 1 200 desses operários produzirem 450 veículos, trabalhando 10 horas por dia?

operários	veículos	dias	horas/dia
2500 ↑	500 ↓	30 ↓	8 ↑
1200	450	x	10

$$\frac{30}{x} = \frac{1\,2\cancel{00}}{2\,5\cancel{00}} \cdot \frac{\cancel{500}^{10}}{\cancel{450}_{9}} \cdot \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{8}_{4}}$$

$$\frac{30}{x} = \frac{12}{25} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{30}{x} = \frac{6\cancel{00}}{9\cancel{00}}$$

$6 \cdot x = 30 \cdot 9$

$6x = 270$

$$x = \frac{270}{6}$$

$x = 45$

Resposta: Serão necessários 45 dias.

13. Uma máquina escava um túnel de 20 metros em 12 dias, trabalhando 4 horas por dia. Em quantos dias 4 dessas máquinas escavarão um túnel de 80 metros, trabalhando 6 horas por dia?

máquinas	metros	dias	horas/dia
1 ↑	20 ↓	12 ↓	4 ↑
4	80	x	6

$$\frac{12}{x} = \frac{4}{1} \cdot \frac{20}{80} \cdot \frac{6}{4}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{480}{320}$$

$480 \cdot x = 12 \cdot 320$

$480\,x = 3\,840$

$$x = \frac{3\,840}{480} \longrightarrow x = 8$$

Resposta: Em 8 dias.

CAPÍTULO 9 – PORCENTAGEM E JURO

1. Porcentagem

Observe: $\frac{3}{100}$

Como essa razão tem denominador 100, a chamamos de **razão centesimal** ou **porcentual**.

Podemos representar a razão $\frac{3}{100}$ por 3%.

(lê-se três por cento).

1. Observe o exemplo e escreva as frações como porcentagens.

$\frac{5}{100} = 5\%$

a) $\frac{8}{100} = 8\%$

b) $\frac{15}{100} = 15\%$

c) $\frac{0}{100} = 0\%$

d) $\frac{1}{100} = 1\%$

e) $\frac{100}{100} = 100\%$

f) $\frac{90}{100} = 90\%$

2. Observe o exemplo e escreva as porcentagens como razões centesimais.

$8\% = \frac{8}{100}$

a) $7\% = \frac{7}{100}$

b) $13\% = \frac{13}{100}$

c) $1{,}5\% = \frac{1{,}5}{100}$

d) $10\% = \frac{10}{100}$

e) $20\% = \frac{20}{100}$

f) $0{,}5\% = \frac{0{,}5}{100}$

Converta a fração $\frac{3}{4}$ para uma razão centesimal e apresente-a como uma porcentagem.

$\frac{3}{4} = \frac{x}{100}$ (multiplicamos em cruz)

$4x = 3 \cdot 100$

$4x = 300 \longrightarrow x = \frac{300}{4} \longrightarrow x = 75$

Então: $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

3. Converta as frações em razões centesimais, e as apresente como porcentagens.

a) $\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{100} \longrightarrow x = 40$

$\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$

b) $\frac{4}{8}$

$\frac{4}{8} = \frac{x}{100} \longrightarrow 8x = 400 \longrightarrow x = 50$

$\frac{4}{8} = \frac{x}{100} = 50\%$

c) $\frac{3}{10}$

$\frac{3}{10} = \frac{x}{100} \longrightarrow 10x = 300$

$x = \frac{300}{10} \longrightarrow x = 30$

$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$

d) $\frac{5}{20}$

$\frac{5}{20} = \frac{x}{100} \longrightarrow 20x = 500 \longrightarrow x = 25$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{100} = 25\%$

e) $\frac{7}{4}$

$\frac{7}{4} = \frac{x}{100} \longrightarrow 4x = 700 \longrightarrow x = 175$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{100} = 175\%$

Exemplo:

Em uma cesta há 60 laranjas das quais 20% estão estragadas. Quantas laranjas estão estragadas?

60 ——— 100% (60 laranjas correspondem a 100%)

x ——— 20% (x laranjas correspondem a 20%)

$\frac{60}{x} = \frac{100}{20}$

Resolvendo a regra de três simples:

$100 \cdot x = 20 \cdot 60$ (multiplicamos em cruz)

$100\,x = 1\,200$

$x = \frac{1200}{100} \longrightarrow x = 12$

Logo, 12 laranjas estão estragadas.

4. Agora, determine a solução dos problemas que seguem.

a) Em uma urna há 40 bolas das quais 30% são verdes. Quantas são as bolas verdes?

40 ——— 100%

x ——— 30 %

$100 \times x = 40 \times 30$

$100\,x = 1200$

$x = \frac{1200}{100} \longrightarrow x = 12$

Resposta: 12 bolas são verdes.

b) Em uma cidade há 20 000 habitantes dos quais 60% são mulheres. Quantas são as mulheres nessa cidade?

20 000 ——— 100%

x ——— 60 %

$100 \times x = 20\,000 \times 60$

$100\,x = 1\,200\,000$

$x = \frac{1\,200\,000}{100} \longrightarrow x = 12\,000$

Resposta: São 12 000 mulheres.

c) Numa classe de 40 alunos, 15% foram reprovados. Quantos alunos foram reprovados?

40 ——— 100%

x ——— 15 %

$100 \times x = 40 \times 15$

$100x = 600$

$x = \frac{600}{100} \longrightarrow x = 6$

Resposta: 6 alunos foram reprovados.

d) Uma televisão custa R$ 900,00 a prazo; à vista tem um desconto de 20%. Comprando à vista, quanto pouparei?

900 ——— 100%

x ——— 20 %

$100 \times x = 900 \times 20$

$100\,x = 18\,000$

$x = \frac{18\,000}{100} \longrightarrow x = 180$

Resposta: Poupará R$ 180,00.

e) Um rádio que custava R$ 400,00 sofreu um desconto de 12%. Quanto pagarei por ele?

400 ——— 100%

x ——— 12 %

$100 \times x = 400 \times 12$

$100\,x = 4\,800$

$x = \frac{4\,800}{100} \longrightarrow x = 48$

$400 - 48 = 352$

Logo, o rádio custará R$ 352,00.

2. Juro simples

Observe a situação.

Depositei R$ 2 000,00 em um banco, à taxa de 10% ao ano, e recebi após 1 ano R$ 200,00 de renda.

Chamamos: **c** = capital inicial (depósito)
c = R$ 2 000,00
i = taxa percentual ou razão centesimal
i = 10% a.a. (ao ano)
t = tempo (período da aplicação) t = 1 ano
j = juro (renda obtida)
j = R$ 200,00

Assim, chegamos à seguinte fórmula para determinar o valor do juro obtido:

$$j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$$

Substituindo os valores fornecidos na situação descrita, temos:

$$j = \frac{2\,000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = \frac{20\,000}{100} = 200$$

Assim, j = R$ 200,00.

Agora, acompanhe os exercícios resolvidos

A) Qual é a taxa que deve ser aplicada para que o capital de R$ 20 000,00, em 3 anos, renda um juro de R$ 1 200,00?

c = 20 000
t = 3
j = 1 200
i = ?

Substituindo em $j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$:

$$1\,200 = \frac{20\,000 \cdot i \cdot 3}{100}$$

$$1\,200 = \frac{60\,000 \cdot i}{100}$$

$$\frac{1200 \cdot 100}{60\,000} = i \longrightarrow \frac{110\,000}{60\,000} = i$$

$$i = \frac{12}{6} = 2 \longrightarrow i = 2$$

Resposta: A taxa é 2% a.a.

B) Qual o capital que devo ter para ganhar R$ 50,00 de juro a 2% a.a., durante 5 anos?

j = 50
i = 2
t = 5
c = ?

Substituindo em $j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$:

$$50 = \frac{c \cdot 2 \cdot 5}{100}$$

$$\frac{50 \cdot 100}{10} = \frac{5\,000}{10} = c$$

c = 500

Resposta: O capital é R$ 500,00.

C) Durante quanto tempo devo empregar R$ 200,00, a 6% a.a., para ganhar R$ 36,00?

j = 36
i = 6
c = 200
t = ?

Substituindo em $j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$:

$$36 = \frac{200 \cdot 6 \cdot t}{100} \longrightarrow 36 = \frac{1200 \cdot t}{100} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{30 \cdot 100}{1\,200} = t \longrightarrow \frac{3\,600}{1\,200} = t$$

$$t = \frac{36}{12} = 3 \longrightarrow t = 3$$

Resposta: O tempo é 3 anos.

5. Depositei em um banco R$ 300,00 a 6% a.a., durante 5 anos. Quanto ganhei de juro?

$$j = \frac{300 \cdot 6 \cdot 5}{100}$$

j = 90

Resposta: j = R$ 90,00

6. Que capital produz em 2 anos, a 5% a.a., o juro de R$ 60,00?

$60 = \frac{c \cdot 5 \cdot 2}{100}$

$c = \frac{6\,000}{10} \longrightarrow c = 600$

Resposta: c = R$ 600,00

7. O capital de R$ 16 000,00, durante 2 anos, rendeu R$ 640,00. Qual foi a taxa de juro anual?

$640 = \frac{16\,000 \cdot i \cdot 2}{100}$

$i = \frac{64\,000}{32\,000} \longrightarrow i = 2$

i = 2% a.a.

