SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO

Cadernos de apoio e aprendizagem

MATEMÁTICA

8º ano

EDIÇÃO REVISADA E ATUALIZADA

PREFEITURA DE SÃO PAULO
EDUCAÇÃO

2014

PREFEITURA DE
SÃO PAULO

Prefeitura da Cidade de São Paulo

Prefeito
Fernando Haddad

Secretaria Municipal de Educação

Secretário
Cesar Callegari

Secretária Adjunta
Joane Vilela Pinto

Chefe de Gabinete
Ataíde Alves

Assessoria Técnica de Planejamento

Chefe
Antonio Rodrigues da Silva

Diretoria de Orientação Técnica

Diretor
Fernando José de Almeida

Divisão de Orientação Técnica Ensino Fundamental e Médio

Diretora
Fátima Aparecida Antonio

Equipe de DOT - Ensino Fundamental e Médio
Conceição Letícia Pizzo Santos, Cristhiane de Souza, Hugo Luiz de Menezes Montenegro, Humberto Luís de Jesus, Ione Aparecida Cardoso Oliveira, Kátia Cristina Lima Santana, Jeanny Moreira Szram, Leila de Cássia José Mendes da Silva, Maria Emília Lima, Nilza Isaac de Macedo

Assessoras Especiais
Alfredina Nery, Maria Helena Soares de Souza

Equipe de Revisão

Equipe DOT - Ensino Fundamental e Médio
Cristhiane de Souza, Humberto Luis de Jesus, Ione Aparecida Cardoso Oliveira, Kátia Cristina Lima Santana, Leila de Cássia José Mendes da Silva

Equipe Núcleo de Avaliação Educacional
André Marchesini Gabrielli, Daniel Fabri Bagatini, Fernando Gonsales, Marcela Cristina Evaristo, Márcia Martins Castaldo

Equipe de Editorial

Coordenadora do Centro de Multimeios
Magaly Ivanov

Equipe de Artes Gráficas / Centro de Multimeios
Ana Rita da Costa, Katia Marinho Hembik, Magda Perez Avilez

CTP, impressão e acabamento:
Imprensa Oficial do Estado de São Paulo

Carta aos educadores e às famílias

Os **Cadernos de Apoio e Aprendizagem** são produções construídas por muitas mãos, fruto de propostas, reflexões, práticas e revisões de percurso, revelando o amplo amadurecimento e evolução curricular da Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

Esta reedição dos **Cadernos de Apoio e Aprendizagem** é mais um passo que a Secretaria Municipal de Educação dá em direção à construção coletiva e aperfeiçoada de um material que é parte de nosso processo histórico e valoriza as práticas de nossos educadores e de nossas escolas.

No entanto, sua perspectiva pedagógica e política se amplia. Estes **Cadernos** apoiam o trabalho do aluno e situam-se no contexto programático da **Reorganização Curricular "Mais Educação São Paulo"**. A aprendizagem é tratada, aqui, como direito do aluno e é dever da escola e de toda a sociedade proporcionar condições para sua eficácia.

No **Programa de Reorganização Curricular "Mais Educação São Paulo"**, a interdisciplinaridade, o trabalho metodológico com projetos e a ênfase na autoria de alunos e professores compõem nossa política pedagógica. Assim os Cadernos de Língua Portuguesa e Matemática constituem-se como componentes específicos e fundamentais para que o trabalho integrado se desenvolva.

Os princípios estabelecidos pelos Direitos de Aprendizagem estão pautados no conceito de aprendizagem como direito humano e de educação como direito social. Garanti-los compreende proporcionar a todas as crianças e jovens, nos três ciclos – Alfabetização, Interdisciplinar e Autoral -, condições igualitárias para conduzir e manifestar escolhas e exercerem sua cidadania, em qualquer situação social. Os direitos de aprendizagem ganham uma dimensão política, que vai além da pedagógica, na medida em que definem a aprendizagem como direito humano .

Na sua dimensão pedagógica, os direitos de aprendizagem para Matemática são:

I. Utilizar caminhos próprios, na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, ao longo dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.

II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.

III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.

IV. Desenvolver o espírito investigativo crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de resolução.

V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e por estimativas. Utilizar as tecnologias da Informação e Comunicação, potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Para garantir esses direitos, os professores precisam planejar situações didáticas que favoreçam a aprendizagem, considerando, para isso, os objetivos do ensino da Matemática, a necessidade de progressão, a continuidade, a reflexão, a sistematização, as situações de interação, das quais os estudantes participam e das quais têm direito de participar, os conhecimentos que já construíram, e os que têm o direito de construir e de se apropriar. Dessa forma, os **Cadernos de Apoio e Aprendizagem** propostos para os nove anos do Ensino Fundamental podem ser não somente uma ferramenta para o professor e para o estudante, mas parte do currículo, favorecendo a articulação entre os conhecimentos que os alunos trazem das suas relações sociais e das suas experiências do cotidiano com o conhecimento a ser construído, aprendido, ampliado, refletido e sistematizado na escola, garantindo assim, a aprendizagem matemática à qual esse aluno tem direito.

Os **Cadernos de Apoio e Aprendizagem** de Matemática são disciplinares em sua essência, mas favorecem a interdisciplinaridade, na medida em que ampliam o acervo das habilidades construídas em resolução de situações-problema e em conteúdos específicos. A distribuição das sequências didáticas está de acordo com os eixos estruturantes estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática e cada unidade, das oito escolhidas para cada ano contempla os quatro eixos, que dialogam entre si.

Os eixos estruturantes de conhecimento, estabelecidos para a Matemática, são: Números e Operações (que inclui conceitos algébricos);

Grandezas e Medidas; Espaço e Forma (que inclui as transformações e simetrias) e o Tratamento da Informação. Sendo assim, a organização do trabalho pedagógico em Matemática visa: as práticas sociais, como disparadoras de situações-problema; o desenvolvimento de ações de produção do aluno – registro, leitura e avaliação; os processos da construção, em suas várias etapas, do Sistema de Numeração Decimal, incluindo operações, algoritmos e campos numéricos; a organização, percepção, representação e interação com outros campos do saber; a localização e movimentação no espaço físico real ou representado; o estabelecimento de relações entre elementos geométricos; a construção das noções de grandezas e medidas (comprimento, massa, capacidade, temperatura e tempo) e do valor monetário. O planejamento, a coleta e a organização de dados, a leitura, a construção e a interpretação de gráficos, tabelas e medidas de posição do eixo estruturante Tratamento da Informação ampliam o trabalho com a leitura e a escrita de diferentes gêneros textuais, possíveis nos outros eixos.

Os Cadernos de Apoio e Aprendizagem de Matemática e o Ciclo Autoral

O Ciclo Autoral caracteriza-se pela construção de conhecimento, com base em projetos curriculares comprometidos com a intervenção social. Os projetos curriculares visam à participação com autoria e responsabilidade na vida em sociedade, de modo que o educando, ao intervir no âmbito das experiências do grupo familiar e escolar, possa tornar mais justas as condições sociais vigentes. Nesse sentido, a Educação, concebida como constructo humano, constitui-se como forma de intervenção no mundo.

Os direitos de aprendizagem em Matemática, nessa perspectiva, estão atrelados à compreensão dos fenômenos da realidade, e essa compreensão oferece conhecimentos necessários para que os estudantes possam agir conscientemente sobre a sociedade na qual se inserem. Esse aspecto está diretamente relacionado a outras áreas do conhecimento, contribuindo para a compreensão e ação no mundo contemporâneo e para o desenvolvimento do indivíduo, em uma perspectiva de formação para a cidadania.

As situações propostas nos **Cadernos de Apoio e Aprendizagem de Matemática** para os 7º, 8º e 9º anos não divergem dos princípios do Ciclo Autoral, pois foram organizados com base em expectativas de aprendizagem e possibilitam a compreensão da realidade social e cultural dos educandos e a intervenção nesta realidade.

CAPA (Fotos da esquerda para a direita)
1ª linha:
Campeonato Municipal de Xadrez - 2013 - Foto: Adriana Caminitti
EMEF Dr. Antonio Carlos Abreu Sodré - 2010 - Foto: Lilian Borges
EMEF Irineu Marinho - 2009 - Foto: Lilian Borges
EMEF Profª Maria Berenice dos Santos - 2010 - Foto: Neila Gomes
EMEF COHAB Vila Nova Cachoerinha - 2013 - Foto: Neila Gomes
EMEF Prof. Henrique Pegado - 2011 - Foto: Neila Gomes

2ª linha:
CEU EMEF Três Pontes - 2013 - Foto: Ana Karla Chaves Muner
EMEF Dr. Antonio Carlos Abreu Sodré - 2010 - Foto: Lilian Borges
CEU EMEF Cândida Dora Pino Petrini - 2012 - Foto: Vivian Lins
CECI Tenondé Porã - 2010 - Foto: Lilian Borges
CEU EMEF Hermes Ferreira de Souza - 2012 - Foto: Vivian Lins
EMEF Profª Maria Berenice dos Santos - 2010 - Foto: Neila Gomes

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação.
Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática – 8º ano / Secretaria Municipal de Educação. - 2. ed. rev. e atual. - São Paulo : SME, 2014.
264p. : il.

