

4.º BIMESTRE - 2013



PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO  
SUBSECRETARIA DE ENSINO  
COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

# M8

## GINÁSIO CARIOCA

ESCOLA MUNICIPAL: \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_



**EDUARDO PAES**  
PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO

**CLAUDIA COSTIN**  
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

**REGINA HELENA DINIZ BOMENY**  
SUBSECRETARIA DE ENSINO

**MARIA DE NAZARETH MACHADO DE BARROS VASCONCELLOS**  
COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

**ELISABETE GOMES BARBOSA ALVES**  
**MARIA DE FÁTIMA CUNHA**  
COORDENADORIA TÉCNICA

**LUCILEIDE SILVA LIMA DA CONCEIÇÃO**  
ELABORAÇÃO

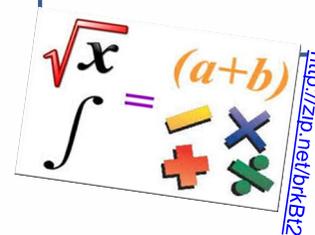
**FRANCISCO RODRIGUES DE OLIVEIRA**  
**LEILA CUNHA DE OLIVEIRA**  
**SIMONE CARDOZO VITAL DA SILVA**  
REVISÃO

**FÁBIO DA SILVA**  
**MARCELO ALVES COELHO JÚNIOR**  
DESIGN GRÁFICO

**EDIURO GRÁFICA E EDITORA LTDA.**  
EDITORAÇÃO E IMPRESSÃO

## O que temos neste Caderno Pedagógico

- Equação do primeiro grau
- Sistema de equações do primeiro grau
- Pontos notáveis de um triângulo
- Congruência de triângulos
- Ângulos externos de um polígono
- Produtos notáveis
- Fatoração de polinômios
- Tratamento da informação
- Estimativa e previsão de resultados
- Área e perímetro
- Relações entre unidades de medidas
- Círculo e circunferência





## EQUAÇÃO DO 1º GRAU

### Recapitulando..

**Equação** é uma igualdade entre duas expressões em que, pelo menos em uma delas, aparecem uma ou mais letras, chamadas de **incógnitas** ou **variáveis**.

Resolver uma equação é encontrar a sua **solução** ou a sua **raiz**.

## EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

**AGORA,**  
É COM VOCÊ !!!



1 - Escreva uma equação que represente cada um dos problemas e, depois, resolva-a.

a) A soma de dois números consecutivos é 35. Qual o valor do menor deles?

Resposta: \_\_\_\_\_

**b)** O triplo de um número, subtraído de 11, é igual ao próprio número mais um. Qual é esse número?

Resposta: \_\_\_\_\_

c) O 8.º Ano resolveu arrecadar dinheiro para fazer uma festa de final de ano. Se cada aluno pagar R\$ 11,50, faltarão R\$ 30,00. Se cada um der R\$ 3,00 a mais, sobrarão R\$ 30,00. Quantos alunos deverão participar da festa para que seja possível este resultado?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...



# TRABALHO DE CASA

/ / 2013

## Recapitulando...

1 – Complete a tabela:

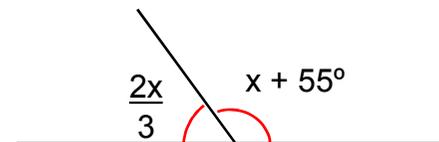
EQUAÇÕES	$7w - 15 = 9 - 5w$	$\frac{a + 2}{5} = 3 - a$
incógnita		
1º membro		
2º membro		
termos com incógnitas		
termos independentes		

2 – Joana comprou uma bolsa e gastou um terço do seu dinheiro. Ainda sobraram R\$ 65,00. Quantos reais Joana possuía?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

3 – Qual o valor de cada ângulo desta figura?



x tem medidas em graus.

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

4 – Vinte e cinco por cento das pessoas que trabalham em uma empresa são homens. Há 32 mulheres a mais do que homens. Quantas pessoas trabalham nessa empresa?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...



ClipartOf.com/230195



## EQUAÇÕES DO 1.º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Agora, vamos equacionar problemas que envolvam equações do 1.º grau com duas incógnitas.



Atenção!  
A soma de dois números reais é 4.  
Quais são esses possíveis números?

**DIC@**

As soluções de uma equação de 1.º grau, com duas incógnitas, podem ser expressas por pares ordenados  $(x, y)$  e, também, podem ser representadas graficamente.

Participe da resolução dessa equação.



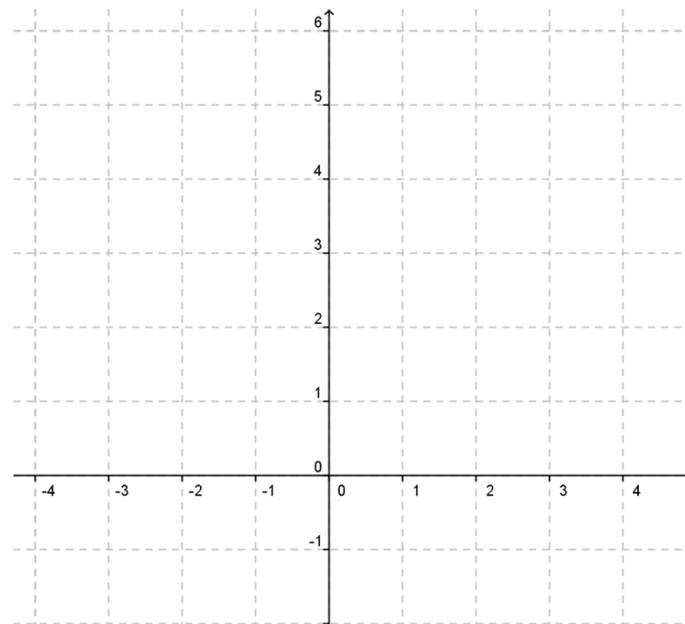
1 - Complete a tabela a seguir. Depois, responda a pergunta do problema.

x	y	_____
0	4	$0 + 4 = 4$
1		
	2	
		$3 + 1 = 4$
4		

### Respondendo ...

Estes pares ordenados correspondem a algumas soluções possíveis:

2 - Marque os pontos correspondentes a esses pares ordenados no plano cartesiano abaixo. Em seguida, trace a reta que passa por todos esses pontos.



3 - Agora, complete a tabela ao lado com mais três possíveis soluções.

Você percebeu?  
Todos os pontos que estão alinhados sobre a reta representam as soluções da equação.

x	y	$x + y = 4$
3,25		
	-2	
$2 \frac{1}{5}$		



### FIQUE LIGADO!!!

Toda equação do 1.º grau, com duas incógnitas, **x** e **y**, por exemplo, tem infinitas soluções e cada uma delas indicada por um **par ordenado** de números: **(x , y)**.

Essa ordem precisa ser respeitada. O primeiro número representa sempre o valor da incógnita x; o segundo representa sempre o valor da incógnita y.



### AGORA, É COM VOCÊ!!!!

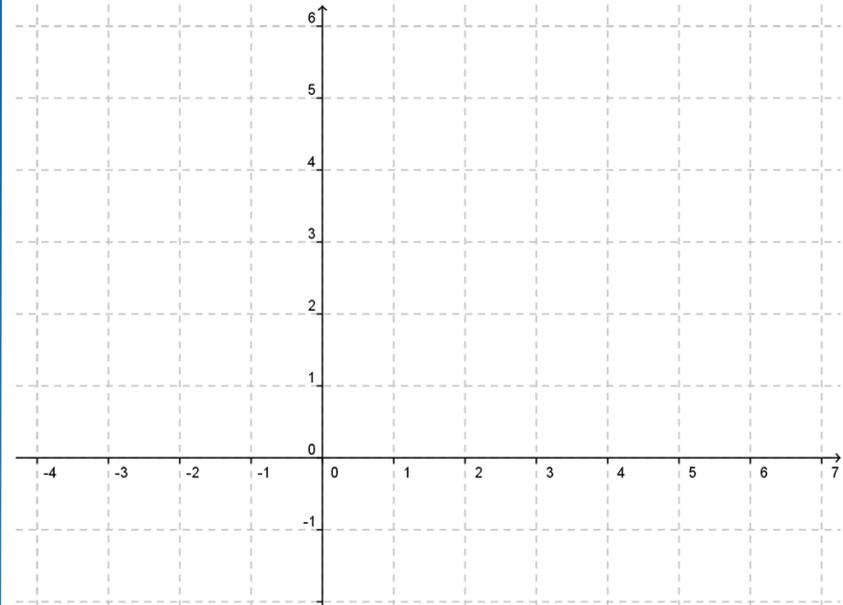
1 – Verifique se cada par ordenado é uma solução da equação  $3x + 2y = 16$ ?

- a) (2 , 5) \_\_\_\_\_
- b) (4 , 2) \_\_\_\_\_
- c) (5 , 2) \_\_\_\_\_
- d) (3 ; 3,5) \_\_\_\_\_

2 – Determine o valor de x da equação  $3x + 2y = 16$ , para  $y = - 1$ .

\_\_\_\_\_

3 – Agora, represente, no gráfico abaixo, os pares ordenados que são soluções da equação  $3x + 2y = 16$ .

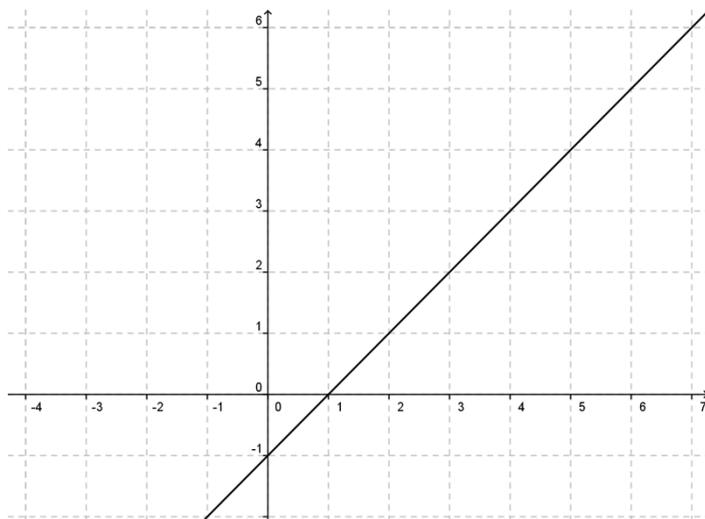


Este espaço é seu ...





4 – Observe a reta representada no plano cartesiano.



Essa representação gráfica corresponde à solução de qual das equações abaixo?

- I)  $2x + y = 3$
- II)  $x - y = 1$
- III)  $x + y = 1$

5 – Um retângulo tem  $56 \text{ dm}^2$  de área.

a) Escreva uma equação que represente essa situação.