Resposta: A taxa de juro foi 2% a.a.

8. Durante quanto tempo devo aplicar um capital de R$ 40 000,00, a 20% a.a., para obter de juro uma importância igual ao capital aplicado?

$j = c \qquad 40\,000 = \frac{40\,000 \cdot 20 \cdot t}{100}$

$t = \frac{4\,000\,000}{800\,000} \longrightarrow t = 5$

t = 5 anos

Resposta: Devo aplicar por 5 anos.

9. Qual o juro produzido por R$ 600,00, em 2 anos, à taxa de 5% a.m.?

t = 2 anos = 24 meses

$j = \frac{600 \cdot 5 \cdot 24}{100} = 720$

j = R$ 720,00

Resposta: O juro produzido foi R$ 720,00.

10. Qual o juro produzido por R$ 5 000,00, em 15 dias, à taxa de 2% a.m.?

$t = 15 \text{ dias} = \frac{1}{2} \text{ mês}$

$j = \frac{5\,000 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}}{100} = 50$

Resposta: R$ 50,00

11. Durante quanto tempo devo aplicar um capital de R$ 5 000,00, a 20% a.m., para obter de juro uma importância igual ao dobro do capital aplicado?

$j = 2c \longrightarrow j = 2 \cdot 5000 = 10\,000$

$10\,000 = \frac{5\,000 \cdot 20 \cdot t}{100}$

$t = \frac{10\,000}{1\,000} \longrightarrow t = 10$

t = 10 meses

Resposta: Devo aplicar por 10 meses.

As unidades de medida devem ser compatíveis

A taxa percentual e tempo devem ser compatíveis, isto é:

- Quando a taxa for anual temos que trabalhar com o tempo em anos;
- Quando a taxa for mensal temos que trabalhar com o tempo em meses;
- Quando tivermos taxa diária temos que trabalhar com tempo em dias.

Porém, nem sempre isso acontece. Então, é necessário fazer as devidas conversões antes da resolução do problema.

Exemplo:

c = R$ 500,00

i = 2% a.m. (ao mês)

t = 1 ano = 12 meses

j = ?

Primeiro convertemos a unidade de medida do tempo, de ano para meses, de modo que fique compatível com o tempo da taxa percentual. Depois, efetuamos os cálculos para determinar o valor de **j**.

$$j = \frac{500 \cdot 2 \cdot 12}{100} = \frac{12\,000}{100} = 120$$

j = R$ 120,00

12. Calcule o juro que um capital de R$ 18 600,00 produz em 12 meses à taxa de 30% a.a.

t = 12 meses = 1 ano

$$j = \frac{18\,600 \cdot 30 \cdot 1}{100} = 5\,580$$

Resposta: j = R$ 5 580,00

13. Qual o capital que devo empregar durante 18 meses, à taxa de 24% ao ano, para obter um juro de R$ 7 920,00?

i = 24% a.a. = 2% a.m.

$$7\,920 = \frac{c \cdot 2 \cdot 18}{100}$$

$$c = \frac{100 \cdot 7\,920}{2 \cdot 18} = 22\,000$$

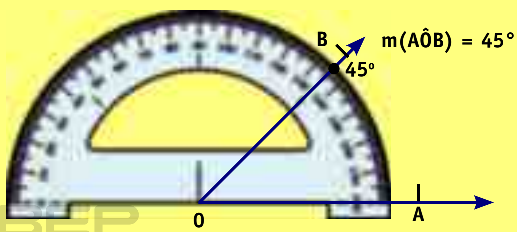
Resposta: c = R$ 22 000,00

CAPÍTULO 10 – GEOMETRIA

1. Ângulos

Adotamos o grau como unidade de medida de ângulos.

Vamos determinar a medida do ângulo AÔB com auxílio de um transferidor.



Os submúltiplos do grau são o minuto (1° = 60’) e o segundo (1’ = 60”).

Exemplo: Represente numericamente o ângulo de medida vinte e seis graus, quinze minutos e nove segundos.

Resposta: 26° 15’ 9”

1. Represente o ângulo cuja medida é:

a) trinta e oito graus. 38°

b) sessenta e dois graus e quinze minutos. 62° 15’

c) vinte graus e oito minutos. 20° 08’

d) doze graus, treze minutos e quarenta segundos. 12° 13’ 40”

e) um grau, vinte e cinco minutos e três segundos. 1° 25’ 03”

2. Complete com o valor correspondente:

a) 1° corresponde a 60 minutos.

b) 3° correspondem a 180 minutos.

c) 1’ corresponde a 60 segundos.

d) 5’ correspondem a 300 segundos.

e) 1° corresponde a 3 600 segundos.

f) 10° correspondem a 36 000 segundos.

g) 120’ correspondem a 2 graus.

h) 360’ correspondem a 6 graus.

i) 240” correspondem a 4 minutos.

j) 3 600” correspondem a 1 grau.

Exemplos:

a) 40° 15’ correspondem a quantos minutos?
40° correspondem a 40 × 60’ = 2 400’.
2 400’ + 15’ = 2 415’
Resposta: 2 415’

b) 20° 12’ 18” correspondem a quantos segundos?
20° correspondem a 20 × 60’ = 1 200’.
1 200’ + 12’ = 1 212’
1 212’ correspondem a 1 212 × 60”
1 212’ = 72 720”
72 720” + 18” = 72 738”
Resposta: 72 738”

3. Agora, complete as lacunas das sentenças seguintes.

a) 15° 12’ correspondem a 912 minutos.

$15° = 15 \cdot 60' = 900'$

$900' + 12' = 912'$

b) 5° 35' correspondem a 335 minutos.

5° = 5 · 60' = 300'
300' + 35' = 335'

c) 10° 50' correspondem a 650 minutos.

10° = 10 · 60' = 600'
600' + 50' = 650'

d) 30° 15' correspondem a 108 900 segundos.

30° = 30 · 60' = 1 800'
1 800' + 15' = 1 815'
1 815' = 1 815 · 60" = 108 900"

e) 20° 20' 20" correspondem a 73 220 segundos.

20° = 20 · 60' = 1 200'
1 200' + 20' = 1 220'
1 220' = 1 220 · 60" = 73 200"
73 200" + 20" = 73 220"

2. Conversão das unidades de medida de ângulos

Os minutos e segundos, quando expressos por números maiores ou iguais a 60, devem ser convertidos para a unidade de medida imediatamente superior.

Exemplo: 20° 12' 82"

Como os segundos são expressos por um número maior do que 60, temos que convertê-los para minutos.

$$\begin{array}{r|l} 82'' & 60 \\ \hline 22'' & 1' \end{array} \qquad 80'' = 1'\ 22''$$

20° 12' + 1' 22" = 20° 13' 22"

4. Agora, complete as lacunas, fazendo as conversões necessárias.

a) 5° 65' correspondem a 6 graus e 5 minutos.

$$\begin{array}{r|l} 65' & 60 \\ \hline 05' & 1^\circ \end{array}$$

5° 65' = 6° 05'

b) 72° 80' correspondem a 73 graus e 20 minutos.

$$\begin{array}{r|l} 80' & 60 \\ \hline 20' & 1^\circ \end{array}$$

72° 80' = 73° 20'

c) 2º 02’ 75” correspondem a 2 graus, 3 minutos e 15 segundos.

2º 02’ 75”
1’ 15”

75” | 60
15” 1’

2º 03’ 15”

d) 16º 89’ 70” correspondem a 17 graus, 30 minutos e 10 segundos.