Produção coletiva.
O livro do professor está disponível no portal da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.
A 1ª edição desta obra, Cadernos de Apoio e Aprendizagem – Matemática e Língua Portuguesa, foi organizada pela Fundação Padre Anchieta e produzida com a supervisão e orientação pedagógica da Divisão de Orientação Técnica da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

ISBN 978-85-8379-009-9 (livro do aluno)

1.Ensino Fundamental 2.Matemática I.Título
CDD 371.302812

Código da Memória Técnica: SME09/2014

ÍNDICE

UNIDADE 1

Nesta Unidade, você vai analisar situações relacionadas a nossa saúde e alimentação, rever e aprofundar conhecimentos sobre números naturais, números inteiros e números racionais (forma fracionária, decimal ou percentual) e relacionar diferentes campos numéricos.

Resolverá problemas do cotidiano, nos quais o conhecimento matemático contribuirá na organização do raciocínio, no estabelecimento de relações e na argumentação sobre procedimentos de resolução.

RODRIGO CAPOTE/FOLHA IMAGEM

Uma vida saudável é tão importante, que existe a Organização Mundial de Saúde (OMS), uma agência subordinada à ONU para regular e melhorar o nível de saúde de todas as pessoas, em qualquer lugar do mundo. A OMS propõe modos de vida que incluam alimentação saudável e prática regular de atividade física, para reduzir substancialmente mortes e doenças.

E você: como cuida da sua saúde? Faz alguma atividade física?

Alimentação e saúde

DANILO VERPA/FOLHA IMAGEM

1. No município de São Paulo, desde o ano de 2001, acontece a Caminhada Agita Mundo, que procura chamar a atenção da população para os benefícios de uma vida saudável. Em 2008, participaram cerca de 20 mil pessoas. No Parque Ibirapuera, onde termina a caminhada, também acontecem várias atividades corporais. Em uma delas, foi reservado para os jovens um espaço retangular com 350 m^2 de área. Sabendo que a largura desse espaço era 12,50 m, quanto media seu comprimento? Mostre como encontrou a resposta.

2. Nesse espaço, houve um jogo do qual participaram 140 jovens de 11 a 13 anos e 104 jovens de 14 a 16 anos. O coordenador das atividades estabeleceu que:

- as equipes seriam formadas por jovens da mesma faixa etária;
- todas as equipes teriam o mesmo número de participantes;
- todos os jovens presentes deveriam participar.

A partir dessas informações, responda:

Quantas equipes de cada faixa etária seriam formadas nas condições acima?

Índice de massa corporal

A manutenção do equilíbrio energético e um "peso" saudável são fundamentais para a saúde.

Você já ouviu falar em IMC? O índice de massa corporal (IMC) nos ajuda a perceber se estamos com um "peso" saudável.

Ele é calculado dividindo-se o "peso" de uma pessoa pelo quadrado de sua altura.

A referência para jovens de 13 a 16 anos é aproximadamente a seguinte:

IMC < 15 → baixo peso

IMC entre 15 e 24 → peso adequado

IMC > 24 → sobrepeso

fonte: *Guia alimentar para a população brasileira*. Ministério da Saúde, 2006.

1. Complete a tabela abaixo, a partir das informações sobre quatro jovens de 13 a 16 anos, identificados por A, B, C e D.

	peso (kg)	altura (m)	$(\text{altura})^2$	IMC
A	55	1,40		
B	59	1,65		
C	75	1,70		
D	49	1,52		

a) Compare o IMC dos jovens A, B, C e D com os valores de referência. Qual deles precisa mudar os hábitos alimentares e praticar atividade física? Por quê?

b) Se o valor 19,5 fosse considerado ideal para essa faixa etária, qual deveria ser o "peso" de cada um dos jovens?

2. Para atingir seu peso ideal, além de mudar seus hábitos alimentares, um dos jovens precisou fazer atividade física sob orientação médica. Ele devia caminhar, num determinado período, 160 km.

Sabendo que diariamente ele caminha 2.150 metros, em quantos dias ele cumprirá sua meta?

Atividades físicas e hábitos alimentares

1. Para ter hábitos alimentares saudáveis, devemos ingerir diariamente, além de grãos, três grupos de alimento: frutas, legumes e verduras.
Uma nutricionista comprou quatro tipos de verduras (acelga, agrião, alface e brócolis), três tipos de legumes (cenoura, beterraba e abóbora) e cinco tipos de frutas (laranja, banana, maçã, manga e limão) para montar uma dieta equilibrada para seus clientes.

a) De quantas maneiras diferentes a nutricionista pode combinar esses alimentos usando um de cada grupo?

b) Um de seus clientes não gosta de abóbora nem de manga. Quantas opções serão oferecidas a ele? Quantos dias durarão essas opções, se ele comer duas por dia?

2. Uma sugestão para manter um "peso" saudável é a ingestão média de 2.000 quilocalorias (kcal) por dia. São conhecidos os valores calóricos dos seguintes alimentos: uma fatia de pão integral: 55 kcal; um litro de leite: 550 kcal; 200 g de manteiga: 1.400 kcal; 1 kg de queijo: 3.200 kcal; uma banana: 80 kcal. A partir dos alimentos acima, monte um lanche com menos de 2.000 kcal.

Cuidando da alimentação

Segundo o *Guia alimentar para a população brasileira*, para atender a necessidade de cálcio, crianças de 1 a 6 anos devem tomar diariamente três copos de leite, que equivalem, aproximadamente, a 600 mL.

a) Quantos copos de leite uma criança deve tomar em dez dias?

b) Calcule quantos litros de leite, aproximadamente, essa criança toma em um mês.

c) Se cada litro de leite custa R$ 1,85, quanto gasta em um mês uma família com três filhos nessa faixa etária consumindo o que é recomendado pelo *Guia* e um adulto que toma diariamente um copo de leite do mesmo tamanho?

d) Sabendo que a renda mensal dessa família é R$ 1.500,00, quantos por cento dessa renda são gastos em leite?

Os números naturais

1. Complete a tabela abaixo e grife apenas os números naturais:

a	b	a + b	a – b	a × b	a ÷ b
10	5				
6	4				
1	2				
7	5				
8	8				

2. Marque V ou F, conforme sejam verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

☐ A soma de dois números naturais é sempre um número natural.

☐ A diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

☐ O produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

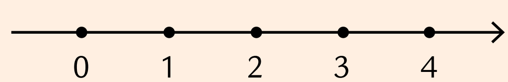
☐ O quociente entre dois números naturais é sempre um número natural.

Organizando o que aprendemos:

Em matemática, dizemos que o conjunto dos números naturais é representado pela letra $\mathbb{N}$ e tem infinitos elementos:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5...\}$

Podemos representar esses números na reta numérica assim:



Para indicar que um número é natural, podemos usar o símbolo $\in$, que significa "pertence". Por exemplo: $0 \in \mathbb{N}$ (zero pertence ao conjunto dos números naturais), $25 \in \mathbb{N}$ (25 pertence ao conjunto dos números naturais), $-2 \notin \mathbb{N}$ (-2 não pertence ao conjunto dos números naturais).

A conservação dos alimentos

Para que uma alimentação seja saudável, os alimentos devem ser conservados adequadamente. Uma forma de conservá-los é usar geladeira ou *freezer*.
Um *freezer* de um frigorífico onde são armazenados alimentos congelados para exportação tem um marcador de temperatura como este:

| -9 | -8 | -7 | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 | +6 | +7 | +8 | +9 |

Um cursor luminoso indica a temperatura interna do *freezer* a cada momento. Por exemplo, quando está aceso o +2, a temperatura é de 2 °C positivos; quando é o –4, a temperatura é de 4 °C abaixo de zero, ou 4 °C negativos.

1. Você concorda que, se o cursor passou de +2 °C para –4 °C, a temperatura diminuiu 6 °C? Por quê?
Para responder, construa uma régua como o marcador acima e, com um cursor (que pode ser um clipe, por exemplo), faça esse movimento.

____

2. Certo dia, houve uma pane no controle de temperatura do *freezer*, e o marcador passou a sinalizar as variações. O técnico responsável pelo conserto anotou de hora em hora as mudanças verificadas no painel. Com a ajuda da sua régua e do seu marcador, complete o quadro.

período	início da marcação	término	variação
5h – 6h	+2	−4	−6
6h – 7h	−4	+10	
8h – 9h	+6	−2	
10h – 11h	−3	−20	
12h – 13h	−20	+1	

Mais observações sobre números inteiros negativos e positivos

1. Para verificar o funcionamento do *freezer*, à tarde, outro técnico registrou as indicações do painel, mas ele fez de outro modo. Observe e complete o quadro:

período	início	variação	término
14h – 15h	+2	+10	
16h – 17h	+8	−12	
18h – 19h	−6	−10	
20h – 21h	−5	+5	

2. Você já sabe que usamos números negativos e positivos para representar temperaturas. Eles também são usados para indicar saldos em contas bancárias ou pontos em campeonatos. É importante saber operá-los.

Em um jogo, o valor de cada ponto perdido é −2 e o valor de cada ponto ganho é +3.

Ana e Luciana participaram desse jogo.