\_\_\_\_\_

b) Se esse retângulo tiver  $14 \text{ dm}$  de comprimento, qual será a medida de sua largura?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

# TRABALHO DE CASA

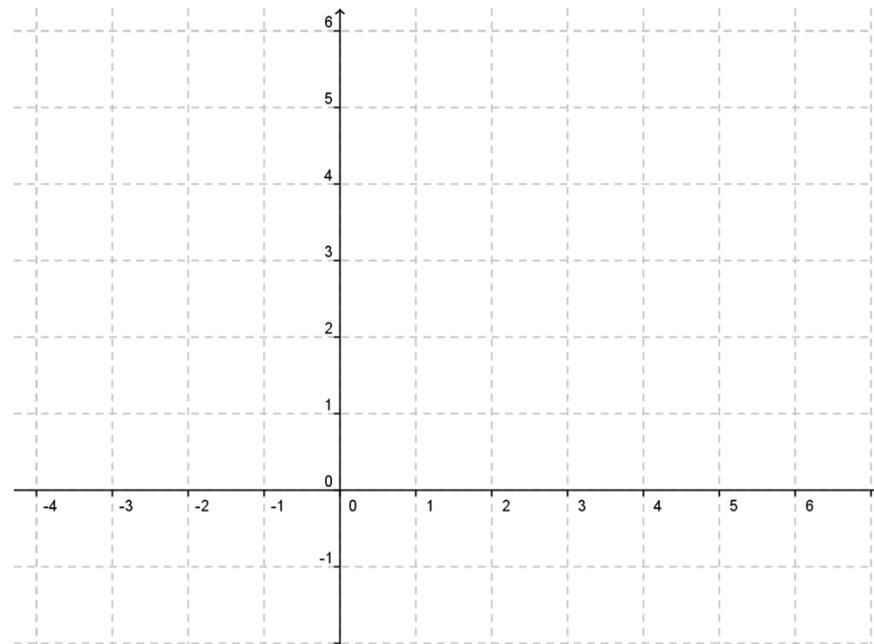
/ / 2013



ClipartOf.com/230200

1 – Represente, no plano cartesiano, a solução da equação  $2x + y = 6$ .

x	$2x + y = 6$	y	PAR ORDENADO
0			
1			
2			
3			





# SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU

Preciso resolver um problema: dois números diferentes têm soma 6 e diferença 2. Quais são eles?



Você observou que nesse problema temos duas equações e cada uma com duas incógnitas?

Como podemos escrever as duas equações?



Vamos chamar o número maior de  $x$  e o número menor de  $y$ . Assim:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

## FIQUE LIGADO!!!

As duas equações obtidas formam um sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas.

A solução do sistema é um par ordenado que satisfaz, simultaneamente, as duas equações.

Vamos, através de **tentativas**, atribuir alguns valores para  $x$  e  $y$ .



x	y	x + y	PAR ORDENADO
6	0	6 + 0 = 6	
5	1	5 + 1 = 6	
4	2	4 + 2 = 6	

Podemos utilizar outros valores para  $x$  e  $y$ .

Lembre-se! Apenas dois pontos definem uma reta.

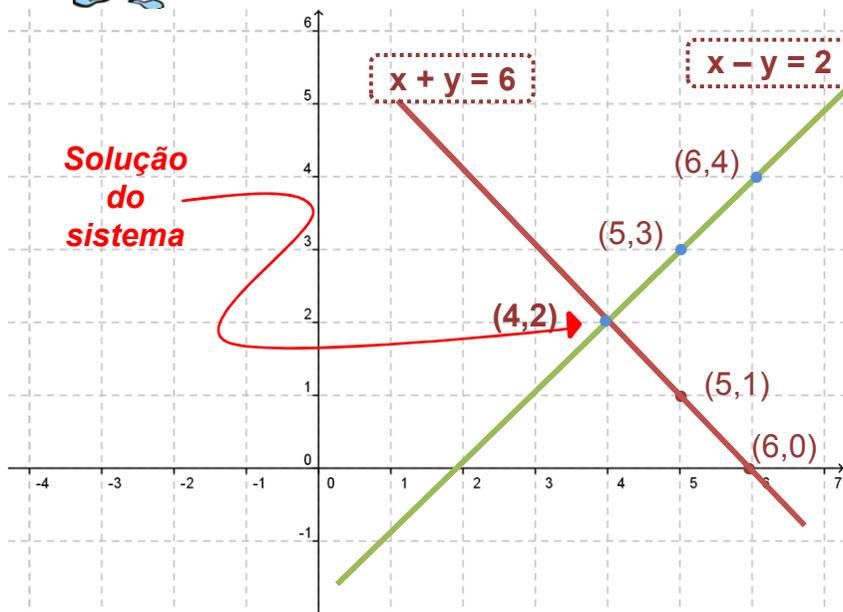
x	y	x - y	PAR ORDENADO
6	4	6 - 4 = 2	
5	3	5 - 3 = 2	
4	2	4 - 2 = 2	

Observe que o par ordenado (4, 2) satisfaz as duas equações simultaneamente. Então, podemos dizer que é a solução do sistema.





Agora, preste atenção na representação gráfica da solução do sistema.



Então, eu posso responder: o 4 e o 2 são números que possuem soma 6 e diferença 2.



### FIQUE LIGADO!!!

Quando o sistema possui **uma única solução**, as retas se interceptam em um único ponto: são **retas concorrentes**.

Observem mais dois exemplos de representação gráfica. Participe do desenvolvimento.



$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Atenção às regras dos sinais!



Encontre os pares ordenados.

x	y	$x - y = 2$	PAR ORDENADO
4	2		(4, 2)
		$2 - 0 = 2$	

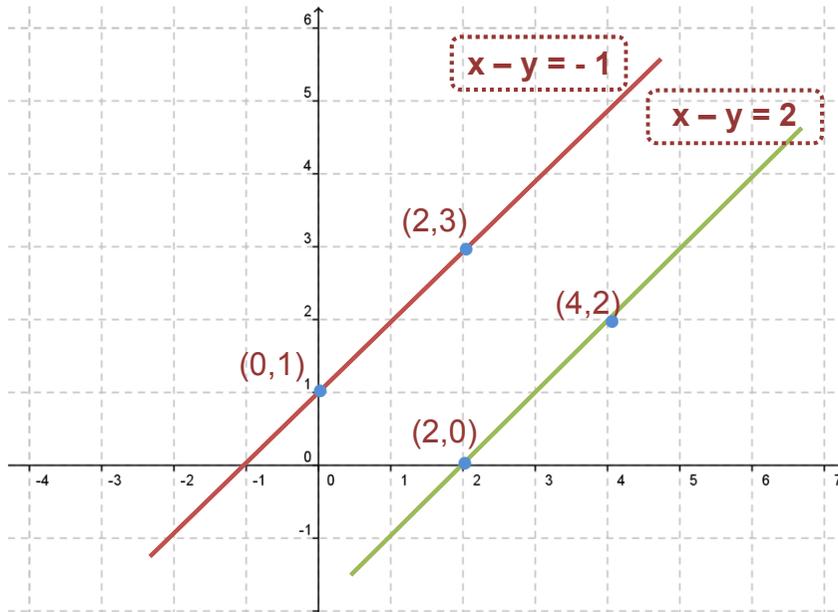
x	y	$x - y = -1$	PAR ORDENADO
0	1	$0 - 1 = -1$	
			(2, 3)



Observe a representação geométrica desse sistema.



MULTIRIO

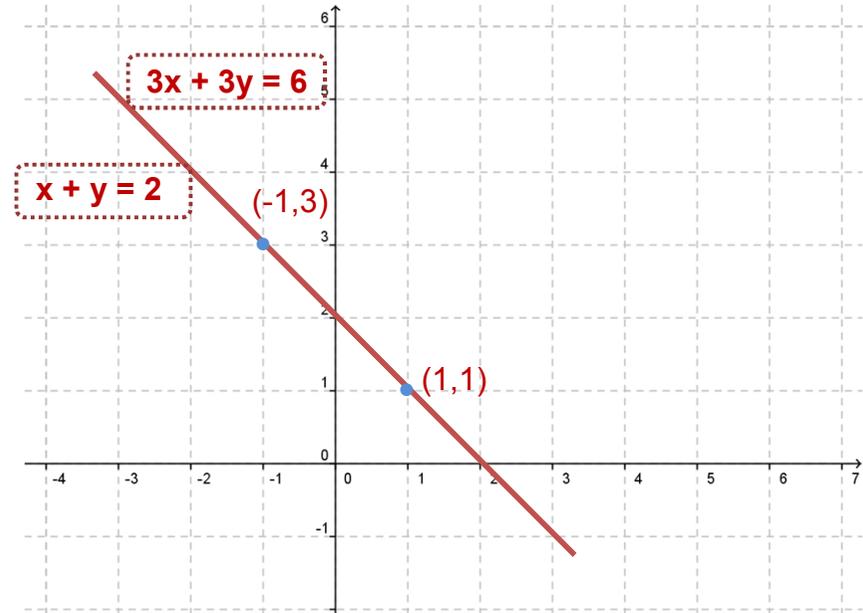


### FIQUE LIGADO!!!

Quando o sistema não possui **solução**, as retas são **retas paralelas e distintas**.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$$

x	y	$x + y = 2$	$3x + 3y = 6$	PAR ORDENADO
-1	3	$-1 + 3 = 2$		$(-1, 3)$
			$3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 3 + 3 = 6$	$(1, 1)$



### FIQUE LIGADO!!!

Quando o sistema possui **infinitas soluções**, as retas são **retas coincidentes**.



**AGORA,**  
É COM VOCÊ !!!

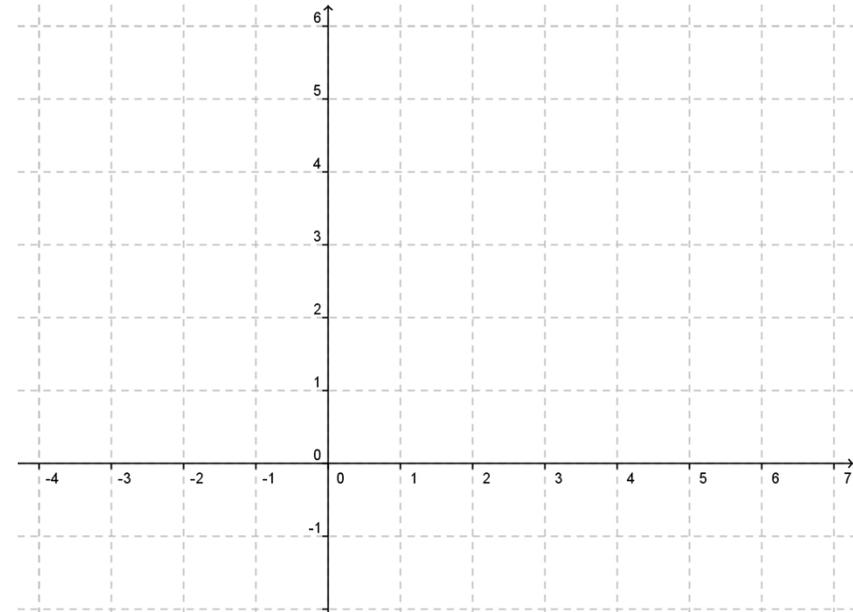
1 – Represente, geometricamente, o sistema de equações:

$$a) \begin{cases} x = y - 3 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

**DIC@** Encontre, para as duas equações, os pares ordenados correspondentes a  $x = 0$  e  $y = 0$ .

x	y	$x = y - 3$	PAR ORDENADO
0			
	0		
x	y	$-x + 2y = 4$	PAR ORDENADO
0			
	0		

Este espaço é seu ...