16º 89’ 70”
1’ 10”

$$\begin{array}{r} - \ 70'' \\ 60'' \\ \hline 10'' \end{array}$$

16º 90’ 70”
1’ 30”

$$\begin{array}{r} - \ 90' \\ 60' \\ \hline 30' \end{array}$$

17º 30’ 10”

3. Operações com medidas de ângulos

Adição e subtração

Exemplo:

12° 35′ 18″ + 5° 45′ 12″

$$\begin{array}{rrr} + \ 12^\circ & 35' & 18'' \\ 5^\circ & 45' & 12'' \\ \hline 17^\circ & 80' & 30'' \end{array}$$

Como 80′ > 60′, devemos converter 80′ para graus:

80′ | 60
20′ 1°

Assim: 12° 35′ 18″ + 5° 45′ 12″ = = 18° 20′ 30″

5. Agora, efetue as seguintes operações.

a) 25º 12’ + 35º 20’

$$\begin{array}{r} + \ 25^\circ\ 12' \\ 35^\circ\ 20' \\ \hline 60^\circ\ 32' \end{array}$$

b) 8º 18’ 10” + 10º 15’ 30”

$$\begin{array}{rrr} + \ 8^\circ & 18' & 10'' \\ 10^\circ & 15' & 30'' \\ \hline 18^\circ & 33' & 40'' \end{array}$$

c) 25º 10’ – 12º 05’

$$\begin{array}{r} - \ 25^\circ\ 10' \\ 12^\circ\ 05' \\ \hline 13^\circ\ 05' \end{array}$$

d) 58º 20' 45" – 18º 12' 15"

$$\begin{array}{r} 58^\circ\ 20'\ 45'' \\ -\ 18^\circ\ 12'\ 15'' \\ \hline 40^\circ\ 08'\ 30'' \end{array}$$

e) 12º 50' + 18º 20'

$$\begin{array}{r} 12^\circ\ 50' \\ +\ 18^\circ\ 20' \\ \hline 30^\circ\ 70' \end{array}$$

$$70' \div 60 = 1^\circ \text{ resto } 10'$$

31º 10'

f) 51º 20' – 10º 30'

$$\begin{array}{r} 51^\circ\ 20' \\ -\ 10^\circ\ 30' \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50^\circ\ 80' \\ -\ 10^\circ\ 30' \\ \hline 40^\circ\ 50' \end{array}$$

g) 15º 32' 10" – 4º 20' 30"

$$\begin{array}{r} 15^\circ\ 32'\ 10'' \\ -\ 4^\circ\ 20'\ 30'' \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15^\circ\ 31'\ 70'' \\ -\ 4^\circ\ 20'\ 30'' \\ \hline 11^\circ\ 11'\ 40'' \end{array}$$

h) 32º 20' 40" + 17º 50' 12"

$$\begin{array}{r} 32^\circ\ 20'\ 40'' \\ +\ 17^\circ\ 50'\ 12'' \\ \hline 49^\circ\ 70'\ 52'' \end{array}$$

$$70' \div 60 = 1^\circ \text{ resto } 10'$$

50º 10' 52"

Multiplicação da medida de um ângulo por um número natural

Para multiplicar a medida de um ângulo por um número natural, basta multiplicar os graus, minutos e segundos por esse número e, quando necessário, fazer as devidas conversões de unidades de medida.

6. Efetue as multiplicações.

a) 5º 12' 10" × 3

$$\begin{array}{r} 5^\circ\ 12'\ 10'' \\ \times\ 3 \\ \hline 15^\circ\ 36'\ 30'' \end{array}$$

b) 12º 08' × 5

$$\begin{array}{r} 12^\circ\ 08' \\ \times\ 5 \\ \hline 60^\circ\ 40' \end{array}$$

c) 15º 10' × 6

$$\begin{array}{r} 15^\circ\ 10' \\ \times\ 6 \\ \hline 90^\circ\ 60' \end{array}$$

$$60' \div 60 = 1^\circ \text{ resto } 00'$$

91º

d) 15º 18’ 32” × 2

15º 18’ 32”
× 2
30º 36’ 64”

30º 37’ 04”

64” | 60
04’ 1’

e) 50º 12’ 30” × 4

50º 12’ 30”
× 4
200º 48’ 120”

200º 50’

120” | 60
00” 2’

f) 3º 02’ 06” × 10

3º 02’ 06”
× 10’
30º 20’ 60”

30º 21’

60” | 60
00” 1’

g) 5º 31’ 04” × 3

5º 31’ 04”
× 3
15º 93’ 12”

16º 33’ 12”

93’ | 60
33’ 1º

Divisão da medida de um ângulo por um número natural

Para dividir a medida de um ângulo por um número natural, dividimos os graus pelo número dado. Se houver resto em graus, os convertemos para minutos, somando aos minutos do ângulo; e dividimos o valor obtido pelo número dado. Se houver resto em minutos, basta convertê-lo para segundos, adicionar aos segundos do ângulo, e dividir essa soma pelo número dado.

Exemplo:

25º 13’ 20” | 2
– 24º   12º 36’ 40”
1º 13’ 20”
60’ + 13’ 20”
73’ 20”
– 72’
1’ 20”
60” + 20”
80”
– 80”
0

7. Agora, efetue as divisões.

a) 25º 30’ ÷ 5

25º 30’ | 5
0 30’   5º 06’
0

b) 27º 12’ ÷ 2

27º 12’ | 2
– 07º   13º 36’
1º → 60’ +
72’
12’
0

c) 50º 16’ 40” ÷ 2

50º 16’ 40” | 2
10º → 25º 08’ 20”
0 16’
0 40”
00

d) 7º 15’ 12” ÷ 2

7º 15’ 12” | 2
1º → 60’ → 3º 37’ 36”
75’
15’
1’ → 60” +
72”
12”
0

e) 16º 08’ 24” ÷ 4

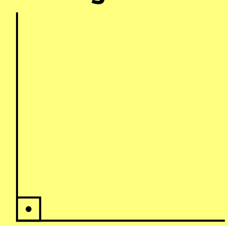
16º 08’ 24” | 4
0 08’ → 4º 02’ 06”
0 24”
0

f) 17º 13’ 20” ÷ 5

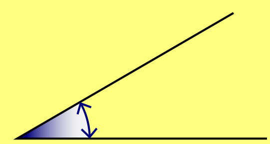
17º 13’ 20” | 5
2º → 120’ → 3º 26’ 40”
133’
33’
03’ = 180”
200”
00

4. Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

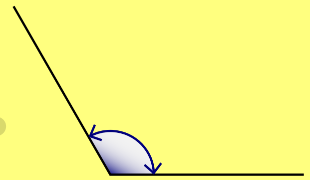
- Um **ângulo reto** mede 90°.



- **Ângulos agudos** são ângulos que medem menos de 90°.



- **Ângulos obtusos** medem mais de 90° e menos de 180°.



8. Classifique as sentenças em verdadeiro (V) ou falso (F).

a) Os ângulos retos medem 90º. V

b) A medida de um ângulo agudo é maior que 90º. F

c) Dois ângulos retos são congruentes. V

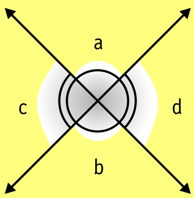
d) A medida de um ângulo obtuso é maior que 90º. V

e) Dois ângulos obtusos são sempre congruentes. F

f) A medida de um ângulo obtuso é maior que a de um ângulo agudo. V

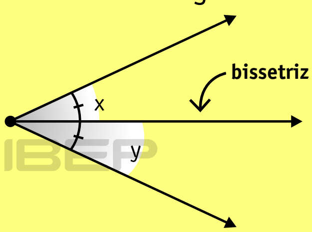
5. Ângulos congruentes

Dois ângulos opostos por um vértice são congruentes, pois têm a mesma medida.



a = b e c = d

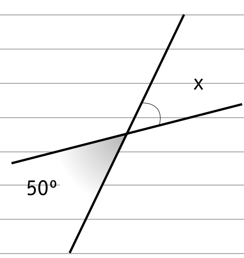
A bissetriz de um ângulo divide-o em dois outros ângulos congruentes.



x = y

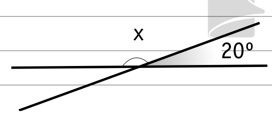
9. Calcule o valor de x nos itens abaixo.

a)



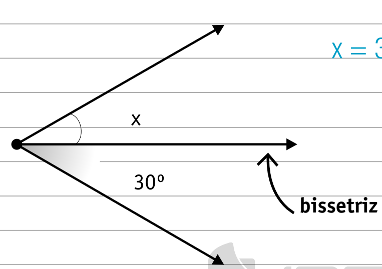
$x = 50°$

b)



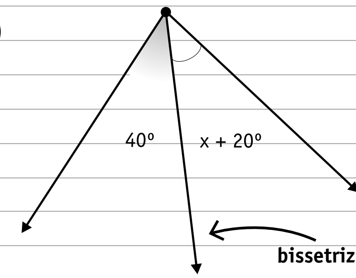
$x + 20° = 180°$
$x = 160°$

c)



$x = 30°$

d)



$x + 20° = 40°$
$x = 20°$

6. Ângulos complementares e ângulos suplementares

- Dois ângulos são **complementares** quando a soma de suas medidas é igual a 90°.
- Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é igual a 180°.

Exemplo 1

Calcule o complemento de 25° 20’.

$$\begin{array}{r} 90° \\ -\ 25°\ 20' \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89°\ 60' \\ -\ 25°\ 20' \\ \hline 64°\ 40' \end{array}$$

O complemento de 25° 20’ é 64° 40’.

Exemplo 2

Calcule o suplemento de 100° 12’ 40”.

$$\begin{array}{r} 180° \\ -\ 100°\ 12'\ 40'' \\ \hline ? \end{array}$$

180° = 179° 60’ = 179° 59’ 60”

Assim:

$$\begin{array}{rrr} 179° & 59' & 60'' \\ -\ 100° & 12' & 40'' \\ \hline 79° & 47' & 20'' \end{array}$$

O suplemento de 100° 12’ 40” é 79° 47’ 20”.