Ana perdeu 12 pontos e ganhou 15, e Luciana perdeu 8 pontos e ganhou 13.

a) Qual das duas venceu o jogo? Por quê?

b) Qual é a diferença de pontuação entre elas?

Análise de tabelas

1. a) Complete as tabelas:

+	3	−6	−3	−4
2		−4		
3				
−4				
−8				

−	4	−8	−2	7
10		18		
−6				
−7				
−14				

b) Preencha as tabelas observando a regularidade:

x 2	5	4	3	2	1	0	−1	−2	−3	−4	−5

x (−2)	5	4	3	2	1	0	−1	−2	−3	−4	−5

2. Lembrando que a divisão exata é a operação inversa da multiplicação, complete o quadro:

÷ 3	12	9	6	3	0	−3	−6	−9

O conjunto dos números inteiros

1. Verifique se o quadrado abaixo é mágico, isto é, se a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal é a mesma.

1	2	−3
−4	0	4
3	−2	−1

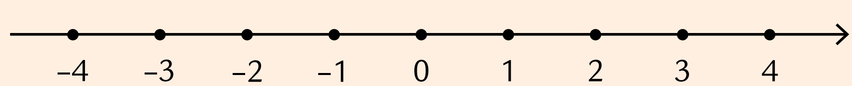
Se você multiplicar por −2 cada um dos números desse quadrado, terá um quadrado mágico? Preencha o quadro e verifique se sua resposta está correta.

2. Leia o quadro abaixo:

O conjunto dos números inteiros

O conjunto dos números inteiros, representado pela letra $\mathbb{Z}$, é formado pelos inteiros negativos, reunidos com os inteiros positivos (ou naturais). Ele tem infinitos elementos: $\mathbb{Z} = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\ldots\}$.

Esses números podem ser representados na reta numérica:



3. a) Desenhe uma reta numérica e localize os números −8, −6, +6, +8.

b) Observando essa reta, escreva qual é a relação entre os pares −8 e +8, −6 e +6.

Resolvendo problemas

1. Um agricultor destina uma área de 1.200 m² da sua chácara a uma horta, com o plantio de alface, brócolis, cenoura e beterraba, assim:

- $\frac{1}{2}$ da área total da horta é para o plantio de alface;
- $\frac{2}{3}$ da outra metade é para o plantio de cenoura;
- o restante dessa metade é dividido igualmente entre o plantio de brócolis e de beterraba.

a) Faça um desenho da horta e de suas respectivas divisões.

b) Que fração representa a parte da horta destinada ao plantio de brócolis e beterraba?

---

c) Quantos metros quadrados ocupa o plantio de cada vegetal?

---

2. Agora, junto com um colega, efetuem os cálculos e façam a respectiva representação gráfica:

a) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{8}$ de $\frac{1}{2}$

WIKIPEDIA.ORG

Aleitamento materno

Leia o texto e resolva as questões propostas.

> O aleitamento materno é uma das alternativas mais importantes para combater a desnutrição nos primeiros meses de vida. Pesquisas realizadas entre 1975 e 1999 mostram que a média de duração do aleitamento materno vem aumentando: em 1975, era de 2,5 meses; de 5,5 meses em 1989; de 7,0 meses em 1996; e de 9,9 meses em 1999.
>
> fonte: *Guia alimentar para a população brasileira*. Ministério da Saúde, 2006.

1. Esse texto informa diferentes períodos de duração do aleitamento materno. Será possível calcular quantos dias tem cada período mencionado? Por exemplo, será que 9,9 meses têm 9 meses e 9 dias? Vamos verificar?

Para isso, retomemos alguns cálculos com números racionais:

$$9{,}9 = \frac{99}{10} = 9 + \frac{9}{10}$$

O que representam $\frac{9}{10}$ de um mês? Converse com seu colega e determine quantos dias há em 9,9 meses:

2. Quantos dias tem cada um dos períodos de aleitamento mencionados no texto?

a) 2,5 meses

b) 5,5 meses

3. Escreva um texto para compor uma descrição coletiva dos procedimentos de transformação de frações de meses em dias.

Ainda sobre aleitamento materno

Numa das cidades pesquisadas, três mães responderam que amamentaram os filhos durante 42 dias, 138 dias e 285 dias. Veja como o pesquisador transformou 42 dias em meses:

1 mês e $\frac{12}{30}$ do mês

$$\begin{array}{r|l} 42 & 30 \\ \hline -30 & 1 \\ \hline 12 & \end{array}$$

$$\frac{12}{30} \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{=}} \frac{4}{10} = 0{,}4$$

$1 + 0{,}4$

a) Observando as anotações do pesquisador, 42 dias corresponde a 1,4 mês. Escreva sua justificativa.

b) Use o procedimento do pesquisador para transformar os outros dois períodos de aleitamento em meses.

Pesquisando

Para fazer uma pesquisa sobre o lanche do 8º ano de uma escola, um grupo entrevistou esses alunos, que fizeram uma única escolha. Os dados obtidos foram organizados da seguinte forma:

tipo	meninos	meninas
sanduíche	26	19
fruta	16	20
doce	13	24
salgados	29	33

Observando a tabela, responda:

1. Quantos alunos foram entrevistados pelo grupo? ______________________

2. Quantos dos entrevistados são meninos? ______________________

3. Quantos dos entrevistados são meninas? ______________________

4. Qual é a razão entre o número de estudantes que comem fruta e o total de entrevistados? ______________________

5. Observe os registros de um aluno para calcular a porcentagem de entrevistados que preferem sanduíche.

Entre os 180 entrevistados, 45 preferem sanduíche, e posso escrever que $\frac{45}{180}$ é a fração do total de entrevistados que preferem sanduíche.

$\frac{45}{180} = 45 \div 180 = 0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\%$

Isso significa que vinte e cinco por cento dos entrevistados comem sanduíche na hora do intervalo.

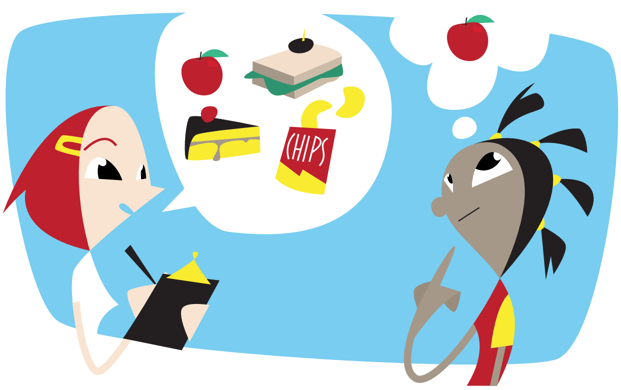
6. Use esse procedimento para calcular a porcentagem de entrevistados que preferem fruta.

Calculadora e porcentagem

1. Usando uma calculadora e com os dados da tabela da página anterior, calcule a porcentagem de entrevistados que são meninos e explique como pensou.

Compare a sua maneira de resolver essa questão com a do aluno da atividade 5 da página anterior. A sua é igual, mais simples ou mais complexa que a dele? Por quê?

2. Complete a tabela, dando os percentuais de alunos entrevistados. Uma quadrícula já está preenchida. Preencha as outras.



tipo	meninos	meninas
sanduíche		
fruta	8,9%	
doce		
salgados		
total		

a) Observando a tabela pronta, podemos afirmar que mais de 30% dos entrevistados preferem salgados? Por quê?

b) Se esses alimentos fossem vendidos na cantina da escola, qual teria mais chance de ser vendido? E o que teria menos chance? Por quê?

Hora do lanche

1. Leia o texto:

> A alimentação saudável deve fornecer água, carboidratos, proteínas, lipídios, vitaminas, fibras e minerais, os quais são insubstituíveis e indispensáveis ao bom funcionamento do organismo. A diversidade dietética que fundamenta o conceito de alimentação saudável pressupõe que nenhum alimento específico – ou grupo deles isoladamente – é suficiente para fornecer todos os nutrientes necessários a uma boa nutrição e consequente manutenção da saúde.
>
> fonte: *Guia alimentar para a população brasileira*. Ministério da Saúde, 2006.

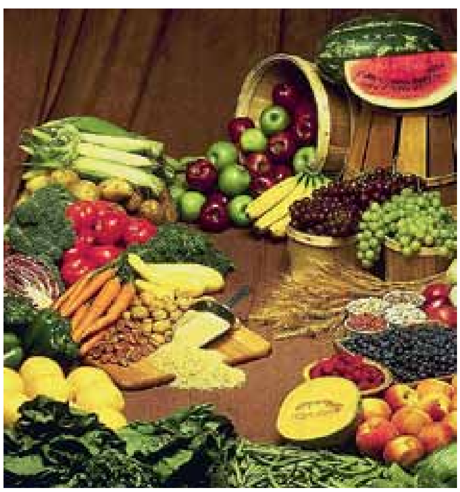
a) O que a sua classe prefere comer no lanche? Como fazer para colher e socializar essas informações? Converse com seus colegas e registre as respostas no espaço abaixo.