**TRABALHO  
DE CASA**

/ / 2 013



ClipartOf.com/230128

1 – Resolva, no seu caderno, os sistemas a seguir:

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y = -1 \\ -2x + 4y = 2 \end{cases}$$



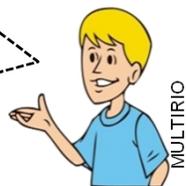
## RESOLVENDO UM SISTEMA DE EQUAÇÕES...



Até aqui resolvemos sistemas por tentativa ou graficamente. Mas existem outros métodos. Vamos conhecê-los?

### ➤ MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Vamos considerar o seguinte problema:  
Em uma barraca de frutas, Joana comprou 3 abacaxis e 2 mamões, pagando, no total, R\$ 14,00. Márcio, que comprou 1 abacaxi e 3 mamões pagou, no total, R\$ 10,50. Qual o preço de cada fruta nessa barraca?



Equacionando o problema, temos:

$$\begin{cases} 3a + 2m = 14 \\ a + 3m = 10,5 \end{cases}$$

$a = \text{abacaxi}$   
 $m = \text{mamão}$

#### 1º passo:

Escolhemos uma das equações e isolamos uma das incógnitas ( $a$ , por exemplo).

$$\begin{aligned} a + 3m &= 10,5 \\ a &= 10,5 - 3m \end{aligned}$$

#### 2º passo:

Substituímos, na outra equação, a incógnita  $a$  pela expressão obtida.

$$\begin{aligned} 3a + 2m &= 14 \\ 3 \cdot (10,5 - 3m) + 2m &= 14 \end{aligned}$$

#### 3º passo:

Resolvemos a equação.

$$\begin{aligned} 3 \cdot (10,5 - 3m) + 2m &= 14 \\ 31,5 - 9m + 2m &= 14 \\ -7m &= 14 - 31,5 \\ -7m &= -17,5 \\ 7m &= 17,5 \\ m &= 17,5 : 7 \\ m &= 2,5 \end{aligned}$$

#### 4º passo:

Substituímos  $m$  pelo seu valor na equação  $a = 10,5 - 3m$  e calculamos o valor de  $a$ .

$$\begin{aligned} a &= 10,5 - 3m \\ a &= 10,5 - 3 \cdot 2,5 \\ a &= 10,5 - 7,5 \\ a &= 3 \end{aligned}$$



Respondendo à pergunta do problema: nessa barraca, um abacaxi custa R\$ 3,00 e um mamão custa R\$ 2,50.



## ➤ MÉTODO DA ADIÇÃO



MULTIRIO

Agora, vamos considerar um problema bem simples: a soma de dois números é 15 e a diferença entre eles é 1. Quais são esses números?

*x = número maior  
y = número menor*

Equacionando o problema, temos:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{cases}$$



MULTIRIO



MULTIRIO

Observe que as duas equações apresentam termos opostos (+ y na primeira e - y). Então, podemos adicionar membro a membro.

Somando os primeiros e os segundos membros...

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ \begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 1 \\ \hline 2x + 0y = 16 \end{cases} \end{array}$$



MULTIRIO

Assim, encontramos uma única equação, equivalente às equações do sistema, sem a incógnita y. Resolvendo a equação equivalente, encontramos o valor de x.

$$2x + 0y = 16$$

$$\begin{array}{l} \underline{2x : 2} = 16 : 2 \\ x = \frac{16}{2} \Rightarrow x = 8 \end{array}$$

Agora, basta substituir o valor de x em uma das duas equações para encontrar o valor de y.



MULTIRIO

$$\begin{array}{l} x + y = 15 \\ 8 + y = 15 \\ y = 15 - 8 \\ y = 7 \end{array}$$

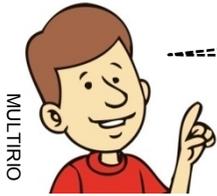


MULTIRIO

Enfim, podemos afirmar que o par ordenado (8, 7) é a solução do sistema. Também podemos responder à pergunta do problema. Os números que têm soma 15 e diferença 1, são os números 8 e 7.



## ➤ Preparando coeficientes nas duas equações...



Vamos resolver o sistema?

$$\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$$

**1.º passo:** Multiplicar a primeira equação por 3, para que o coeficiente de **y** fique simétrico.

$$\begin{cases} 4x + y = 0 & (\times 3) \\ 6x - 3y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 3y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$$

**2.º passo:** Somar os primeiros e segundos membros da equação.

$$\begin{cases} 12x + \cancel{3y} = 0 \\ 6x - \cancel{3y} = 36 \\ \hline 18x = 36 \end{cases}$$

**3.º passo:** Resolver a equação e encontrar o valor de **x**.

$$\begin{aligned} 18x &= 36 \\ x &= 36 : 18 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

**4.º passo:** Substituir o valor de **x** em uma das equações iniciais para encontrar o valor de **y**.

$$\begin{aligned} 4x + y &= 0 \\ 4 \cdot 2 + y &= 0 \\ 8 + y &= 0 \\ y &= -8 \end{aligned}$$

Professor, sugerimos que mostre aos alunos que existem outros caminhos para encontrar a solução de um sistema.

## Conferindo a resposta:

Na primeira equação:  $4x + y = 0$   
 $4 \cdot 2 + (-8) = 0$   
 $8 - 8 = 0$

Na segunda equação:  $6x - 3y = 36$   
 $6 \cdot 2 - 3 \cdot (-8) = 36$   
 $12 + 24 = 36$

Solução do sistema: **(2, -8)**

Atenção às regras dos sinais!

Resolvendo mais um sistema...



$$\begin{cases} 7x + 3y = -5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$$

**1.º passo:** Multiplicar a primeira equação por 4 e a segunda por -7, para que o coeficiente de **x** fique simétrico.

$$\begin{cases} 7x + 3y = -5 & (\times 4) \\ 4x + 5y = 7 & (\times -7) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28x + 12y = -20 \\ -28x - 35y = -49 \end{cases}$$



2.º passo:

Somar os primeiros e segundos membros de cada equação.

$$\begin{cases} \cancel{28x} + 12y = -20 \\ -\cancel{28x} - 35y = -49 \\ \hline -23y = -69 \end{cases}$$

3.º passo:

Resolver a equação e encontrar o valor de  $y$ .

$$\begin{aligned} -23y &= -69 \\ 23y &= 69 \\ y &= 69 : 23 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

4.º passo:

Substituir o valor de  $y$  em uma das equações iniciais pra encontrar o valor de  $x$ .

$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 7 \\ 4x + 5 \cdot 3 &= 7 \\ 4x + 15 &= 7 \\ 4x &= 7 - 15 \\ 4x &= -8 \\ x &= -8 : 4 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

*Conferindo a resposta...*

Na primeira equação:  $7x + 3y = -5$   
 $7 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 = -5$   
 $-14 + 9 = -5$

Na segunda equação:  $4x + 5y = 7$   
 $4 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 = 7$   
 $-8 + 15 = 7$

Solução do sistema:  $(-2, 3)$

Resolvendo Sistemas – Método da Adição

**AGORA,**  
É COM VOCÊ !!!

1 – Resolva os sistemas, usando o método da substituição. A seguir, verifique a solução encontrada.

a)  $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x + 2y = 40 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

Resolvendo Sistemas – Exercícios



2 – Resolva os sistemas, usando o método da adição.  
A seguir, verifique a solução encontrada.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 12 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6 \end{cases}$$

Atenção!  
m.m.c.

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 5y = -14 \\ -2x - 8y = -2 \end{cases}$$

## TRABALHO DE CASA

/ / 2 013

1 – Resolva, em seu caderno, os sistemas, usando o método que você julgar mais conveniente.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - 3y = -26 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 6y = 8 \\ 4x + y = 13 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{3x}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} = \frac{5}{(y-1)} \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 1,2x - 0,3y = 1,2 \\ 1,8x + 0,5y = 3,7 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2(x - 2) + 3y = -7 \\ 3x - 2(y - 4) = -3 \end{cases}$$

Compare as soluções que você encontrou com as dos seus colegas.





# DESAFIO

*Utilize o método  
de que você mais  
gostou!*

1 – No fim de um dia, havia no caixa de uma loja R\$ 25,00 em moedas de R\$ 0,25 e de R\$ 0,50. O dobro das moedas de R\$ 0,25 era igual ao quádruplo da quantidade de moedas de R\$ 0,50. Quantas moedas havia de cada valor?



<http://zip.net/bqkR36>

Este espaço é seu ...

2 – A festa estava animada! Meus amigos vieram e trouxeram os cachorros da vizinhança. Éramos 37, entre amigos e cachorros, num total de 118 pés. Quantos eram os amigos e os cachorros na festa?

Este espaço é seu ...



<http://zip.net/bqkR36>



# PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

Você já sabe que **notável** é tudo aquilo que chama a atenção.



<http://zip.net/byj7mx>



MULTIRIO

Estudaremos os **pontos notáveis** que estão associados às **medianas**, **bissetrizes** e **alturas** de um triângulo, já que, além dos lados, vértices e ângulos, os triângulos apresentam outros elementos.

## ➤ MEDIANAS E BARICENTRO

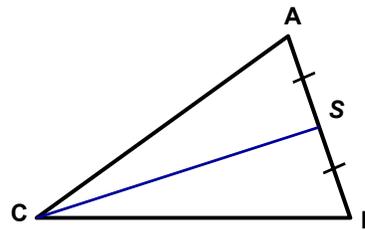
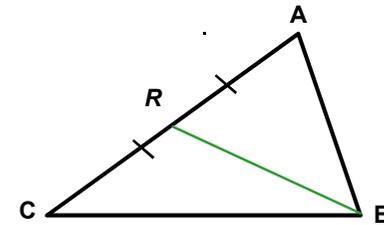
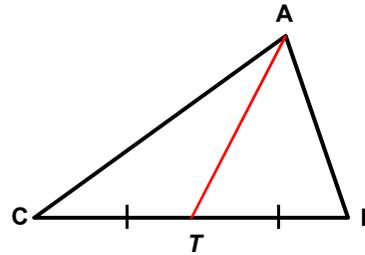
FIQUE LIGADO!!!