10. Determine o complemento dos seguintes ângulos.

a) 40º

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ -\ 40^\circ \\ \hline 50^\circ \end{array}$$

b) 25º

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ -\ 25^\circ \\ \hline 65^\circ \end{array}$$

c) 10º 12'

$$\begin{array}{rr} 89^\circ & 60' \\ -\ 10^\circ & 12' \\ \hline 79^\circ & 48' \end{array}$$

d) 15º 40'

$$\begin{array}{rr} 89^\circ & 60' \\ -\ 15^\circ & 40' \\ \hline 74^\circ & 20' \end{array}$$

e) 5º 10' 20"

$$\begin{array}{rrr} 89^\circ & 59' & 60'' \\ -\ 5^\circ & 10' & 20'' \\ \hline 84^\circ & 49' & 40'' \end{array}$$

f) 38º 02' 30"

$$\begin{array}{rrr} 89^\circ & 59' & 60'' \\ -\ 38^\circ & 02' & 30'' \\ \hline 51^\circ & 57' & 30'' \end{array}$$

11. Determine o suplemento dos seguintes ângulos.

a) 100º

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -\ 100^\circ \\ \hline 80^\circ \end{array}$$

b) 125º

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -\ 125^\circ \\ \hline 55^\circ \end{array}$$

c) 120º 30'

$$\begin{array}{rr} 179^\circ & 60' \\ -\ 120^\circ & 30' \\ \hline 59^\circ & 30' \end{array}$$

d) 118º 12'

$$\begin{array}{rr} 179^\circ & 60' \\ -\ 118^\circ & 12' \\ \hline 61^\circ & 48' \end{array}$$

e) 150º 15' 30"

$$\begin{array}{rrr} 179^\circ & 59' & 60'' \\ -\ 150^\circ & 15' & 30'' \\ \hline 29^\circ & 44' & 30'' \end{array}$$

f) 130º 10' 10"

$$\begin{array}{rrr} 179^\circ & 59' & 60'' \\ -\ 130^\circ & 10' & 10'' \\ \hline 49^\circ & 49' & 50'' \end{array}$$

12. Chamando de x a medida de um ângulo qualquer, escreva, em linguagem matemática, as seguintes sentenças:

a) O dobro da medida de um ângulo. $\boxed{2x}$

b) O triplo da medida de um ângulo. $\boxed{3x}$

c) A metade da medida de um ângulo. $\boxed{\frac{x}{2}}$

d) A terça parte da medida de um ângulo.

$\boxed{\frac{x}{3}}$

e) O quádruplo da medida de um ângulo.

$\boxed{4x}$

f) A quinta parte da medida de um ângulo.

$\boxed{\frac{x}{5}}$

g) O complemento de um ângulo.

$\boxed{90^\circ - x}$

h) O suplemento de um ângulo.

$\boxed{180^\circ - x}$

i) O dobro do complemento de um ângulo.

$\boxed{2\,(90^\circ - x)}$

j) A terça parte do suplemento de um ângulo. $\boxed{\frac{180 - x}{3}}$

Resolva os seguintes problemas.

13. A medida de um ângulo mais o seu dobro é igual a 120°. Determine esse ângulo.

$x + 2x = 120^\circ \longrightarrow 3x = 120^\circ \longrightarrow x = 40^\circ$

14. Dois ângulos são complementares e a medida de um deles é o dobro da medida do outro. Determine esses ângulos.

$x + 2x = 90^\circ \longrightarrow 3x = 90^\circ \longrightarrow x = 30^\circ$
$2x = 60^\circ$

15. Determine o ângulo cujo dobro de sua medida mais 10° é igual a 140°.

$2x + 10^\circ = 140^\circ \longrightarrow 2x = 130^\circ \longrightarrow x = 65^\circ$

16. O triplo da medida de um ângulo menos a medida desse ângulo é igual a 90º. Determine esse ângulo.

$3x - x = 90^\circ \longrightarrow 2x = 90^\circ \longrightarrow x = 45^\circ$

17. A medida de um ângulo mais sua terça parte é igual a 40°. Determine esse ângulo.

$x + \frac{x}{3} = 40^\circ \longrightarrow \frac{3x + x}{\cancel{3}} = \frac{120^\circ}{\cancel{3}} \longrightarrow$
$\longrightarrow 4x = 120^\circ \longrightarrow x = 30^\circ$

18. O dobro da medida de um ângulo mais sua quinta parte é igual a 22º. Determine esse ângulo.

$2x + \frac{x}{5} = 22^\circ \longrightarrow \frac{10x + x}{\cancel{5}} = \frac{110^\circ}{\cancel{5}} \longrightarrow$
$\longrightarrow 11x = 110^\circ \longrightarrow x = 10^\circ$

19. O dobro da medida de um ângulo mais seu complemento é igual a 130º. Qual é esse ângulo?

$2x + 90^\circ - x = 130^\circ \longrightarrow x = 40^\circ$

20. O suplemento de um ângulo menos o dobro da medida desse ângulo é igual a 30º. Qual é esse ângulo?

$180^\circ - x - 2x = 30^\circ \longrightarrow -3x = -150^\circ \longrightarrow$
$\longrightarrow x = 50^\circ$

21. Um ângulo mais a metade do seu complemento é igual a 75º. Determine esse ângulo.

$x + \frac{90^\circ - x}{2} = 75^\circ \longrightarrow 2x + 90^\circ - x = 150^\circ$
$x = 60^\circ$

22. A medida de um ângulo menos seu complemento é igual a 50º. Determine esse ângulo.

$x - (90^\circ - x) = 50^\circ \longrightarrow x - 90^\circ + x = 50^\circ$
$2x = 140^\circ \longrightarrow x = 70^\circ$

23. Dois ângulos são suplementares e a medida de um deles é o triplo da medida do outro. Determine esses ângulos.

$3x + x = 180^\circ \longrightarrow 4x = 180^\circ$
$x = 45^\circ$ e $3x = 135^\circ$

24. O dobro do complemento de um ângulo mais o suplemento desse mesmo ângulo é igual a 240º. Determine esse ângulo.

$2(90^\circ - x) + (180^\circ - x) = 240^\circ$
$180^\circ - 2x + 180^\circ - x = 240^\circ$
$-3x = -120^\circ$
$x = 40^\circ$

25. A medida de um ângulo menos seu suplemento é igual a 80º. Qual é esse ângulo?

$x - (180^\circ - x) = 80^\circ$
$x - 180^\circ + x = 80^\circ$
$2x = 260^\circ \longrightarrow x = 130^\circ$

26. Dois ângulos são suplementares e a diferença entre suas medidas é 100º. Determine esses ângulos.

$x - (180^\circ - x) = 100^\circ \longrightarrow x - 180^\circ + x = 100^\circ$
$2x = 100^\circ + 180^\circ$
$2x = 280^\circ \longrightarrow x = 140^\circ$
Logo: $x = 140^\circ$
$180^\circ - x = 40^\circ$

7. Triângulos

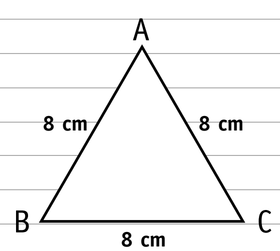
Classificação quanto aos lados:

- **equilátero**: tem três lados congruentes.
- **isósceles**: tem dois lados congruentes.
- **escaleno**: seus lados não são congruentes.

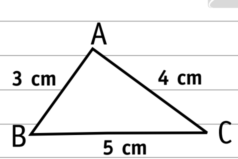
Classificação quanto aos ângulos:

- **acutângulo**: tem três ângulos agudos.
- **retângulo**: tem um ângulo reto.
- **obtusângulo**: tem um ângulo obtuso.