2. Façam uma redação coletiva sobre a forma de colher, organizar e principalmente divulgar os resultados da pesquisa.

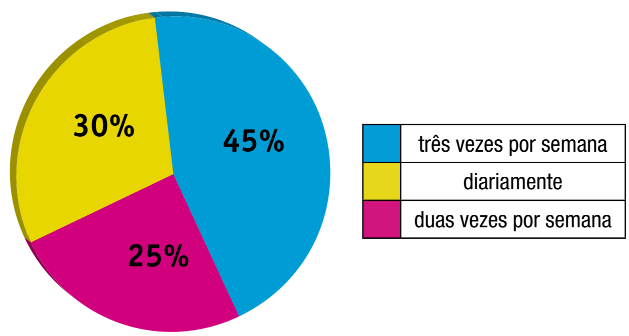
A alimentação em números

Você já deve ter ouvido falar que alimentos com fibras são importantes para a nossa saúde, pois são ricos em vitaminas, minerais e outros nutrientes, e que sua ingestão diária regula o funcionamento intestinal. Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas para saber se ingerem fibras diariamente.

1. O resultado está registrado no gráfico a seguir.


WIKIPEDIA.ORG

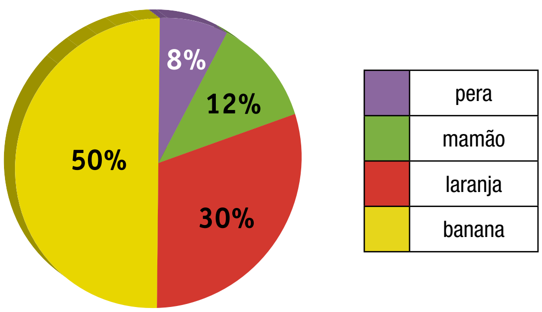
Consumo de alimentos



a) Qual percentual de entrevistados ingere fibras diariamente? Quantas pessoas isso representa, sabendo que foram entrevistadas 200 pessoas? E se tivessem sido 400 pessoas? E 600? Registre suas conclusões.

b) Podemos afirmar que mais da metade dos entrevistados ingere fibras suficientes para regular o funcionamento intestinal? Por quê?

2. Para regular a alimentação de um grupo de 400 atletas que participarão de um campeonato, os organizadores fizeram uma pesquisa para saber de que frutas eles gostavam mais. As frutas escolhidas foram laranja, mamão, banana e pera, cada atleta optou por apenas uma.
Os resultados estão no gráfico abaixo:



a) Quantos atletas escolheram banana? E quantos escolheram laranja?

____

b) Dê um título ao gráfico.

____

c) Escreva na forma de fração e na forma decimal cada uma das porcentagens apresentadas no gráfico.

____

____

____

d) Escreva um texto sobre as escolhas dos atletas, expressas no gráfico, pensando também no que aprendeu até agora sobre alimentação e saúde.

____

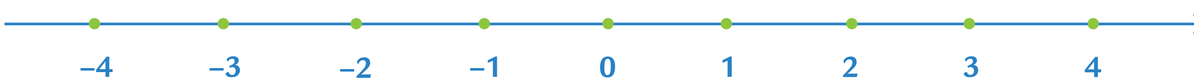
____

____

Organizando campos numéricos

Em atividades anteriores, vimos que, além de números inteiros, usamos os números racionais na forma decimal. Os números racionais também podem ser escritos na forma fracionária (como $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$) e na forma percentual (50% ou 75%).

1. Localize na reta numérica os números racionais $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1,3 e −2,7.



2. Quantos números racionais maiores que 2 existem? E menores que −10?

---

3. Quantos números racionais existem entre 0 e 1? E entre 0 e 0,5? E entre 0 e 0,1?

Os números racionais formam um conjunto representado pela letra $\mathbb{Q}$, composto de infinitos elementos que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros, com b ≠ 0.

4. O que significa nesse conjunto b ≠ 0?

---

5. Converse com seus colegas sobre essas questões e escreva as conclusões do seu grupo a respeito do conjunto dos números racionais.

Operações com números racionais

1. Represente na forma fracionária os números racionais:

a) 0,75 **b)** 1,25 **c)** 8,8 **d)** 2,30

2. Represente na forma decimal os números racionais:

a) $\frac{9}{10}$ **b)** $\frac{55}{10}$ **c)** $\frac{12}{100}$ **d)** $\frac{1.750}{1.000}$

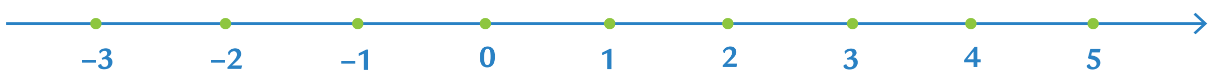
3. Resolva as seguintes operações:

a) $2 + 0,45 =$	**e)** $8 + \frac{3}{10} =$
b) $12,025 + 9,9 =$	**f)** $\frac{2}{10} + \frac{1}{5} =$
c) $3 \times 2,25 =$	**g)** $\frac{2}{15} \times \frac{5}{18} =$
d) $1 + \frac{3}{12} =$	**h)** $\frac{9}{10} + \frac{1}{3} =$

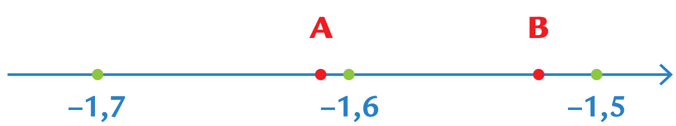
Reta numérica e porcentagem

1. Localize os seguintes números na reta numérica desenhada abaixo:

a) $-\frac{5}{2}$ **b)** 0,75 **c)** $-\frac{2}{10}$ **d)** $-1{,}2$



2. A figura abaixo mostra um trecho da reta numérica:



Paulo disse que os pontos A e B correspondem respectivamente aos números −1,74 e −1,59.

Por sua vez, Joana afirmou que são os números −1,62 e −1,53.

- Quem tem razão? Justifique sua resposta.

3. Calcule mentalmente e complete a tabela:

porcentagem	número de pessoas
100%	1.800
50%	
25%	

porcentagem	número de pessoas
10%	
1%	
13%	

Investigações

1. a) Usando uma calculadora, preencha o quadro:

0,5 × 4,0 =	1,5 × 4,0 =	2,5 × 4,0 =
0,5 × 9,0 =	1,5 × 9,0 =	2,5 × 9,0 =
0,5 × 2,8 =	1,5 × 2,8 =	2,5 × 2,8 =
0,5 × 10,0 =	1,5 × 10,0 =	2,5 × 10,0 =
0,5 × 0,8 =	1,5 × 0,8 =	2,5 × 0,8 =

b) Observe os resultados de cada coluna. Existe alguma regularidade? Qual?

2. Utilize a observação da atividade anterior para calcular:

a) 1,8 × 0,5 =	**d)** 3,5 × 4,2 =
b) 1,5 × 6 =	**e)** 10,4 × 1,5 =
c) 12 × 2,5 =	**f)** 0,5 × 112 =

Pertinência e inclusão

1. Preencha a tabela abaixo e faça traços coloridos de acordo com a legenda:

a	b	a + b	a − b	a × b	a ÷ b
2	3				
−3	−4				
−4	$\frac{1}{4}$				
$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$				
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$				
0,5	0,75				
1,2	−3,45				

- números inteiros positivos
- números racionais positivos que não pertencem ao conjunto dos inteiros
- números inteiros negativos
- números racionais negativos que não pertencem ao conjunto dos inteiros

2. Observe a tabela anterior e classifique cada sentença como verdadeira (V) ou falsa (F), justifique sua escolha e dê exemplos:

☐ **a)** Todo número natural é um número racional.

____

☐ **b)** Existe número inteiro que não é número racional.

____

☐ **c)** Todo número racional é um número natural.

____

☐ **d)** Todo número inteiro é um número natural.

____

☐ **e)** Existe número natural que não é número inteiro.

____

☐ **f)** Todo número natural é um número inteiro.

____

3. A partir desses exemplos, como podemos relacionar os conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$?

Como você pode observar todos os números naturais são inteiros, e todos os números inteiros são racionais.
Representamos essa relação pelo símbolo $\subset$ (está contido):

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

4. Assinale as afirmações verdadeiras e justifique sua escolha.

☐ **a)** $0 \in \mathbb{Z}$	☐ **d)** $(-2{,}5) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \in \mathbb{Z}$
☐ **b)** $0{,}75 \div 4{,}0 \in \mathbb{Q}$	☐ **e)** Todo número negativo é número inteiro.
☐ **c)** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$	☐ **f)** Nem todo número inteiro é natural.

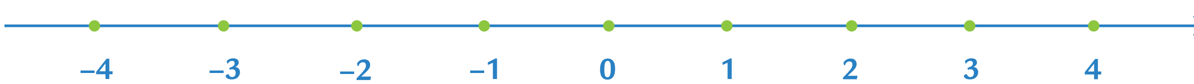
Agora, é com você

1. Resolva:

$14,85 - 9,35 =$	$4 \times (-2,5) =$	$(-0,5) \times (-3,6) =$
$10 - \frac{3}{10} =$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$	$(-1,5) \times (+6,0) =$

2. Localize os seguintes números na reta numérica:

a) $-\frac{3}{2}$ **b)** 0,25 **c)** –2,5 **d)** –1,98



3. Classifique cada uma das sentenças como verdadeira (V) ou falsa (F):

☐ a) $(10 - 15) \in \mathbb{Z}$

☐ b) $0,75 \times 4,0 \in \mathbb{N}$

☐ c) O quociente de dois números naturais é sempre um número inteiro.