**Mediana** de um triângulo é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.



MULTIRIO

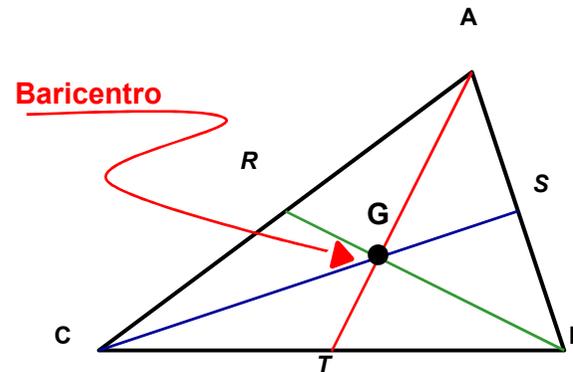
Todo triângulo possui três medianas. Observe o triângulo  $\triangle ABC$ .



- ✓  $\overline{AT}$  é a mediana relativa ao lado  $\overline{CB}$  ou ao vértice A.
- ✓  $\overline{BR}$  é a mediana relativa ao lado  $\overline{AC}$  ou ao vértice B.
- ✓  $\overline{CS}$  é a mediana relativa ao lado  $\overline{AB}$  ou ao vértice C.

FIQUE LIGADO!!!

As medianas de um triângulo se interceptam em um único ponto (G). Esse ponto notável é chamado de **baricentro**.





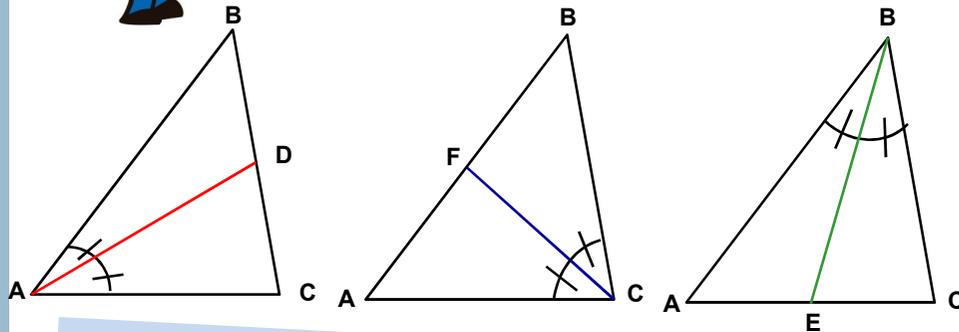
### ➤ BISSETRIZ E INCENTRO

FIQUE LIGADO!!!

**Bissetriz** de um triângulo é o segmento de reta que liga um vértice ao lado oposto, dividindo o ângulo correspondente em dois ângulos congruentes.



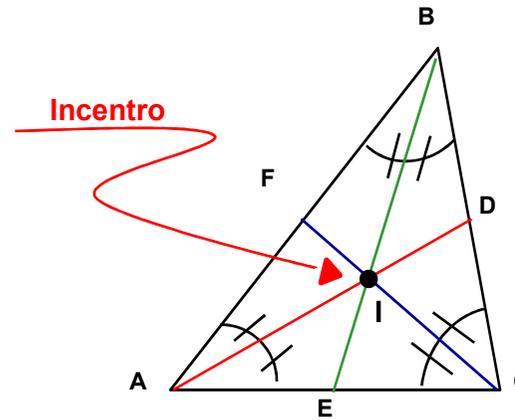
Todo triângulo possui três bissetrizes.  
Observe outro triângulo  $\triangle ABC$ .



- ✓  $\overline{AD}$  é a bissetriz relativa ao lado  $\overline{CB}$  ou ao vértice A.
- ✓  $\overline{CF}$  é a bissetriz relativa ao lado  $\overline{AB}$  ou ao vértice C.
- ✓  $\overline{BE}$  é a bissetriz relativa ao lado  $\overline{AC}$  ou ao vértice B.

FIQUE LIGADO!!!

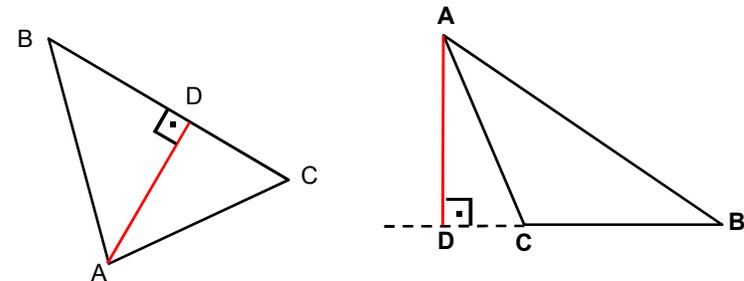
As bissetrizes de um triângulo se interceptam em um único ponto (I). Esse ponto notável é chamado de **incentro**.



### ➤ ALTURAS E ORTOCENTRO

FIQUE LIGADO!!!

**Altura** de um triângulo é o segmento de reta que liga, perpendicularmente, um dos seus vértices ao seu lado oposto ou ao seu prolongamento.



$\overline{AD}$ , é a altura relativa ao lado  $\overline{BC}$  ou ao vértice A.

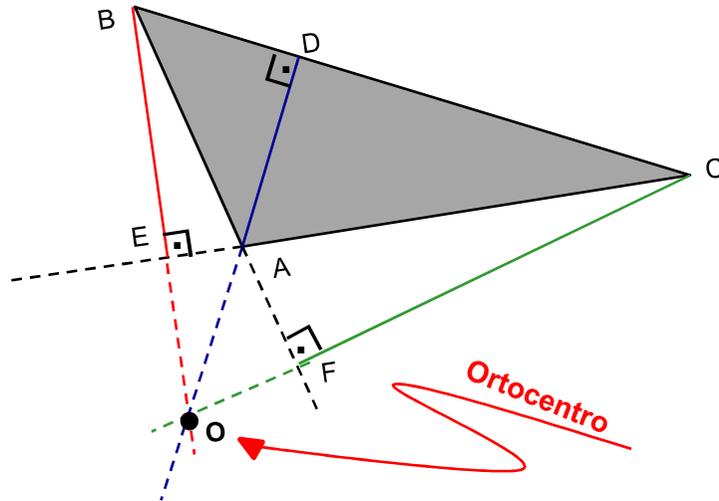
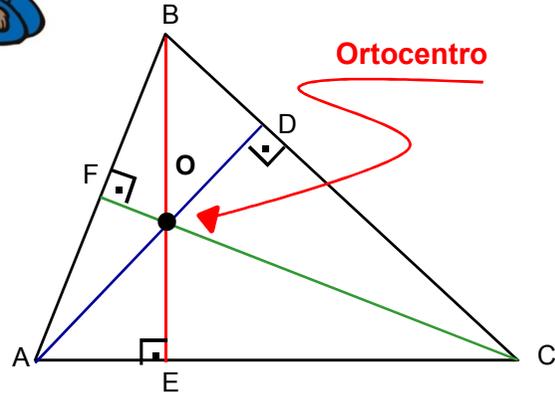
Pontos notáveis de um triângulo



MULTÍMÍDIA



Todo triângulo possui três alturas. Observe, agora, esses dois triângulos  $\triangle ABC$ .



- ✓  $\overline{AD}$  é a altura relativa ao lado  $\overline{CB}$  ou ao vértice A.
- ✓  $\overline{BE}$  é a altura relativa ao lado  $\overline{AC}$  ou ao vértice B.
- ✓  $\overline{CF}$  é a altura relativa ao lado  $\overline{AB}$  ou ao vértice C.

FIQUE LIGADO!!!

As alturas de um triângulo, ou os seus prolongamentos, se interceptam em um único ponto (O). Esse ponto notável é chamado de **ortocentro**.

**AGORA,**  
É COM VOCÊ!!!

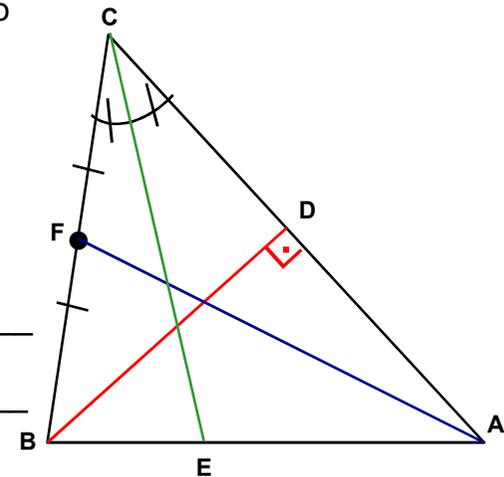
1 – Complete as sentenças corretamente:

- a) O \_\_\_\_\_ é o ponto no qual se interceptam as bissetrizes de um triângulo.
- b) O \_\_\_\_\_ é o ponto no qual se interceptam as alturas de um triângulo.
- c) O \_\_\_\_\_ é o ponto no qual se interceptam as medianas de um triângulo.

2 – Na figura ao lado, F é o ponto médio de  $\overline{BC}$ .

Identifique:

- a) uma altura \_\_\_\_\_
- b) uma mediana \_\_\_\_\_
- c) uma bissetriz \_\_\_\_\_



Pontos notáveis de um triângulo



# CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

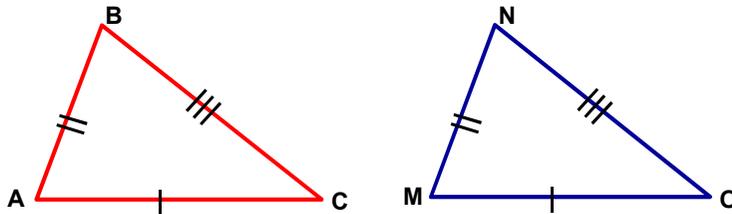
Estudaremos, agora, em particular, os triângulos congruentes. Sabemos que o triângulo possui seis elementos (três lados e três ângulos).



É possível descobrir se um triângulo é congruente ao outro apenas comparando os seus elementos.

## ➤ Casos de congruência de triângulos

1º Caso: *Lado, Lado, Lado - LLL*

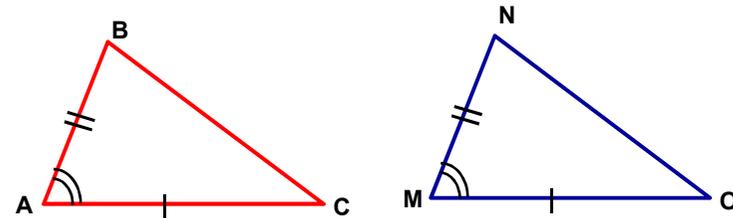


$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \cong \overline{MN} \\ \overline{BC} \cong \overline{NO} \\ \overline{CA} \cong \overline{OM} \end{array} \right\} \Delta ABC \cong \Delta MNO$$

FIQUE LIGADO!!!

Dois triângulos são congruentes quando possuem três lados, respectivamente, congruentes, ou seja, de mesma medida.