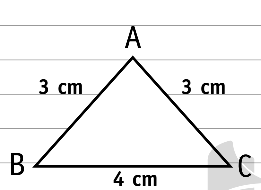
27. Classifique os triângulos quanto aos lados.

a) 

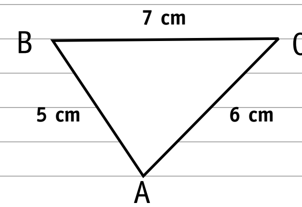
equilátero

b) 

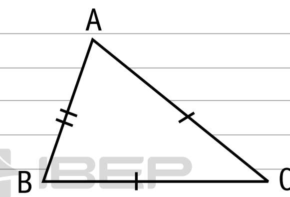
escaleno

c) 

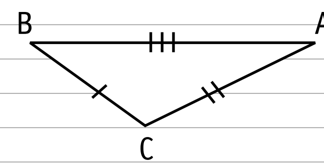
isósceles

d) 

escaleno

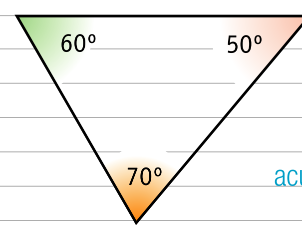
e) 

isósceles

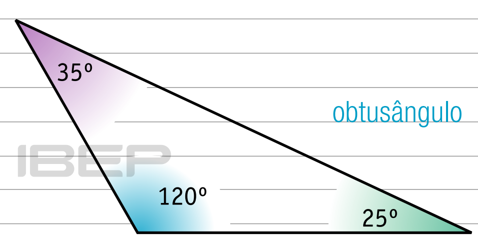
f) 

escaleno

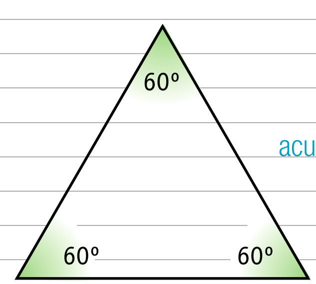
28. Classifique os triângulos quanto aos ângulos.

a) 

acutângulo

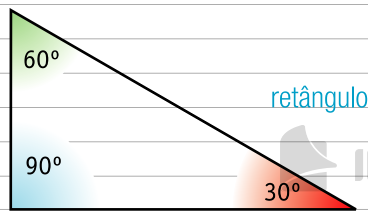
b) 

obtusângulo

c) 

acutângulo

d)



retângulo

29. 15. Associe a coluna da esquerda à da direita.

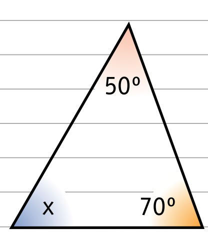
a) equilátero	c	dois lados congruentes
b) retângulo	d	um ângulo obtuso
c) isósceles	f	três ângulos agudos
d) obtusângulo	b	um ângulo reto
e) escaleno	a	três lados congruentes
f) acutângulo	e	três lados não-congruentes

Soma dos ângulos internos de um triângulo

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

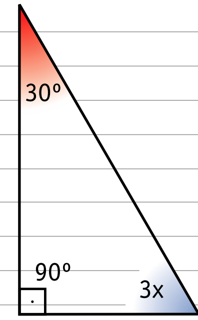
30. Calcule o valor do ângulo x nos triângulos a seguir.

a)



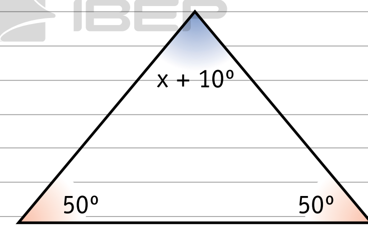
$x + 50° + 70° = 180°$
$x = 60°$

b)



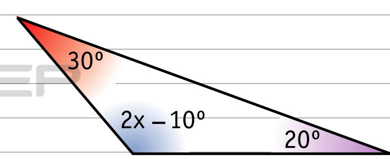
$3x + 90° + 30° = 180°$
$3x = 60° \longrightarrow x = 20°$

c)



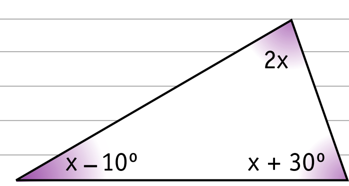
$x + 10° + 50° + 50° = 180°$
$x = 70°$

d)



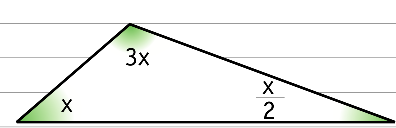
$2x - 10° + 30° + 20° = 180°$
$2x = 140° \longrightarrow x = 70°$

e)



$2x + x - 10° + x + 30° = 180°$
$4x = 160° \longrightarrow x = 40°$

f)



$3x + x + \frac{x}{2} = 180°$

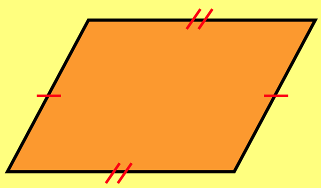
$6x + 2x + x = 360°$
$9x = 360° \longrightarrow x = 40°$

8. Quadriláteros

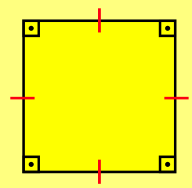
Classificação

Paralelogramos

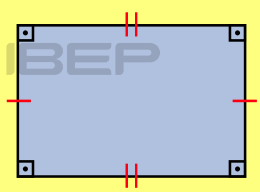
São os quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos.



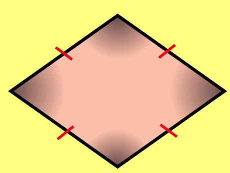
paralelogramo



quadrado



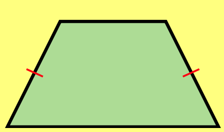
retângulo



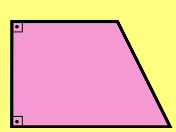
losango

Trapézios

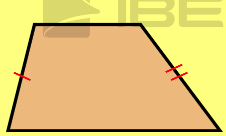
São os quadriláteros que possuem somente dois lados paralelos.



trapézio isósceles

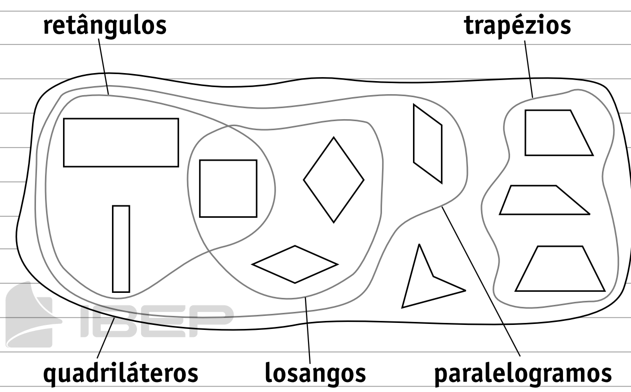


trapézio retângulo



trapézio escaleno

31. Observe o diagrama e escreva V ou F nas afirmativas a seguir.



a) Todo quadrado é paralelogramo. V

b) Todo paralelogramo é quadrado. F

c) Todo quadrado é losango. V

d) Todo losango é quadrado. F

e) Todo quadrado é losango e retângulo ao mesmo tempo. V

f) Todo quadrilátero é paralelogramo. F

g) O trapézio isósceles possui os lados não paralelos congruentes. V

h) O trapézio retângulo possui quatro ângulos retos. F

i) O trapézio escaleno possui os quatro lados não-congruentes. V

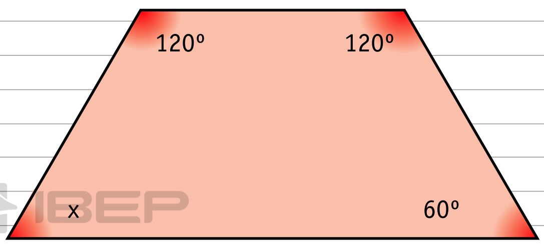
j) Paralelogramo é o quadrilátero que possui os lados opostos paralelos. V

Soma dos ângulos internos de um quadrilátero

A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.

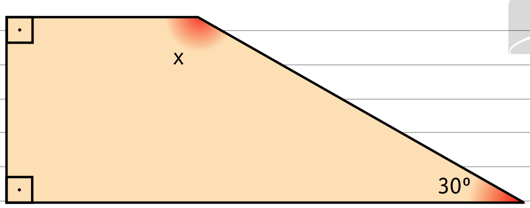
32. Determine o valor do ângulo x nos seguintes quadriláteros.

a)



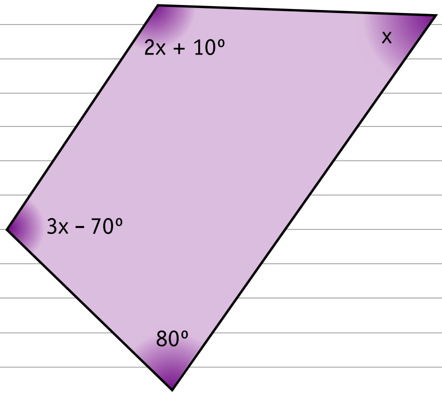
$x + 120° + 120° + 60° = 360°$
$x = 60°$

b)



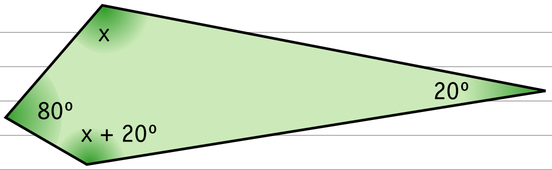
$x + 90° + 90° + 30° = 360°$
$x = 150°$

c)



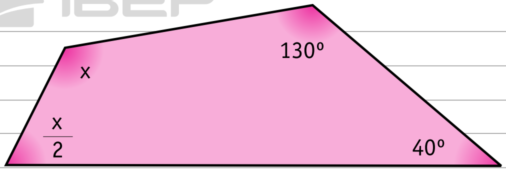
$2x + 10° + 3x - 70° + 80° + x = 360°$
$6x = 340° \longrightarrow x = 56°\,40'$

d)