☐ d) Todo número inteiro é um número racional.

☐ e) Existe número racional que não é um número inteiro.

4. Complete o quadrado abaixo, sabendo que a soma dos números em cada linha, coluna e diagonal é 3.

1,3		
	1,0	
0,9		

5. Preencha a tabela, usando o cálculo mental.

multiplicação	produto
3,5 × 7,0	
2,5 × 4,5	
0,5 × 13,5	
1,5 × 20,4	

IVAN CARNEIRO

6. Leia o texto:

Na cidade de São Paulo, existe a Ceagesp, que vende hortícolas, armazena grãos e é considerada um dos maiores centros atacadistas do mundo, com a movimentação de 250 mil toneladas de frutas, legumes, verduras, pescados e flores a cada mês. Ela abastece praticamente 60% da população da grande São Paulo e parte do país com alimentos perecíveis.

fonte: www.ceagesp.gov.br

Responda:

a) Sabendo que a população da grande São Paulo é de aproximadamente 19 milhões de habitantes, quantas pessoas são beneficiadas pelo abastecimento da Ceagesp?

b) Se houver um aumento de 10% na movimentação de alimentos neste mês, quantas toneladas circularão na Ceagesp?

7. (Prova da Cidade-2009) Virgínia acompanha diariamente, pelo seu computador, o movimento de sua conta bancária. Os depósitos feitos na sua conta são lançados como créditos e os pagamentos ou retiradas são lançados como débito. Na tabela a seguir, estão os lançamentos feitos durante 4 dias do mês de março. Todos os lançamentos são feitos em reais.

março	créditos	débitos
dia 2	25	100
dia 5	320	50
dia 8	42	0
dia 10	101	205

Sabendo que, no dia 1° de março, Virgínia possuía 0 reais na conta corrente, o saldo depois desses quatro lançamentos é um número:

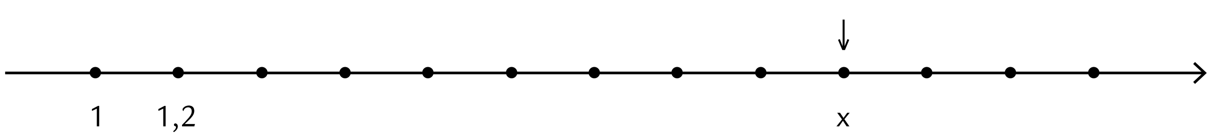
☐ **a)** positivo de 133 reais

☐ **b)** negativo de 133 reais

☐ **c)** positivo de 843 reais

☐ **d)** negativo de 843 reais

8. (Prova da Cidade-2008) A figura a seguir representa uma parte da reta numérica subdividida em intervalos de mesmo comprimento.



Nesta figura, os pontos correspondentes aos números 1 e 1,2 já estão destacados. O ponto destacado com uma seta corresponde ao número x.

Qual é esse número x?

☐ **a)** 1,18

☐ **b)** 1,9

☐ **c)** 2

☐ **d)** 2,8

UNIDADE 2

Nesta Unidade, você vai ampliar seu conhecimento sobre porcentagens e números racionais, construir gráficos de setores e analisar variação de grandezas. Vai explorar propriedades de figuras tridimensionais representando suas diferentes vistas e aprender a usar a notação científica.

WIKIPEDIA.ORG

O Brasil fica na América e é um dos países com maior área territorial do continente. Mas há outros com grande extensão territorial, como você vê no mapa. Muitas vezes, ouvimos falar que o Brasil é um país sul-americano, ou latino-americano.
O que representam essas duas denominações?

A América e os nossos antepassados

Na Unidade 1, você analisou *gráficos de setores*.

Eles têm esse nome porque apresentam os dados num círculo dividido em partes chamadas *setores*. O círculo representa o total dos dados coletados, e cada setor, uma fração do todo. O gráfico de setores também é chamado *gráfico de pizza,* por ter forma circular e ser dividido como uma pizza. Vamos aprender a construir gráficos desse tipo?

Para isso, leia o texto:

A história do continente americano envolve muitas nacionalidades: portugueses, espanhóis, ingleses, africanos, franceses e outros. Muitos desses povos chegaram, constituíram família e contribuíram para o crescimento e o desenvolvimento da América. Hoje, somos frutos dessa miscigenação.

Estudando esse tema, alunos do 8º ano pesquisaram a nacionalidade de seus antepassados, e o resultado mostrou que: 105 alunos são descendentes de árabes, 210 são descendentes de africanos, 175, de portugueses e 140, de italianos.

Para representar os resultados da pesquisa, utilize o roteiro:

Insira os dados na planilha eletrônica, em forma de tabela.

Selecione-a, clique em **Inserir** *e escolha a opção* **Gráfico**.

Na opção seguinte, escolha **Pizza** *e clique em* **Avançar**.

Na tela seguinte, escolha **Coluna** *e clique em* **Avançar**.

Observe as opções: **Título**, **Legenda** *e* **Rótulos de dados**, *organize seu gráfico e clique em* **Avançar**.

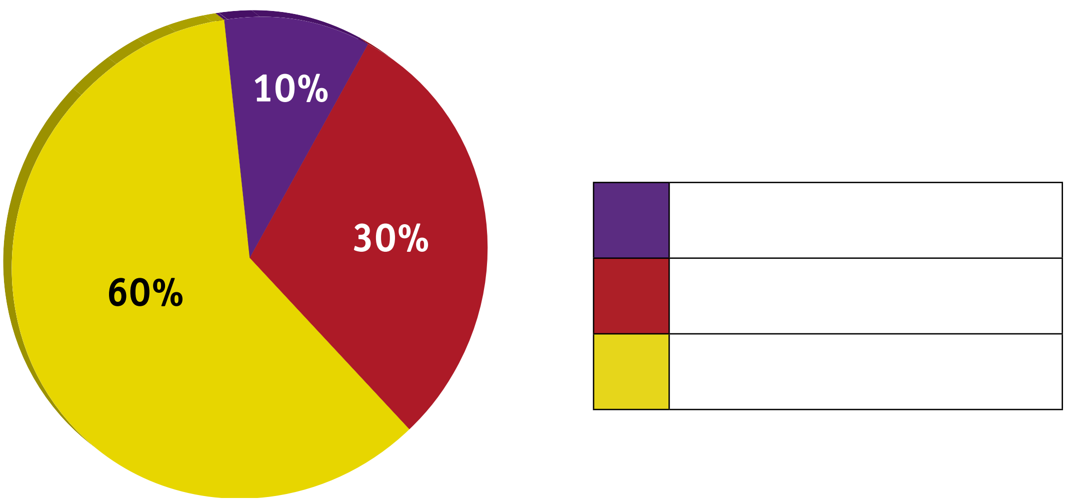
Na tela seguinte, aparecem duas opções: **como nova planilha** *e* **como objeto em**. *Escolha uma delas e clique em* **Concluir**.

1. Construa seu gráfico e cole-o no espaço abaixo.

2. Invente três perguntas que possam e uma que não possa ser respondida pela observação desse gráfico e troque com seu colega.

Produzindo textos

Dê um título a esse gráfico e, no espaço abaixo, imagine uma situação--problema cujas informações ele represente. Troque com seu colega e resolvam um o problema do outro.



População do Brasil

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em seus censos demográficos relativos à população brasileira, elaborou o documento Projeção da população do Brasil para o período de 1980-2050, para subsidiar ministérios e secretarias estaduais e municipais na formulação, implementação e posterior avaliação de seus programas de desenvolvimento e de suas políticas sociais. Além disso, as estimativas populacionais são fundamentais para o cálculo de indicadores sociodemográficos e econômicos nos períodos intercensitários.

fonte: www.ibge.gov.br

1. No site www.ibge.gov.br, na página sobre População, além da *Projeção da população do Brasil para o período de 1980-2050*, você encontrará outros dados importantes sobre o assunto. Navegue à vontade junto com seu colega, escolha um aspecto e registre sua escolha.

2. Apresente os dados numéricos do aspecto escolhido em um gráfico de setores construído com uma planilha eletrônica. Cole o seu gráfico no espaço abaixo.

As terras brasileiras

Como vimos, o Brasil é o país de maior dimensão territorial da América do Sul. Além das áreas urbanas, suas terras são, em geral, destinadas à agricultura ou a pastagens, áreas de preservação, florestas e áreas com outros usos.

Observe o quadro abaixo, que mostra como essas terras estão distribuídas.

Distribuição das terras brasileiras

distribuição de terras	porcentagem
agricultura	7,4%
áreas de preservação	11,8%
outras áreas	16,2%
pastagens	23,5%
floresta amazônica	41,1%

fonte: Associação Brasileira de Agronegócio de Ribeirão Preto.

Examinando essa tabela, verificamos que a floresta amazônica, hoje com aproximadamente 850 milhões de hectares, corresponde a quase 50% das terras brasileiras.

Com os dados da tabela, construa um gráfico de setores e formule duas questões para o seu colega de dupla responder.