2º Caso: *Lado, Ângulo, Lado - LAL*



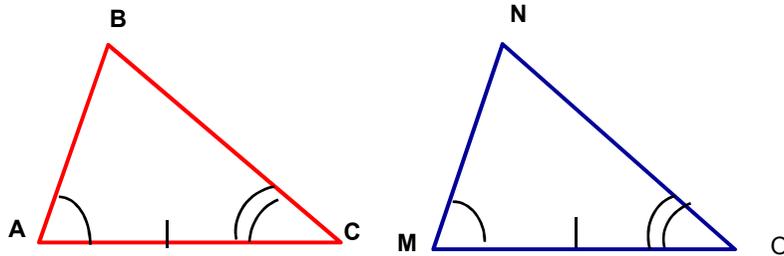
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \cong \overline{MN} \\ \hat{A} \cong \hat{M} \\ \overline{CA} \cong \overline{OM} \end{array} \right\} \Delta ABC \cong \Delta MNO$$

FIQUE LIGADO!!!

Dois triângulos são congruentes quando possuem dois lados e o ângulo compreendido por esses lados, respectivamente, congruentes, ou seja, de mesma medida.



### 3º Caso: *Ângulo, Lado, Ângulo - ALA.*

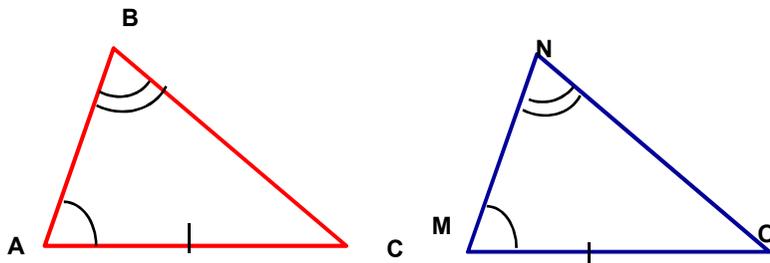


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \cong \hat{M} \\ \overline{AC} \cong \overline{MO} \\ \hat{C} \cong \hat{O} \end{array} \right\} \Delta ABC \cong \Delta MNO$$

**FIQUE LIGADO!!!**

Dois triângulos são congruentes quando possuem dois ângulos e o lado compreendido por esses ângulos, respectivamente, congruentes, ou seja, de mesma medida.

### 4º Caso: *Lado, Ângulo Adjacente, Ângulo Oposto - LAA.*



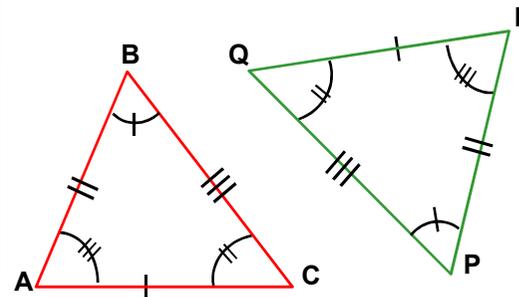
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} \cong \overline{MO} \\ \hat{A} \cong \hat{M} \\ \hat{B} \cong \hat{N} \end{array} \right\} \Delta ABC \cong \Delta MNO$$

**FIQUE LIGADO!!!**

Dois triângulos são congruentes quando possuem um lado, um ângulo adjacente e um ângulo oposto a esse lado, respectivamente, congruentes, ou seja, de mesma medida.

**AGORA,  
É COM VOCÊ!!!!**

1 – O par de triângulos a seguir é congruente. Identifique todos os elementos congruentes.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

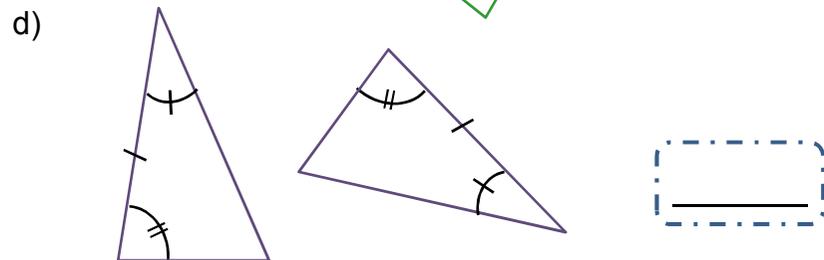
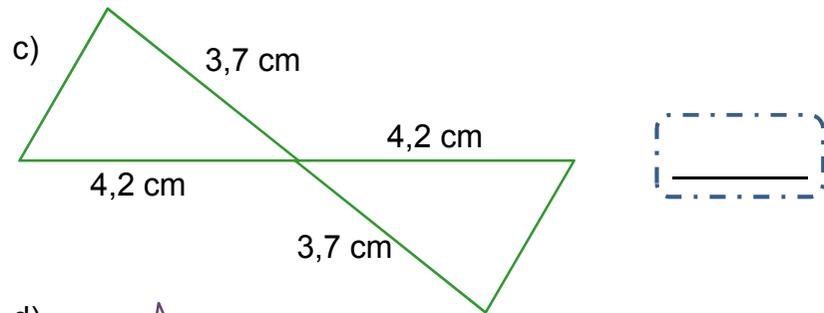
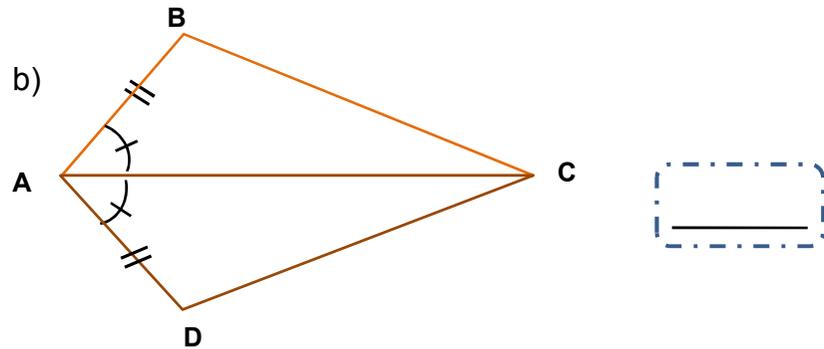
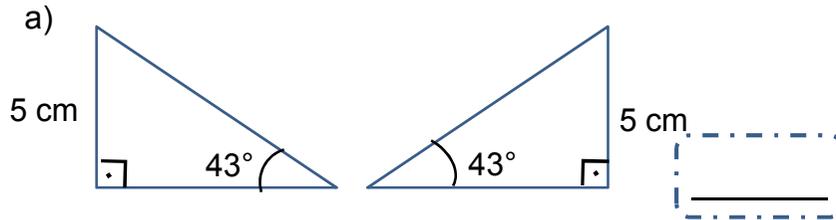
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

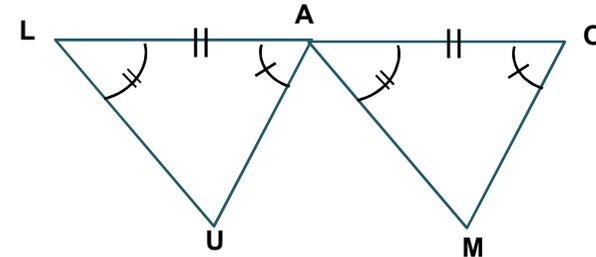
\_\_\_\_\_



2 – Cada par de triângulos são congruentes. Observe as medidas indicadas e verifique qual o caso que garante a congruência desses triângulos.



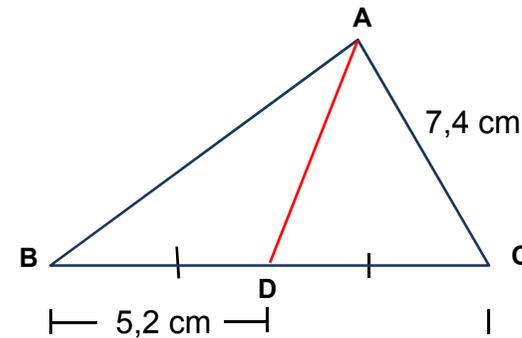
3 – (Saresp) Nos triângulos LUA e AMO, os elementos congruentes estão assinalados com marcas iguais.



Sabendo que  $\overline{UA} = 10$  cm e  $\overline{LA} = 8$  cm, pode-se dizer que  $\overline{AO}$  e  $\overline{MO}$  medem, respectivamente,:

- (A) 10 cm e 10 cm.
- (B) 10 cm e 8 cm.
- (C) 8 cm e 10 cm.
- (D) 8 cm e 8 cm.

4 – Observe o triângulo.

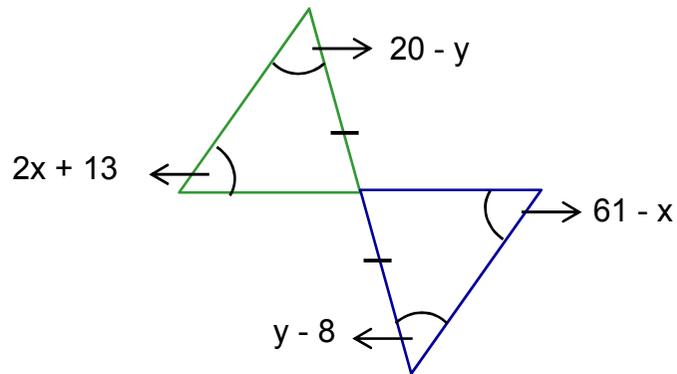


Sabendo que o perímetro do  $\triangle ABC$  é 30,1 cm, qual a medida de  $\overline{AB}$ ?



Este espaço é seu ...

5 – Calcule, em graus, o valor de  $x$  e  $y$  sabendo que os triângulos são congruentes.



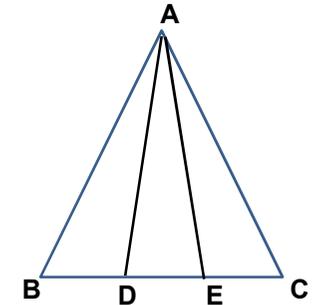
Este espaço é seu ...

# TRABALHO DE CASA

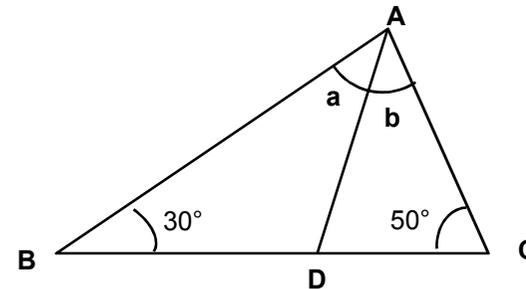
/ / 2 013

1 – (Saresp) Na figura, o triângulo ABC é isósceles e  $\overline{BD} \cong \overline{DE} \cong \overline{EC}$ . Nessas condições, os triângulos:

- ( ) ABD e ADE são congruentes.
- ( ) ABD e AEC são congruentes.
- ( ) ADE e AEC são congruentes
- ( ) ABD e ABC são congruentes.