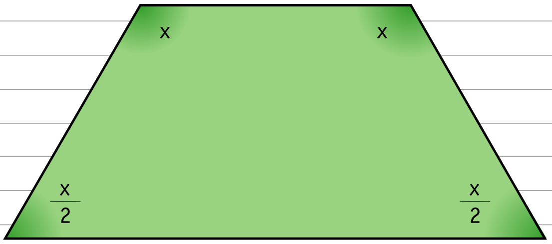
$x + x + 20° + 80° + 20° = 360°$
$2x = 240° \longrightarrow x = 120°$

e)



$x + \frac{x}{2} + 130° + 40° = 360°$
$x + \frac{x}{2} = 190°$
$3x = 380°$
$x = 126°\,40'$

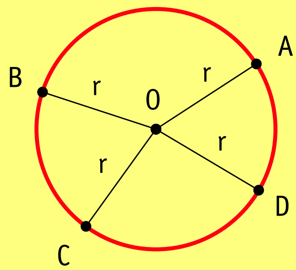
f)



$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 360°$
$2x + 2x + x + x = 720°$
$6x = 720°$
$x = \frac{720°}{6}$
$x = 120°$

9. Circunferência

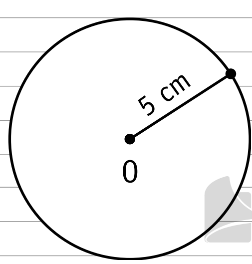
Circunferência é o lugar geométrico dos pontos de um plano que estão a mesma distância de um ponto desse plano (centro).



- O é o **centro** da circunferência.
- A distância constante de medida r é o **raio** da circunferência.
- Representamos a circunferência por C (O, r). (Lê-se: circunferência de centro O e raio r.)

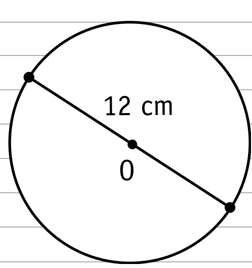
33. Qual é a medida do raio de cada circunferência?

a)



r = 5 cm

b)

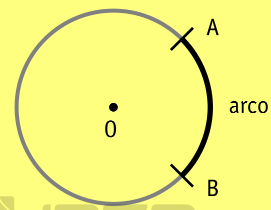


$r = \dfrac{12}{2}$

r = 6 cm

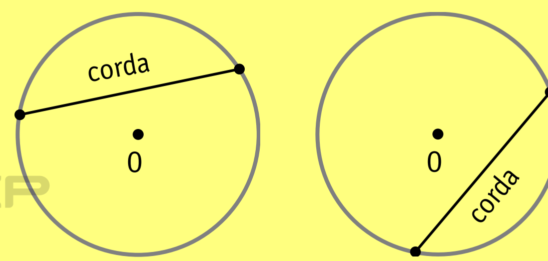
10. Arco, corda e diâmetro

Arco é uma da partes em que uma circunferência fica dividida por dois de seus pontos.

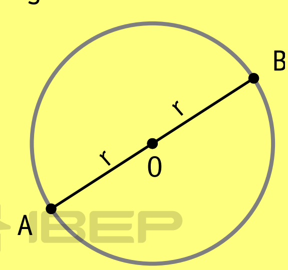


Indica-se o arco AB por $\overset{\frown}{AB}$.

Corda é o nome dado ao segmento que tem por extremos dois pontos da circunferência (une as extremidades de um arco).



Diâmetro é a corda que passa pelo centro da circunferência. É a linha que divide a circunferência em duas partes iguais.



A medida do diâmetro é igual a duas vezes a medida do raio.

$m(\overline{AB}) = 2 \times r$

O diâmetro divide a circunferência em duas regiões denominadas **semicircunferências**.

34. Calcule o que se pede.

a) Se o raio de uma circunferência mede 7 cm, calcule a medida de seu diâmetro.

$2 \times 7\ \text{cm} = 14\ \text{cm}$

b) Calcule o diâmetro de uma circunferência de raio 10 dm.

$2 \times 10\ \text{dm} = 20\ \text{dm}$

$20\ \text{dm} = 200\ \text{cm}$ ou $2\ \text{m}$

c) Calcule o raio de uma circunferência de diâmetro 26 cm.

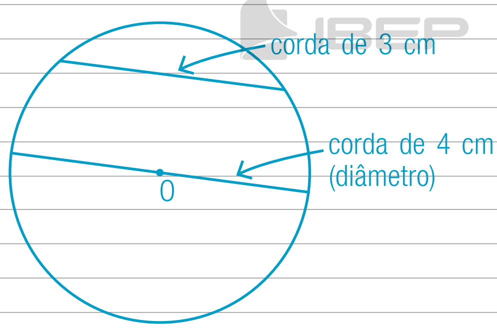
$\dfrac{26\ \text{cm}}{2} = 13\ \text{cm}$

d) Calcule o raio de uma circunferência de 32 m de diâmetro.

$\dfrac{32\ \text{cm}}{2} = 16\ \text{m}$

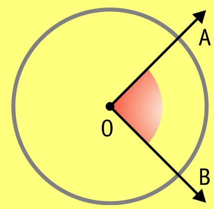
e) Desenhe uma circunferência com 2 cm de raio.

Nela, trace uma corda de 3 cm e uma de 4 cm.



Ângulo central

Ângulo central é o que tem como vértice o centro da circunferência.

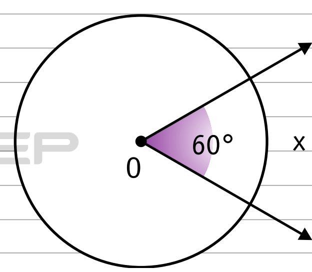


A medida de um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central correspondente.

$m(\overset{\frown}{AB}) = m(A\hat{O}B)$

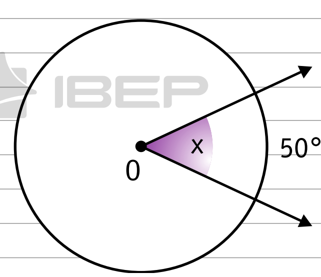
35. Agora calcule o valor da medida do arco x.

a)



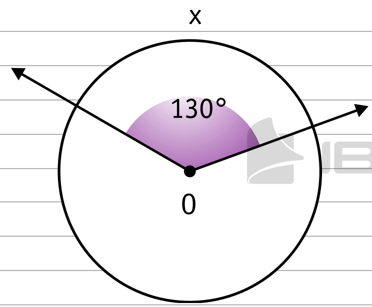
$x = 60°$

b)



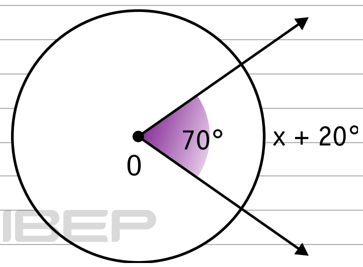
$x = 50°$

c)



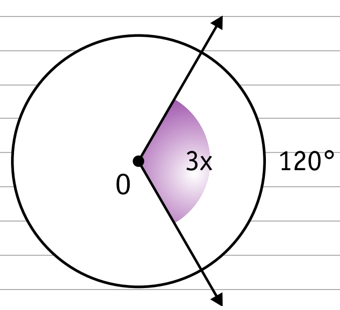
x = 130°

d)



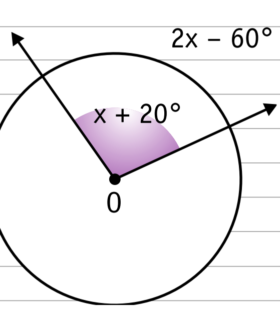
x + 20° = 70°
x = 50°

e)



3x = 120° ⟶ x = 40°

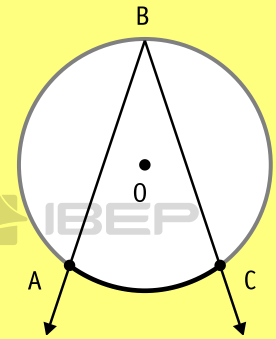
f)



2x – 60° = x + 20°
2x – x = 20° + 60°
x = 80°

Ângulo inscrito

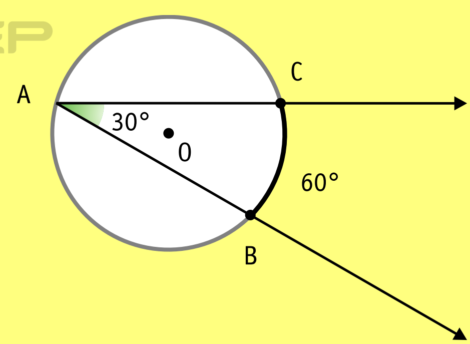
Ângulo inscrito é o ângulo cujo vértice pertence à circunferência e cujos lados são secantes à circunferência.



A medida do ângulo inscrito é igual à metade da medida do arco correspondente.