Gráfico

Questões

Conhecendo alguns países e suas dimensões

Vamos pesquisar aspectos importantes de países do continente americano como suas dimensões territoriais, sua população etc.

1. Registre os resultados da sua pesquisa sobre os países de maiores dimensões territoriais do continente e suas respectivas medidas.

a) Compare seus resultados com os de um colega.

b) É possível escrever esses números com menos dígitos? Como seria?

2. Veja como dois alunos escreveram os números do texto abaixo e como se justificaram:

Em meados da década de 1980, as populações estimadas da América do Norte e da América do Sul eram, respectivamente, cerca de *340 milhões* e *270 milhões* de habitantes.

Pedro	Marina
340 milhões = 340×10^6 Lembrei que 100, 1.000, 10.000 podem ser escritos como potências de 10 ($100 = 10 \times 10 = 10^2$, $1.000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$, $10.000 = 10^4$) $340.000.000 = 340 \times 1.000.000 = 340 \times 10^6$	**270 milhões = 270.000.000 = $2{,}7 \times 10^8$** Eu escrevi como potência de 10, mas transformei em notação científica. É um jeito que cientistas gostam de usar. Facilita quando os números possuem muitos dígitos e escreve-se com um número entre 1 e 10 multiplicado por uma potência de 10.

Explorando potências de base 10

1. Compare os procedimentos de Pedro e Mariana e a maneira como você escreveu os números do item b da atividade 1 da página anterior e registre aqui suas conclusões.

2. Vamos conhecer melhor o procedimento de Pedro. Para isso, complete a tabela:

número	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
quantidade de zeros	2	3				
número escrito como potência de 10	10^2	10^3				

O que você observa na tabela? Existe alguma regularidade? Qual?

3. Observe dois números escritos pelo procedimento que Pedro usou. Faça o mesmo com os outros números da tabela.

um milhão = 1.000.000 = 10^6	8,52 milhões = 8.520.000 = 852 × 10^4
cem mil =	2,4 milhões =
150 milhões =	380 mil =

4. Pedro sugeriu que Marina pensasse sobre a escrita de outros números completando a tabela:

número	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001
número de casas decimais	2	3				
número escrito como potência de 10	10^{-2}	10^{-3}				

5. Depois de preencher a tabela, Marina anotou no caderno:

O número do expoente da potência de 10 é igual ao oposto do número de casas decimais.

Aprendi a escrever potências de números negativos assim:

$10^3 = 1000$	$2^3 = 8$
$10^2 = 100$	$2^2 = 4$
$10^1 = 10$	$2^1 = 2$
$10^0 = 1$	$2^0 = 1$
$10^{-1} = \frac{1}{10}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$10^{-2} = \frac{1}{100}$	$2^{-2} = \frac{1}{4}$

- Como $10^{-2} = \frac{1}{100}$ e $\frac{1}{100} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$, então $10^{-2} = \frac{1}{10}^2$

- Como $2^{-2} = \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ então $2^{-2} = \frac{1}{2}^2$

O que você acha que Marina quis mostrar com a tabela?

6. Escreva uma regra para determinar as potências de expoentes negativos.

Notação científica

1. Quando Marina escreveu 270 milhões como $2,7 \times 10^8$, disse que estava usando uma *notação científica*.

Veja os seguintes números: $16,0 \times 10^5$ e $1,6 \times 10^6$

Segundo a explicação de Marina, qual dessas escritas é uma *notação científica*? Por quê?

2. Use a notação científica para escrever os números dos textos:

a) Os sistemas hidrográficos do Amazonas, do Orinoco e do Paraná têm a maior parte de suas bacias de drenagem na planície. Os três sistemas, em conjunto, drenam uma área de cerca de 9.600.000 km^2.

ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

b) A bacia hidrográfica amazônica é a maior do mundo, com cerca de *4 milhões de km²* de área em terras brasileiras e uma área total de aproximadamente *7.000.000 km²*. No Brasil, abrange 10 dos maiores rios do mundo, entre os quais o Amazonas, com cerca de *7.000 km* de extensão desde a nascente, na Cordilheira dos Andes, no Peru, até a foz, no Oceano Atlântico.

Continuando a explorar a notação científica

1. Escreva os números em notação científica:

0,0001 =	10.000.000 =	0,00001 =
380.000 =	2.400.000 =	5.020.000 =

2. Pedro escreveu alguns números usando potências de base 10, mas errou. Veja o que ele fez, corrija os erros, explique como ele pode ter pensado e dê dicas para Pedro não errar mais escritas em notação científica.

$9{,}1 \times 10^4 = 910.000$	$9{,}1 \times 10^4 =$
$0{,}0045 = 4{,}5 \times 10^{-2}$	$0{,}0045 =$
$24.500.000 = 2{,}45 \times 10^5$	$24.500.000 =$
$0{,}0001 = 10^{-3}$	$0{,}0001 =$
$160.000 = 1{,}6 \times 10^{-4}$	$160.000 =$
$0{,}000243 = 2{,}43 \times 10^{-3}$	$0{,}000243 =$

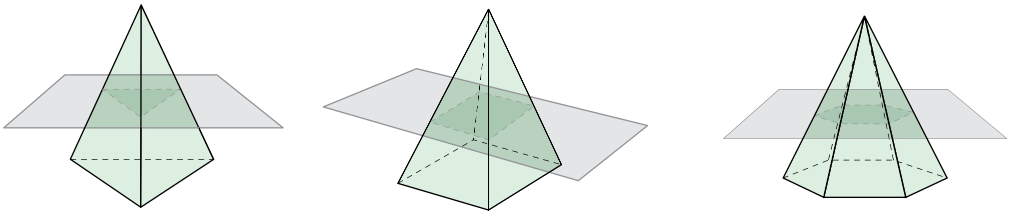
BJØRN CHRISTIAN TØRRISSEN/WIKIPEDIA.ORG

Pirâmides maias

O continente americano foi berço de civilizações importantes como os maias, os astecas e os incas. Esses povos tinham grande conhecimento arquitetônico e artístico, tendo construído pirâmides, templos e palácios.

Observe essa imagem de uma pirâmide maia. Rigorosamente, em geometria, deveríamos dizer *tronco de pirâmide*.

1. Veja alguns desenhos de pirâmides que foram seccionadas, ou seja, cortadas por um plano paralelo à base.



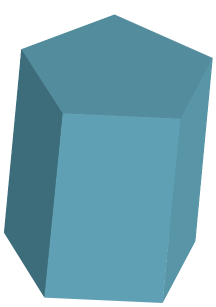
2. Reproduza as figuras tridimensionais obtidas no corte. Qual delas se parece com a imagem da pirâmide maia?

3. Em cada uma das pirâmides, observe o polígono no corte paralelo à base. Existe alguma relação entre essa figura e a base da pirâmide?

Cortes em prismas e pirâmides

1. Desenhe um prisma de base triangular e corte-o com um plano paralelo à base. Represente os novos sólidos e descreva as características que você observou em cada um deles.

2. Considere o prisma de base pentagonal da figura:

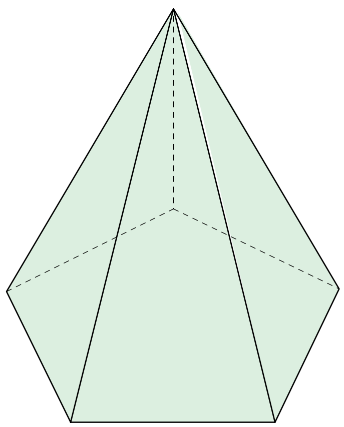


a) Se você fizer um corte paralelo à base, qual será o nome do polígono (ou da seção transversal) obtido?

b) E qual será o nome de cada um dos sólidos formados?

c) Desenhe os sólidos que foram formados.

3. Considere a pirâmide apresentada abaixo:



a) Se você fizer um corte paralelo à base, como se chamarão os dois sólidos obtidos?

b) E o polígono obtido na seção transversal?

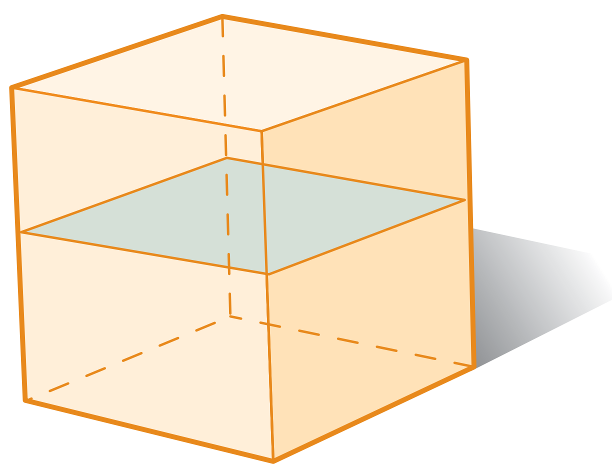
c) Desenhe um tronco dessa pirâmide.