2 – Na figura abaixo,  $\overline{AD}$  é bissetriz. Calcule a e b.



Este espaço é seu ...



<http://zip.net/bkkFnx>

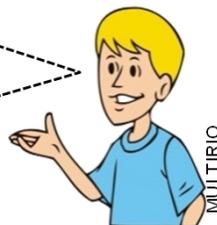


# ÂNGULOS EXTERNOS DE UM POLÍGONO



Vamos, agora, calcular a soma das medidas dos **ângulos externos** de um polígono convexo.

Observe os ângulos assinalados nas figuras ao lado: são **ângulos externos** que, como diz o nome, ficam na parte de fora do polígono.



Podemos obter a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono por meio de recorte. Vamos fazer uma experiência?

Para realizar esta atividade, recorte os polígonos da última folha deste caderno (pág. 39).

## Experimentando...

- Pinte todos os ângulos externos de cada polígono.
- Recorte cada uma das figuras, destacando cada um dos ângulos pintados.
- Reagrupe as partes, juntando os ângulos pintados, mantendo-os unidos pelos vértices.
- Ao final, cole, na atividade ao lado, cada polígono no espaço correspondente.

## Somando os ângulos externos...

TRIÂNGULO

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

QUADRILÁTERO

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

PENTÁGONO REGULAR

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

PENTÁGONO

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

HEXÁGONO

$$S_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Conclusão

É possível demonstrar que a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é \_\_\_\_\_.



### FIQUE LIGADO!!!

A soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é  $360^\circ$ .

### Recapitulando...

$$S_e = 180^\circ \quad S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$a_e = \frac{360^\circ}{n} \quad a_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} \quad D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

### AGORA, É COM VOCÊ!!!

1 – Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo externo mede  $24^\circ$ ? Qual o seu nome? E quantas diagonais ele possui?

**Respostas:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

2 – Em um polígono, temos que  $S_i + S_e = 1\,260^\circ$ . Qual é esse polígono?

**Resposta:** \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

### TRABALHO DE CASA

/ / 2 0 1 3

1 – Um polígono regular tem a soma das medidas dos ângulos internos igual a  $1\,260^\circ$ . Qual a medida de cada ângulo externo desse polígono?

**Resposta:** \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...



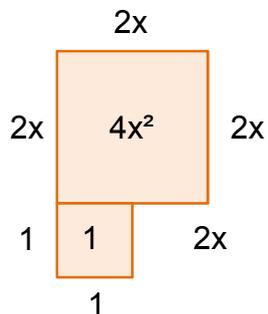
<http://zip.net/bikDVS>



# Recapitulando...

## 1 - PRODUTOS NOTÁVEIS

1 – Observe a figura a seguir e acrescente dois retângulos, para explicar, geometricamente, por que  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ .



2 – Observe o quadrado e complete as sentenças.



- a) O monômio \_\_\_\_\_ representa a área desse quadrado.
- b) Se diminuirmos em 7 unidades a medida do lado desse quadrado, o polinômio \_\_\_\_\_ representará a sua nova área.

Este espaço é seu ...

3 – O polinômio que representa o produto de  $a^3 + 1,5$  por  $a^3 - 1,5$  é \_\_\_\_\_.

Este espaço é seu ...

4 – Escreva o polinômio  $(a + 1)^2 + (a - 1)^2 - 2(a^2 - 1)$  na sua forma reduzida. \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...



ClipartOf.com/230195



5 – Corrija as sentenças.

a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 9$  \_\_\_\_\_

b)  $(2a + b)^2 = 2a^2 + 2ab + b^2$  \_\_\_\_\_

c)  $(xy - 5)^2 = x^2y^2 + 10xy + 25$  \_\_\_\_\_

d)  $(4a - 3b^2)^2 = 16a^2 - 9b^2$  \_\_\_\_\_

e)  $(2x + 1)(2x - 1) = 4x$  \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...



<http://zip.net/ogkfrn2>

## 2 - FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

1 – Fatore os polinômios a seguir:

a)  $4a + 20ax =$

b)  $ax - bx + ay - by =$

c)  $x^2 - y^2 - 1/9 =$

d)  $a^6 + 2a^3b^2 + b^4 =$

a)  $35m - 7m^2 =$

b)  $mn + m + n + 1 =$

c)  $x^2 - 64 =$

d)  $p^2 - pm + r / 4 =$



[ClipartOf.com/230195](http://clipartof.com/230195)



### 3 - TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO



1 – Um shopping possui três andares de estacionamento. Na entrada do estacionamento, um painel mostra o número total de vagas e o número de vagas disponíveis em cada um dos andares. Em determinada hora do dia, o painel eletrônico mostrava as informações registradas no quadro abaixo:

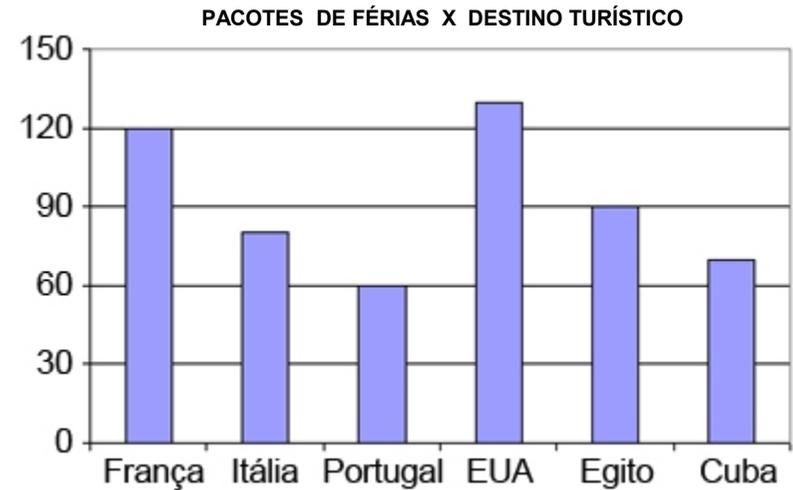
	1º andar	2º andar	3º andar
Total de vagas	350	400	550
Vagas disponíveis	175	150	400

Segundo o painel, quantos veículos estavam no estacionamento do shopping, nessa hora do dia?

Resposta: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

2 – O gráfico a seguir representa a quantidade de pacotes turísticos vendidos em um determinado período de tempo.



<http://zip.net/bnkF10>

Analisando o gráfico, pode-se afirmar que:

- a) \_\_\_\_\_ foi o destino turístico menos procurado.
- b) \_\_\_\_\_ foi o destino turístico mais procurado.
- c) Foram vendidos, aproximadamente, \_\_\_\_\_ pacotes de férias para a Itália.
- d) Foram vendidos, aproximadamente, \_\_\_\_\_ pacotes de férias para Cuba.

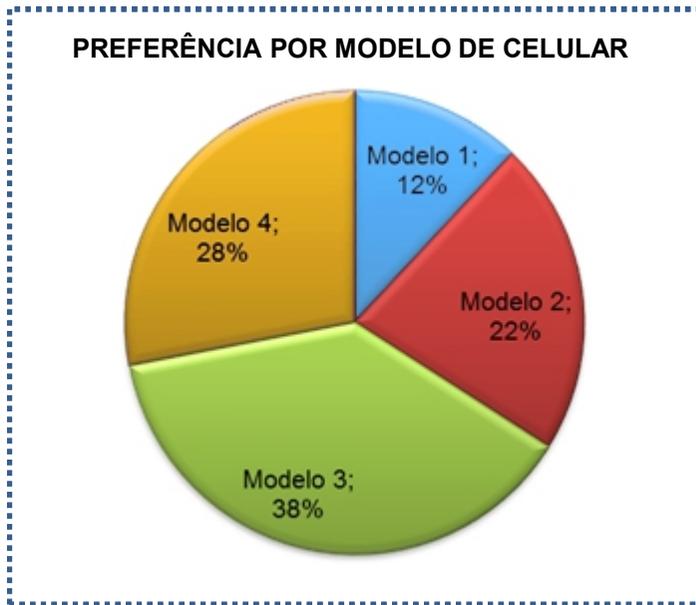


<http://zip.net/bgkFm4>



3 – Em uma pesquisa, foram entrevistadas 2 673 pessoas com o seguinte questionamento: Qual o modelo de celular mais bonito?

O resultado da pesquisa foi organizado no gráfico a seguir.

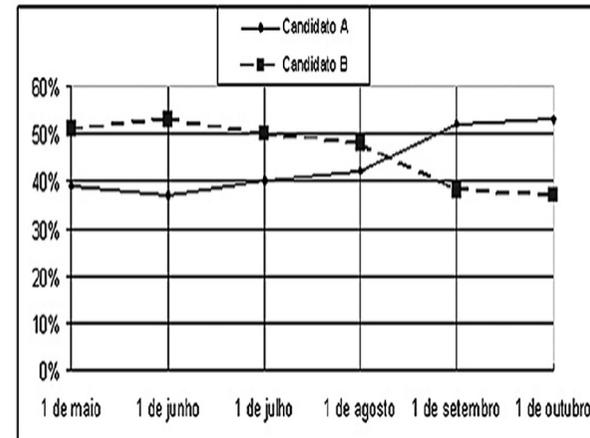


Analisando o gráfico, podemos afirmar que, aproximadamente,

- ( ) 350 pessoas preferem o modelo 1.
- ( ) 580 pessoas preferem o modelo 2.
- ( ) 750 pessoas preferem o modelo 3.
- ( ) 1 016 pessoas preferem o modelo 4.

Este espaço é seu ...

4 - (Prova Brasil / 2011) O gráfico abaixo mostra a evolução da preferência dos eleitores pelos candidatos A e B.



Em que mês o candidato A alcançou, na preferência, o candidato B?

- ( ) Outubro
- ( ) Setembro
- ( ) Julho
- ( ) Agosto

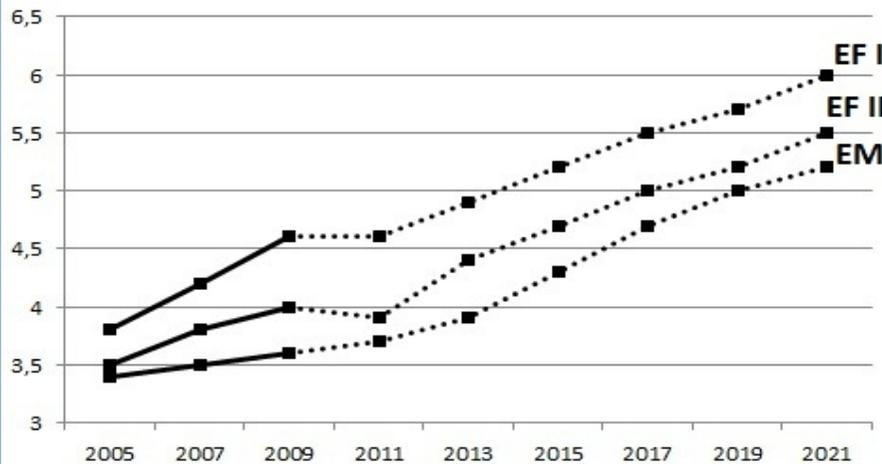




## 4 - ESTIMATIVA E PREVISÃO DE RESULTADOS

1 - O gráfico mostra a previsão de resultados para o desempenho dos alunos do ensino público no Brasil.