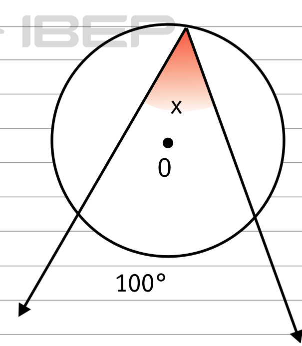
$$m\,(A\hat{B}C) = \frac{1}{2}\,m\,(\widehat{AC})$$

Exemplo:



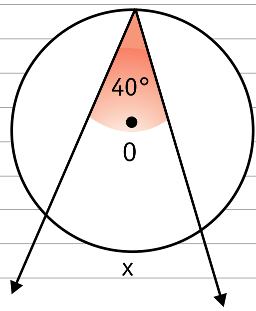
36. Calcule o valor de **x**.

a)



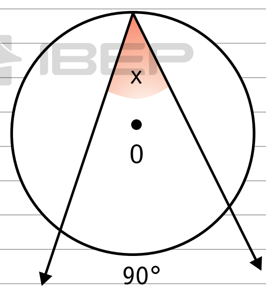
$x = \dfrac{100°}{2} \longrightarrow x = 50°$

b)



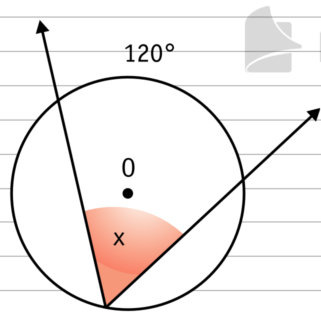
$40° = \dfrac{x}{2} \longrightarrow x = 80°$

c)



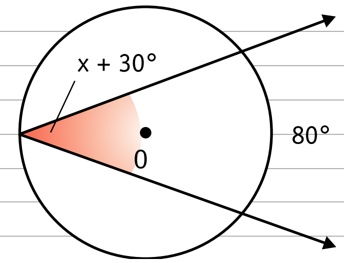
$x = \dfrac{90°}{2} \longrightarrow x = 45°$

d)



$x = \dfrac{120°}{2} \longrightarrow x = 60°$

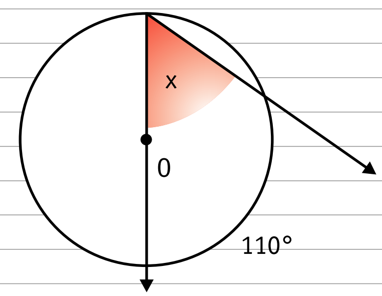
e)



$x + 30° = \dfrac{80°}{2}$

$x + 30° = 40°$
$x = 10°$

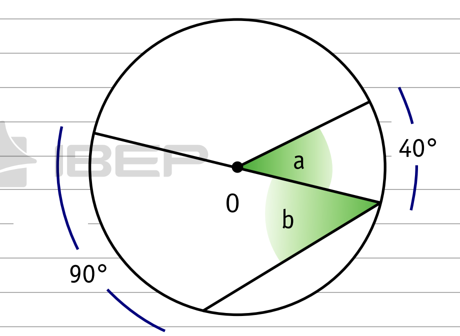
f)



$x = \dfrac{110°}{2} \longrightarrow x = 55°$

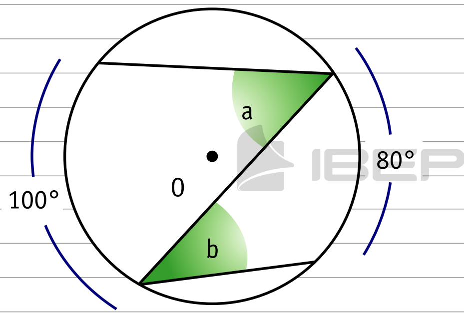
37. Calcule os ângulos assinalados.

a)



$a = 40°$
$b = \dfrac{90°}{2} = 45°$

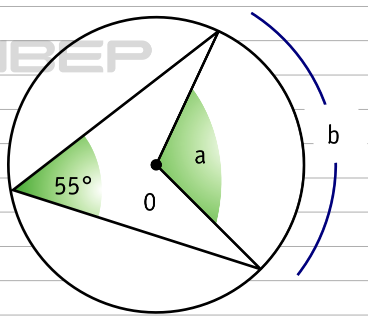
b)



$a = \dfrac{100°}{2} \longrightarrow a = 50°$

$b = \dfrac{80°}{2} \longrightarrow b = 40°$

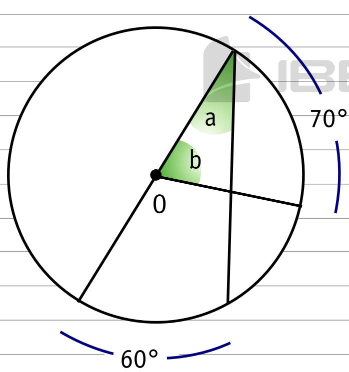
c)



$55° = \dfrac{b}{2} \longrightarrow b = 110°$

$\longrightarrow a = 110°$

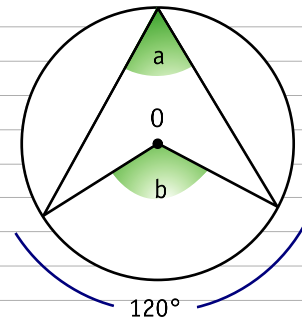
d)



$a = \dfrac{60°}{2} \longrightarrow a = 30°$

$b = 70°$

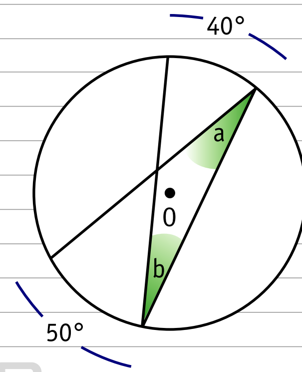
e)



$a = \dfrac{120°}{2} \longrightarrow a = 60°$

$b = 120°$

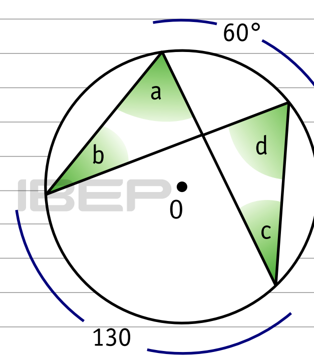
f)



$a = \dfrac{50°}{2} \longrightarrow a = 25°$

$b = \dfrac{40°}{2} \longrightarrow b = 20°$

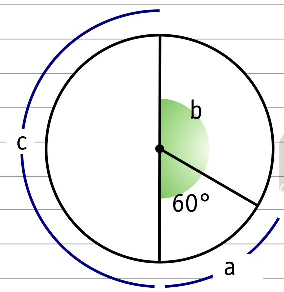
g)



$a = d = \dfrac{130°}{2} \longrightarrow a = d = 65°$

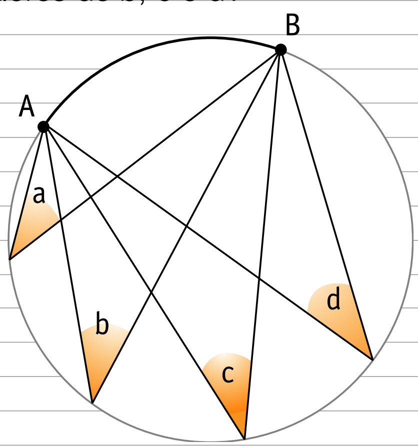
$b = c = \dfrac{60°}{2} \longrightarrow b = c = 30°$

h)



a = 60°
b + 60° = 180° ⟶ b = 120°
c = 180°

38. Na figura, temos a = 40°. Quais são os valores de b, c e d?

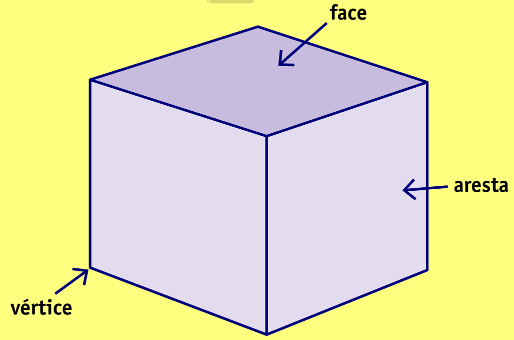


$a = b = c = d = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ (mesmo arco AB)

Logo: b = c = d = 40°

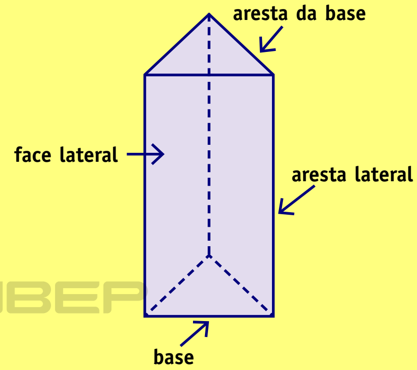
11. Sólidos geométricos

Cubo



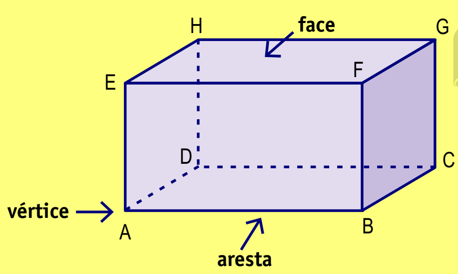
Vértices (V) = 8
Arestas (A) = 12
Faces (F) = 6