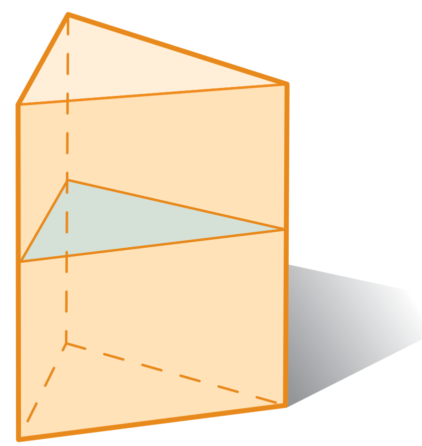
d) Como são os polígonos das faces laterais do tronco que você desenhou?

e) Quantos vértices e arestas tem esse tronco?

Organizando ideias sobre cortes em prismas e pirâmides

1. a) Veja os prismas abaixo e os cortes paralelos à base. Preencha os quadros escrevendo o nome dos polígonos.





polígono da base: ____________________	polígono da base: ____________________
polígono obtido no corte: ________________	polígono obtido no corte: ________________

b) Escreva um texto sobre as relações entre o polígono da base e os polígonos obtidos nos cortes paralelos à base de um prisma.

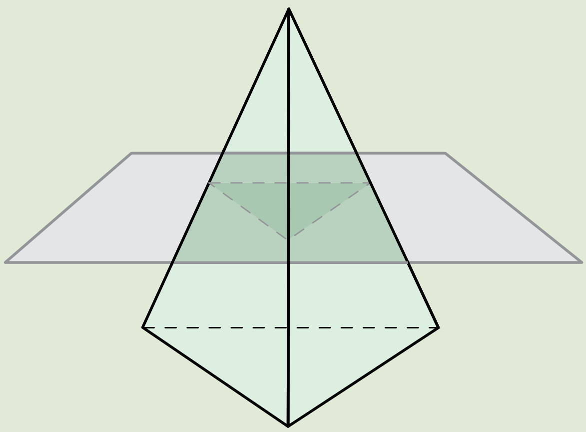
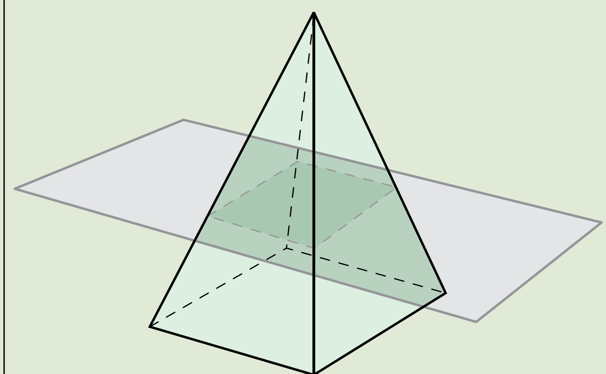
____

____

____

____

2. a) Faça o mesmo com as pirâmides abaixo:

	
polígono da base: __________________ polígono obtido no corte: _______________	polígono da base: __________________ polígono obtido no corte: _______________

b) Escreva um texto sobre as relações entre o polígono da base e os polígonos obtidos nos cortes paralelos à base de uma pirâmide.

Elementos de pirâmides e troncos

1. a) Desenhe, no espaço abaixo, uma pirâmide de base hexagonal.

b) Complete a tabela:

Pirâmide de base hexagonal

número de vértices	número de arestas	número de faces

2. a) Desenhe, no espaço abaixo, o tronco obtido por um corte paralelo à base da pirâmide hexagonal.

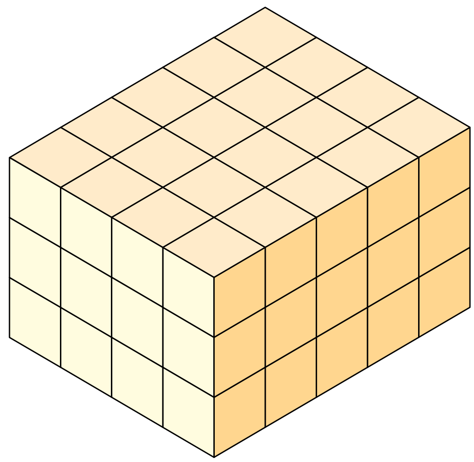
b) Complete a tabela:

Tronco de pirâmide

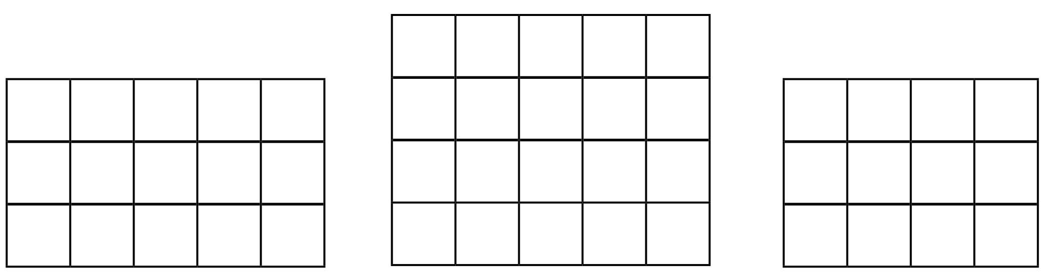
número de vértices	número de arestas	número de faces

Empilhando cubos

1. Observe a pilha de cubos abaixo:

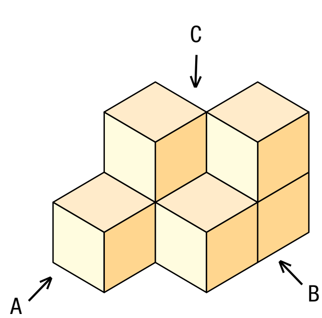


Sabendo que não há peças escondidas, identifique as vistas: frontal (A), lateral (B) e superior (C) dessa pilha de cubos:

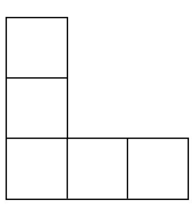


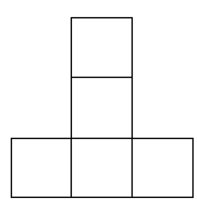
vista ________________ vista ________________ vista ________________

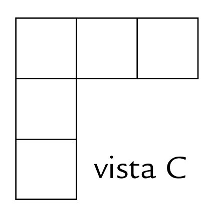
2. Sabendo que não há cubos escondidos, desenhe na malha quadriculada da página 55 as vistas de três posições diferentes da pilha de cubos: frontal (A), lateral (B) e superior (C).



3. Observe três vistas de uma pilha de cubos

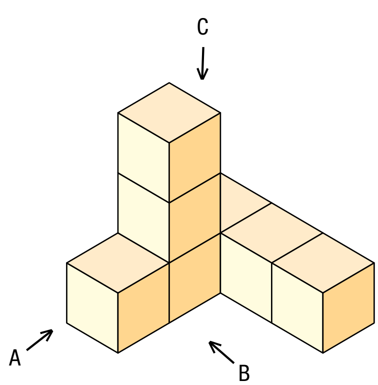

vista A


vista B

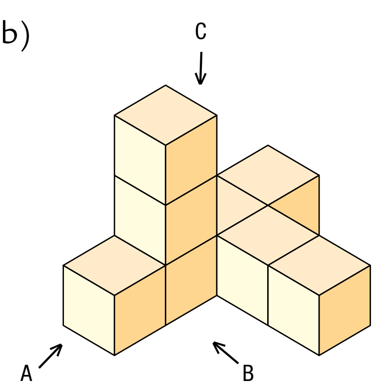

vista C

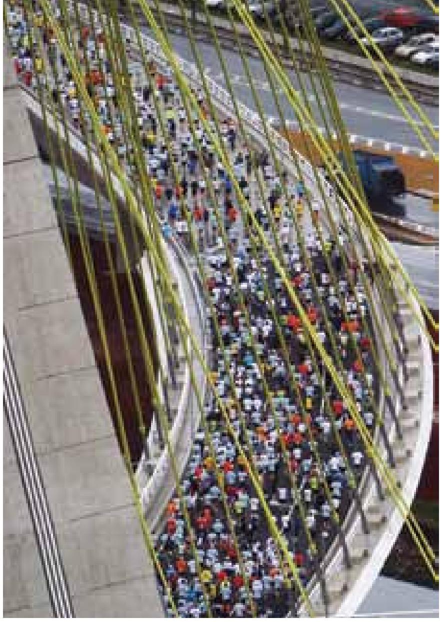
Qual das pilhas a seguir corresponde às vistas anteriores?

a)



b)





ALEX ALMEIDA/FOLHA IMAGEM

Distância × tempo

Você sabia que, nas estradas paulistas, as placas indicativas da quilometragem marcam a distância do Marco Zero, que fica na Praça da Sé, no centro da cidade de São Paulo? Se estivermos, por exemplo, no km 66 da rodovia Bandeirantes, que liga São Paulo a Campinas, isso significa que estamos a 66 km da Praça da Sé.

1. Um atleta de triatlo, que envolve natação, bicicleta e corrida, resolveu treinar nessa estrada a fase da bicicleta, saindo do Marco Zero. Ao iniciar o treino, acionou o cronômetro e, durante o trajeto, marcou o tempo gasto para cumprir determinados trechos da estrada.