### Evolução histórica e metas para o Ideb (Brasil)



Legenda: EF I – Ensino Fundamental / EF II – Ensino Fundamental II / EM – Ensino Médio  
<http://fundacaolemann.org.br> - 06 de julho de 2012.

Para os alunos do Ensino Fundamental II a meta prevista para 2013 é de, aproximadamente,

- ( ) 3,9
- ( ) 4,4
- ( ) 4,9
- ( ) 5,5

## DESAFIO

2 - Um pé de café dá seus primeiros frutos 5 anos depois de ter sido plantado. Ele produz, em média, 2,5 kg de "cerejas" por ano.

Esses 2,5 kg darão 0,5 kg de café verde, que corresponde a 0,4 kg de café torrado.

Qual a previsão de produção de café torrado, em toneladas, numa fazenda que possui 8 mil pés de café por hectares, cinco anos após o plantio?

- ( ) 3,2 t.
- ( ) 0,32 t.
- ( ) 0,032 t.
- ( ) 0,0032 t.



Este espaço é seu ...



3 - A turma 1 803 participará de um torneio de Vôlei de Praia. Há, na turma, quatro alunas que praticam esse desporto: Rita, Paula, Leila e Joana.

Quantas duplas diferentes o professor de Educação Física pode formar?

- (A) 12 duplas.
- (B) 8 duplas.
- (C) 6 duplas.
- (D) 4 duplas.

Este espaço é seu ...

4 - Em uma sorveteria, uma taça de sorvete pode ser servida com cobertura de chantilly, com cobertura de calda de caramelo ou de calda de chocolate. Há cinco sabores de sorvete a escolher: coco, abacaxi, creme, morango e chocolate. Quantas combinações podem ser feitas para um pedido?

- ( ) 3 combinações
- ( ) 5 combinações
- ( ) 8 combinações
- ( ) 15 combinações



Na região Sul, há 70% de possibilidades de chuva. No Nordeste, tempo bom, sol, sem possibilidade de chuva.

5 – Considerando-se verdadeiras as previsões, qual a possibilidade de, respectivamente,

- a) não chover na região Sul?
- b) não chover no Nordeste?

- ( ) 100% e 30%
- ( ) 30% e 70%
- ( ) 70% e 30%
- ( ) 30% e 100%

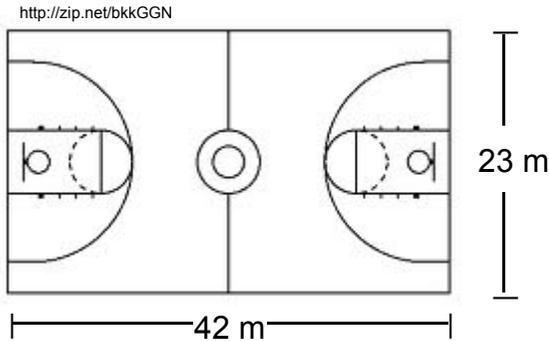




## 5 - ÁREA E PERÍMETRO



1 – (Simulado – Prova Brasil) A quadra de futebol de salão de uma escola possui as dimensões apresentadas a seguir.



Um aluno que dá uma volta completa, nessa quadra, percorre \_\_\_\_\_ metros.

2 – Em uma sala quadrada, foram gastos 28,10 m de rodapé de madeira. A sala tem apenas uma porta de 0,90 m de largura. Qual a medida de cada lado da sala?

Resposta: \_\_\_\_\_

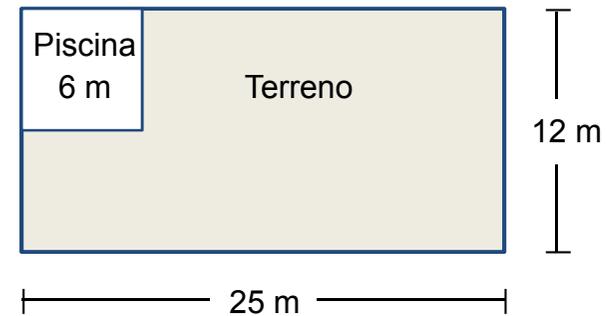
Este espaço é seu ...

1 -

2 -

3 – Uma piscina quadrada foi construída em um terreno retangular, conforme a figura a seguir. Seu João pretende gramar todo o terreno em torno da piscina. Quantos m<sup>2</sup> de grama serão necessários?

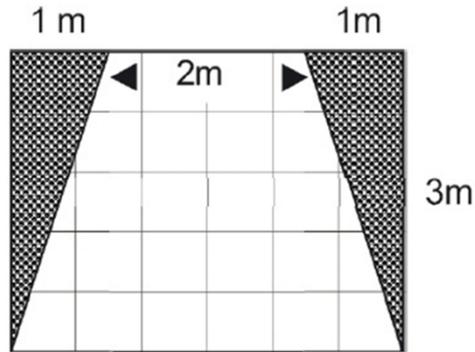
Resposta: \_\_\_\_\_



Este espaço é seu ...



4 – (Prova Brasil) O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido com cerâmica.



Qual a área do piso que será revestido com cerâmica?

- ( ) 12 m<sup>2</sup>
- ( ) 9 m<sup>2</sup>
- ( ) 6 m<sup>2</sup>
- ( ) 3 m<sup>2</sup>

Este espaço é seu ...



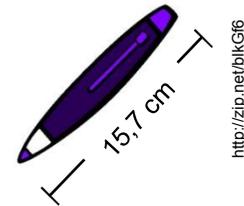
<http://zip.net/bikDVS>

## 6 - RELAÇÕES ENTRE UNIDADES DE MEDIDAS



1 – (Prova Brasil) Joana mediu, com uma régua, o comprimento de uma caneta e encontrou 15,7 cm. Essa medida equivale em mm a

- ( ) 0,157
- ( ) 1,57
- ( ) 157
- ( ) 1570



<http://zip.net/bikGf6>

Este espaço é seu ...

2 – (Prova Brasil) No mercado Preço Ótimo, a manteiga é vendida em caixinhas de 200 g. Para levar para casa 2 quilogramas de manteiga, Marisa precisa comprar

- ( ) 2 caixinhas.
- ( ) 5 caixinhas.
- ( ) 4 caixinhas.
- ( ) 10 caixinhas.

Este espaço é seu ...



3 – (Prova Brasil) O desenho de um colégio foi feito na seguinte escala: cada 4 cm equivalem a 5 m. A representação ficou com 10 cm de altura. Qual a altura real, em metros, do colégio?

- (    ) 2
- (    ) 12,5
- (    ) 50
- (    ) 125

Este espaço é seu ...

4 – Beatriz foi ao mercado e comprou 2,5 kg de batata, 135 g de alho, 465 g de queijo, 500 g de arroz, 1 kg de feijão e 1,15 kg de carne. Quantos quilos de alimento ela comprou?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

5 - O autódromo de Interlagos, localizado em São Paulo, é um dos mais emblemáticos autódromos do mundo e o traçado de sua pista é tido, por muitos pilotos e especialistas, como o melhor do automobilismo.

A figura abaixo mostra o desenho da pista do autódromo. Podemos dizer que a sua extensão corresponde a \_\_\_\_\_ metros.



<http://zip.net/bkkFnX>

### AUTÓDROMO JOSÉ CARLOS PACE, INTERLAGOS



<http://zip.net/bkkFnX>

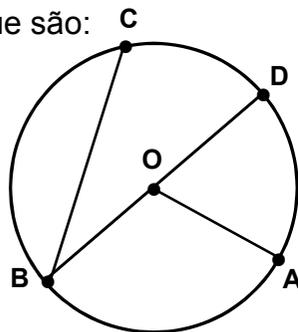


## 7 - CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

1 – Complete:

- a) Uma circunferência tem \_\_\_\_\_ raios.
- b) O \_\_\_\_\_ é a maior corda de uma circunferência.
- c) \_\_\_\_\_ é um segmento de reta com extremidades em dois pontos da circunferência.
- d) \_\_\_\_\_ é uma corda que contém o centro da circunferência.

2 – Considerando o centro da circunferência e os segmentos assinalados na figura, indique os que são:



- a) raios \_\_\_\_\_
- b) corda \_\_\_\_\_
- c) diâmetro \_\_\_\_\_

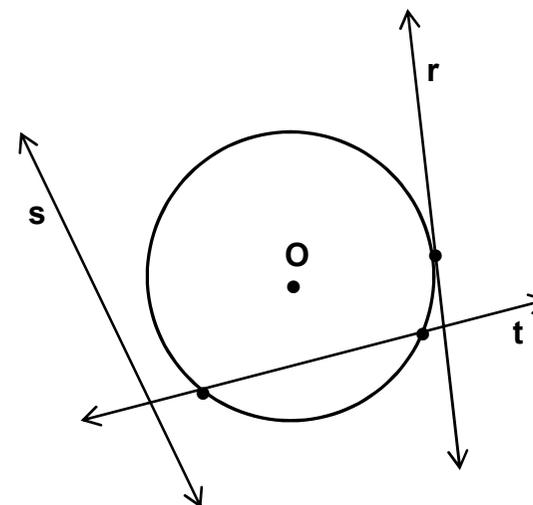
- 3 – Considere uma circunferência com raio de 7 cm. Indicando por  $x$  a distância de um ponto R qualquer ao centro dessa circunferência, qual deve ser o valor de  $x$  para que o ponto seja:
- a) um ponto da circunferência? \_\_\_\_\_
  - b) um ponto interno à circunferência? \_\_\_\_\_
  - c) um ponto externo à circunferência? \_\_\_\_\_

4 – Um ponto P qualquer pertence a uma circunferência com raio de 17 cm, e a distância do ponto P ao centro é expressa por  $(5x - 8)$  cm. Nessas condições, qual é o menor valor inteiro que  $x$  pode assumir?

Resposta: \_\_\_\_\_

Este espaço é seu ...