Prisma de base triangular



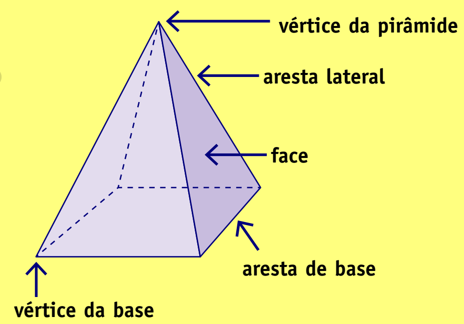
Vértices (V) = 6
Arestas (A) = 9
Faces (F) = 5

Paralelepípedo



Vértices (V) = 8
Arestas (A) = 12
Faces (F) = 6

Pirâmide de base quadrangular



Vértices (V) = 5
Arestas (A) = 8
Faces (F) = 5

Relação de Euler

Para determinar a quantidade de vértices, arestas ou faces de um sólido qualquer, utilizamos a relação $V + F = A + 2$, conhecida como relação de Euler.

Exemplo:

Vamos determinar a quantidade de faces de um sólido que tem 22 arestas e 12 vértices.

Sabemos, pela relação de Euler, que $V + F = A + 2$.

Substituindo os valores dados na relação, temos:

$12 + F = 22 + 2$

$F = 22 + 2 - 12$

$F = 12$

39. Determine a quantidade de vértices de um sólido que possui 17 faces e 28 arestas.

$V + 17 = 28 + 2$
$V = 28 + 2 - 17$
$V = 13$

40. Determine a quantidade de arestas que um sólido que possui 10 vértices e 14 faces.

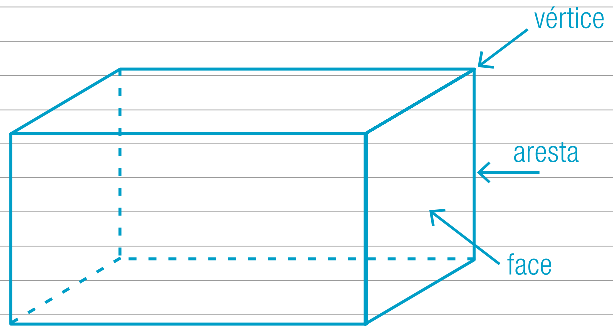
$10 + 14 = A + 2$
$10 + 14 - 2 = A$
$A = 22$

41. Determine a quantidade de faces de um sólido que possui 10 arestas e 6 vértices.

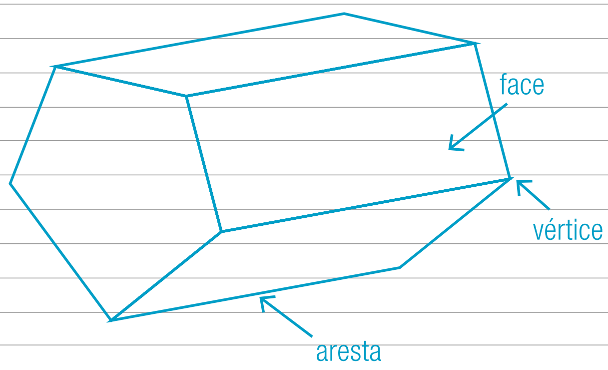
$6 + F = 10 + 2$
$F = 10 + 2 - 6$
$F = 6$

42. Desenhe as seguintes figuras indicando uma aresta, uma face e uma vértice em cada uma delas.

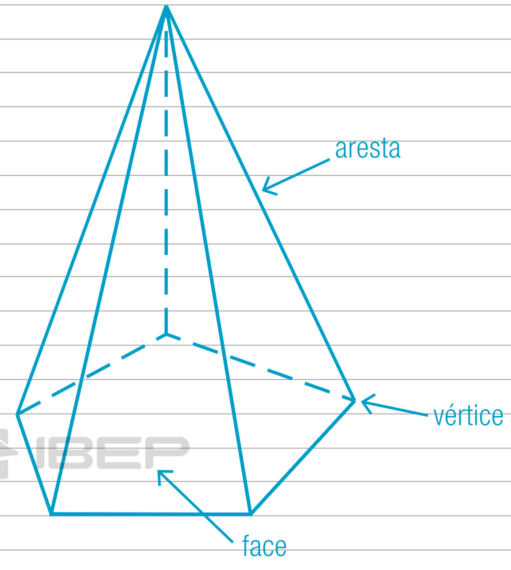
a) paralelepípedo



b) prisma



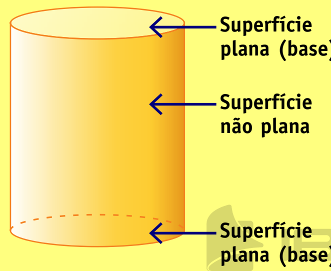
c) pirâmide



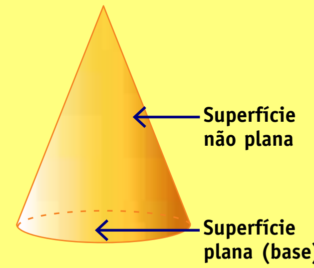
12. Corpos redondos

Corpos redondos são sólidos geométricos que apresentam superfície não plana. São corpos redondos a esfera, o cilindro e o cone.

A esfera não tem superfície plana.



O cilindro tem duas superfícies planas (bases) e uma superfície não plana.



O cone tem uma superfície plana e uma não plana.

43. Escreva o nome de dois objetos que lembram cada corpo redondo apresentado.

a) uma esfera

Resposta pessoal

b) um cilindro

Resposta pessoal

c) um cone

Resposta pessoal

44. Qual das figuras representa a planificação de um cilindro?

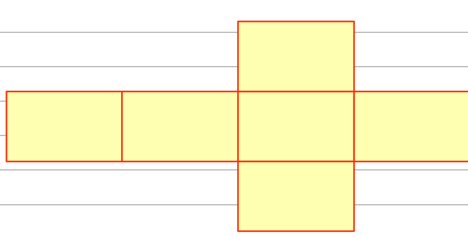


Figura 1

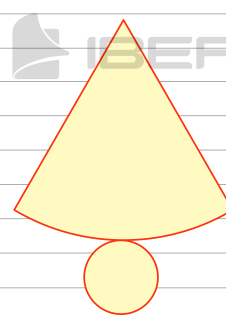


Figura 2

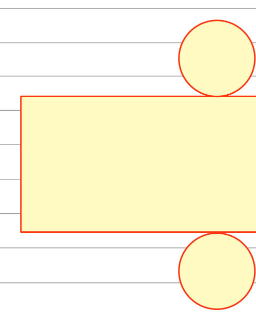
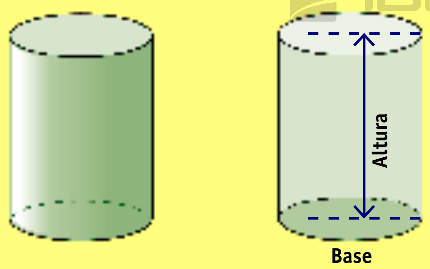


Figura 3

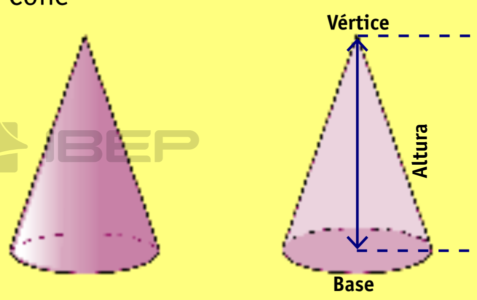
Resposta: Figura 3.

Elementos dos corpos redondos

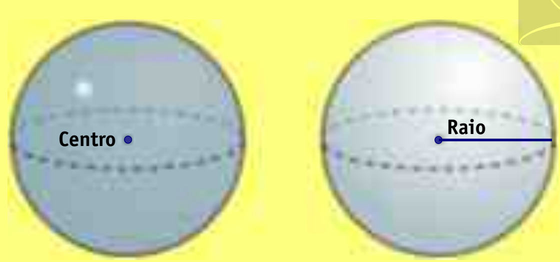
Cilindro



Cone



Esfera



45. Que forma têm as bases de um cilindro?

Tem a forma de uma circunferência.

46. Que forma tem a base de um cone?

Tem a forma de uma circunferência.

47. Quantos vértices tem um cone?

O cone tem um vértice..

ESPAÇO RESERVADO PARA ANOTAÇÕES E EXERCÍCIOS DE REFORÇO