5 – Observe a figura e complete as sentenças:

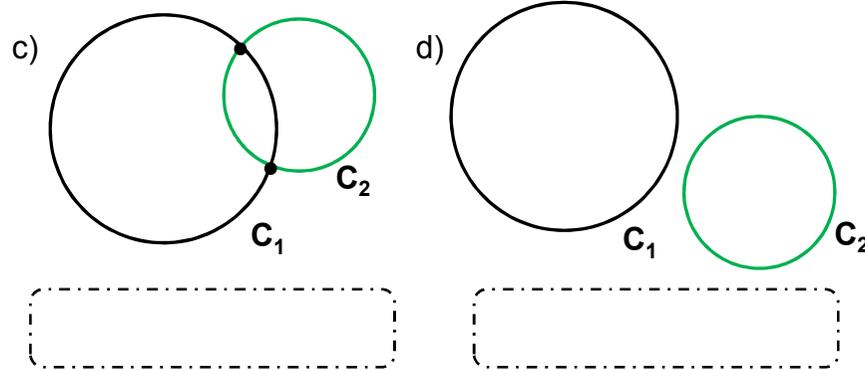
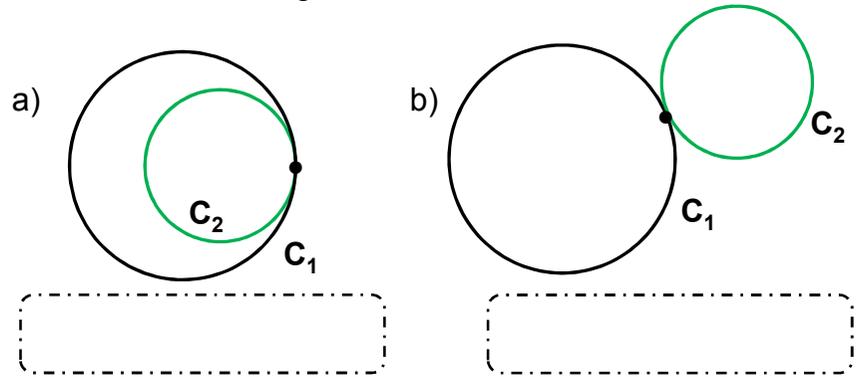


- a) A reta \_\_\_\_\_ é tangente à circunferência
- b) A reta \_\_\_\_\_ é secante à circunferência.
- c) A reta \_\_\_\_\_ é externa à circunferência.

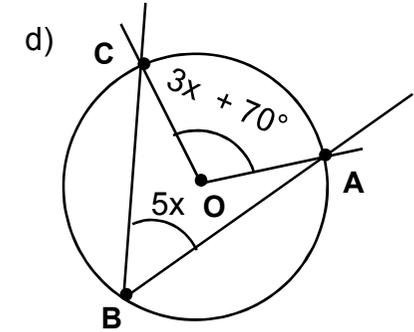
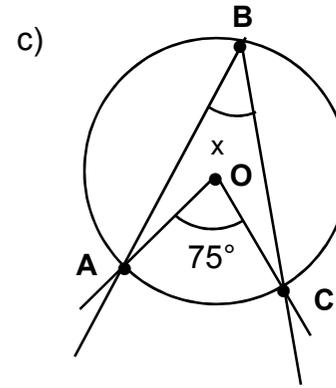
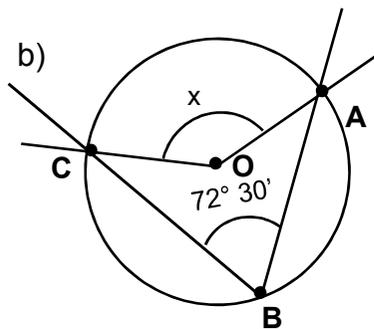
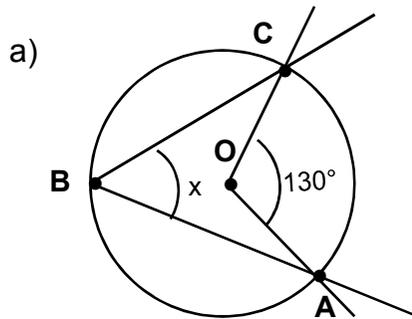




6 – Identifique as posições ocupadas pelos pares de circunferências a seguir:



7 - Determine, em cada caso, a medida do ângulo desconhecido.



Este espaço é seu ...

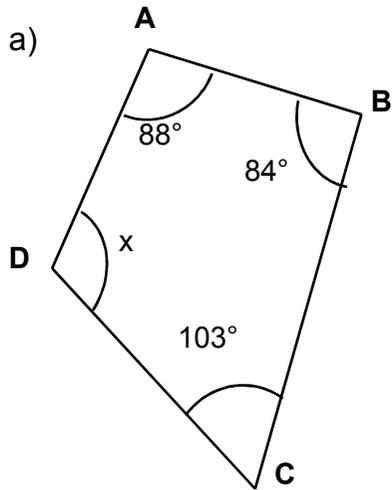


ClipartOf.com/2301195



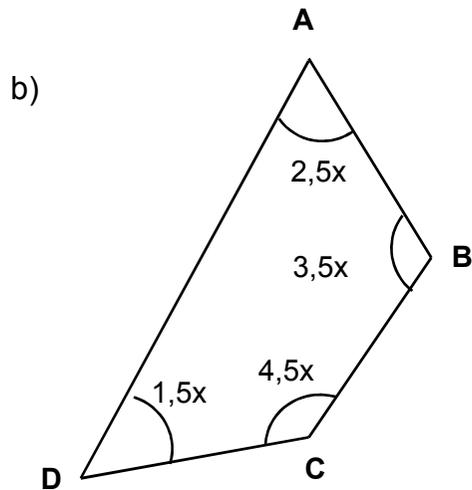
# 8 - QUADRILÁTEROS

1 – Calcule o valor dos ângulos assinalados..



*A soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.*

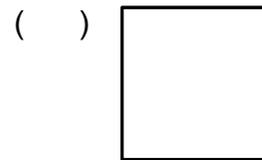
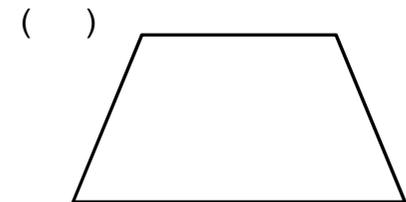
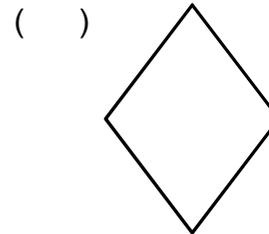
x \_\_\_\_\_



$\hat{A}$  \_\_\_\_\_  $\hat{C}$  \_\_\_\_\_  
 $\hat{B}$  \_\_\_\_\_  $\hat{D}$  \_\_\_\_\_

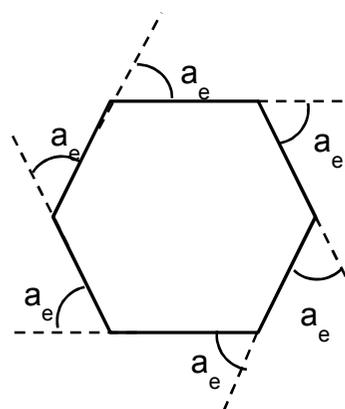
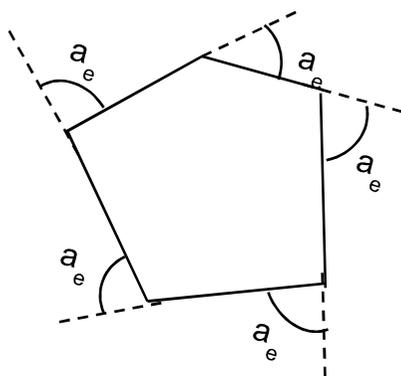
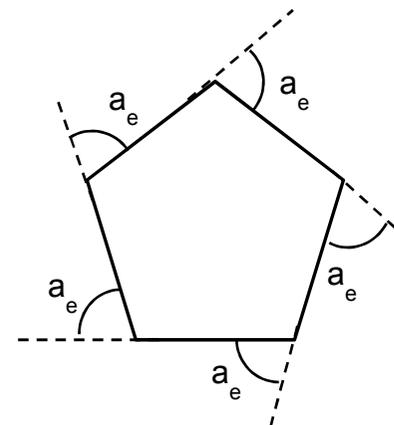
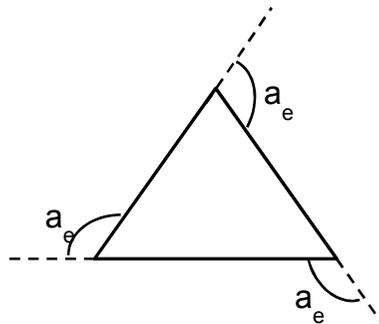
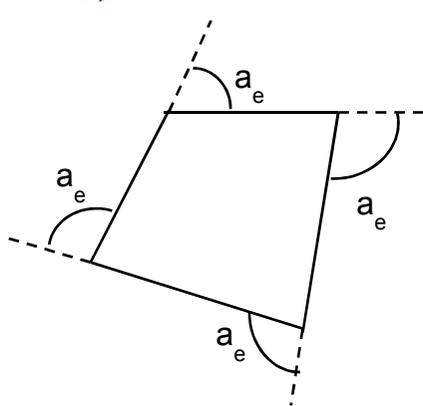
Este espaço é seu ...

2 – (Prova Brasil) Qual o quadrilátero abaixo que possui apenas um par de lados paralelos.



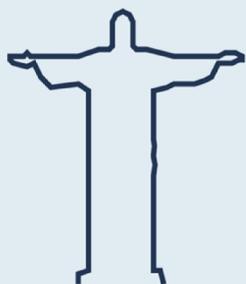


### Atividade relativa ao Experimentando (p. 25)





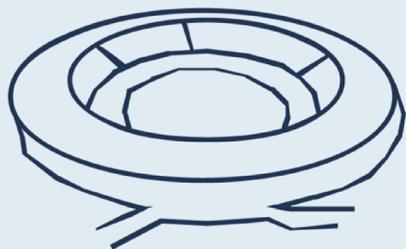
Pão de Açúcar



Cristo Redentor



Hangar do Zeppelin



Maracanã

# Dicas de estudo

- Tenha um espaço próprio para estudar.
- O material deve estar em ordem, antes e depois das tarefas.
- Escolha um lugar para guardar o material adequadamente.
- Brinque, dance, jogue, pratique esporte... Movimente-se! Escolha hábitos saudáveis.
- Estabeleça horário para seus estudos.
- Colabore e auxilie seus colegas em suas dúvidas. Você também vai precisar deles.
- Crie o hábito de estudar todos os dias.
- Consulte o dicionário sempre que precisar.
- Participe das atividades propostas por sua escola.
- Esteja presente às aulas. A sequência e a continuidade do estudo são fundamentais para a sua aprendizagem.
- Tire suas dúvidas com o seu Professor ou mesmo com um colega.
- Respeite a si mesmo, a todos, a escola, a natureza... Invista em seu próprio desenvolvimento.

**Valorize-se! Você é um estudante da Rede Municipal de Ensino do Rio de Janeiro. Ao usar seu uniforme, lembre-se de que existem muitas pessoas, principalmente seus familiares, trabalhando para que você se torne um aluno autônomo, crítico e solidário. Acreditamos em você!**