Veja a tabela e resolva as questões:

tempo (horas)	0	0,5	1	2	2,5	5,0
distância (km)	0	6	12	24	30	60

Se o ciclista mantiver o mesmo ritmo o tempo todo, independentemente do trânsito e das condições da estrada:

a) Quanto tempo levará para passar pelo marco 66 km?

b) E para chegar à Campinas, que fica a 96 km de São Paulo?

c) Qual será a posição desse ciclista 1 hora e 15 minutos após sua partida?

d) E depois de 2 horas e 45 minutos?

e) Com a mesma velocidade, por qual quilômetro o ciclista estará passando 6 horas e 30 minutos após sua partida?

f) Analisando a tabela, podemos afirmar que, dobrando o tempo, a distância também dobra? E triplicando? Por quê?

2. Envolvida em uma questão de reflorestamento, uma cidade brasileira organizou a venda de mudas de árvores para algumas fazendas. Para isso, organizou uma tabela com os preços das mudas.

número de mudas	1	2	6	10	15	40
preço (em R$)	1,5	3,0	9,0	15	22,5	60

Responda as questões de acordo com a tabela:

a) Quanto custam 5 mudas? E 20?

b) Quantas mudas podem ser compradas com R$ 150,00?
E com R$ 500,00?

c) Se dobrarmos o número de mudas compradas, o preço pago por elas também dobra? E se triplicarmos?

Distância × consumo

1. Existem várias cidades importantes na América do Sul; por exemplo, São Paulo e Buenos Aires. A distância entre essas cidades é de aproximadamente 2.156 km.
Um grupo de turistas paulistanos fará uma viagem de carro até Buenos Aires e montou uma tabela para prever quanto gastará em combustível.
Essa previsão leva em conta que as condições da estrada e do automóvel praticamente não sofrem alterações durante a viagem. Observe:


DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

distância percorrida (em km)	24	48	72	96
consumo de gasolina (em litros)	2	4	6	8

A partir dessas informações, responda:

a) Que distância esse carro percorre com 1 litro de gasolina?

b) E com 3 litros?

c) Para percorrer 120 km, quantos litros de gasolina são necessários?

d) De acordo com essa tabela, se dobrarmos o número de litros, a distância que poderá ser percorrida também dobrará? E se triplicarmos o número de litros? Por quê?

e) Se precisarmos percorrer uma distância que seja o dobro de outra, o número de litros de gasolina necessários também dobrará?

2. O perímetro de um polígono é a medida de seu contorno. O perímetro de um quadrado é igual à soma das medidas de seus quatro lados.

a) Complete a tabela:

lado (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
perímetro (cm)	2	4				

b) Se o lado do quadrado A mede o dobro do lado do quadrado B, o perímetro do quadrado A também medirá o dobro do perímetro do quadrado B? Por quê?

Resolvendo problemas

1. Maria José fez 36 salgados e está em dúvida quanto às embalagens que vai usar para guardá-los. Se escolher embalagens de dois salgados, de quantas ela vai precisar? E se usar embalagens de três? Para responder, preencha a tabela: ______________________________

número de salgados por embalagem	2	3	4	6	9	12
número de embalagens necessárias						

2. Maria José fez um bolo para oito pessoas, e sua receita incluiu três xícaras (de chá) de açúcar e seis ovos.

a) Se ela quiser fazer esse bolo para quatro pessoas, quantas xícaras de açúcar e quantos ovos ela usará?

b) E se fizer para doze pessoas?

Organizando nossos conhecimentos

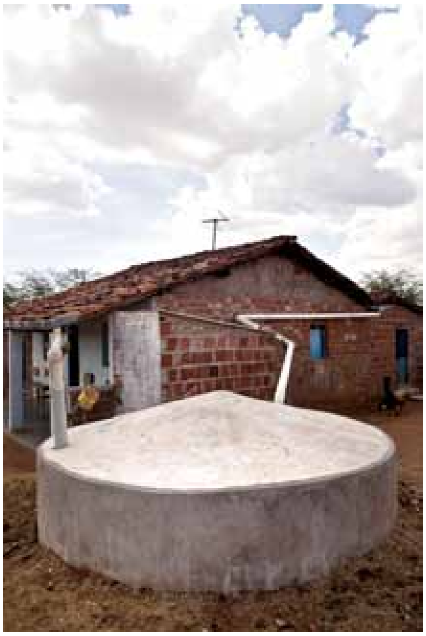
1. Observe as situações das páginas 56 a 59 e procure algo em comum entre elas. Converse com seu colega e registre sua conclusão.

2. O mesmo acontece na atividade 1 da página anterior? Por quê?

Distância, tempo, consumo e massa são exemplos de grandezas.
Quando duas grandezas estão relacionadas de tal modo que, dobrando-se um valor de uma delas, o valor correspondente da outra também dobra, triplicando-se um, o outro também fica multiplicado por três, reduzindo-se um à metade, o outro também se reduz à metade, elas estão em proporção direta, e são chamadas *grandezas diretamente proporcionais*.
Nesse caso, a razão entre valores correspondentes é sempre a mesma, isto é, constante.

3. A tabela abaixo mostra a variação de duas grandezas diretamente proporcionais. Complete-a:

2	4	6		10	15	
6	12		24	30		60


PALÊ ZUPPANI/PULSAR IMAGENS

Volume × altura

Leia o texto:

A cisterna é uma tecnologia popular para captação de água da chuva e representa uma solução de acesso a recursos hídricos para a população rural do semiárido brasileiro, que enfrenta secas prolongadas de até oito meses. Nos últimos três anos, o Brasil construiu mais de 100 mil cisternas, capazes de armazenar 1,5 bilhão de litros de água, garantindo que as famílias dessa região tenham água de melhor qualidade, diminuindo doenças como diarreias e verminoses e principalmente provocando a queda na taxa de mortalidade infantil.

fonte: www.mds.gov.br

1. Você acha que, à medida que dobra a altura que a água alcança, no interior de uma cisterna de formato cilíndrico, dobra também seu volume?

---

2. Para verificar, faça um experimento usando o seguinte material:

- recipientes cilíndricos de mesma base, um com 1 litro de capacidade e outro com 4 litros ou mais
- régua

a) Preencha a tabela com os dados de seu experimento:

volume de água (em litros)	1	2	3	4	5
altura do recipiente maior (em cm)					

b) O que acontece com o volume quando a altura aumenta? Explique sua resposta.

Porcentagem e variação de grandezas

Leia as seguintes situações envolvendo porcentagem:

(I) Todos os combustíveis deste posto estão com 10% de desconto no pagamento à vista.	**(II)** Funcionários do Parque Ecológico terão, este ano, 5% de aumento no salário.

a) Na situação (I), 10% de desconto no pagamento à vista significam que, a cada R$ 100,00 de combustível, há um desconto de R$ 10,00, e pagam-se R$ 90,00. Se a pessoa quiser R$ 50,00 de combustível, isto é, a metade, o desconto também será a metade do anterior, ou seja, R$ 5,00.
Complete o quadro:

valor total (em R$)	100	50	25	20	120
desconto (em R$)	10	5			

b) Na situação (II), podemos dizer que, a cada R$ 100,00, haverá um aumento de R$ 5,00?

c) Se um funcionário ganha R$ 500,00, quanto terá de aumento?

d) Preencha o quadro com os salários e seus respectivos aumentos:

salário (R$)	500	800	1.000	1.500	650	
aumento (R$)		40	50			100

Analisando ofertas

1. Em um supermercado estavam afixadas as placas:

Compre **3** goiabas por **R$ 0,60**	Compre **6** goiabas por **R$ 1,00**

a) O que você nota no preço de seis goiabas, comparando-o com o preço de três?

---

b) Mantendo o preço de R$ 0,60 para três goiabas, quanto deveriam custar seis goiabas?

---

2. O que você observa ao resolver esse problema? As grandezas preço e quantidade de goiabas são diretamente proporcionais ou não? Por quê? Escreva aqui suas observações sobre esses resultados, para contribuir com uma redação coletiva.

Agora, é com você

1. Escreva em notação científica os dados numéricos das informações abaixo:

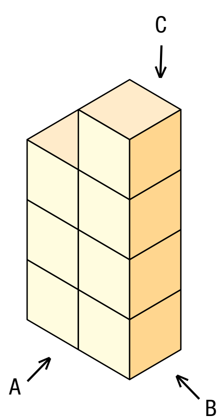
a) A Terra tem aproximadamente 4.500.000.000 de anos.

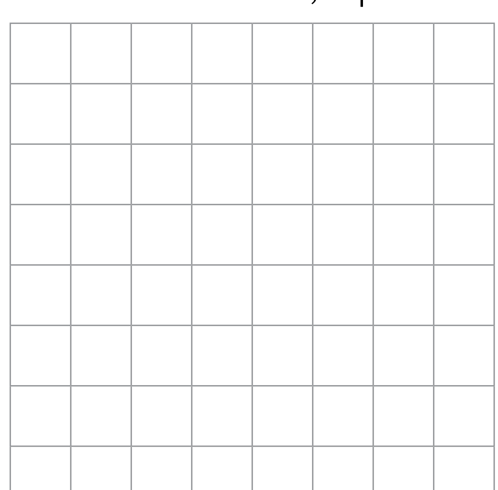
b) A distância entre o Sol e a Terra é cerca de 150.000.000 km.

c) A extensão da cordilheira dos Andes na direção norte-sul é de 7.250 km.

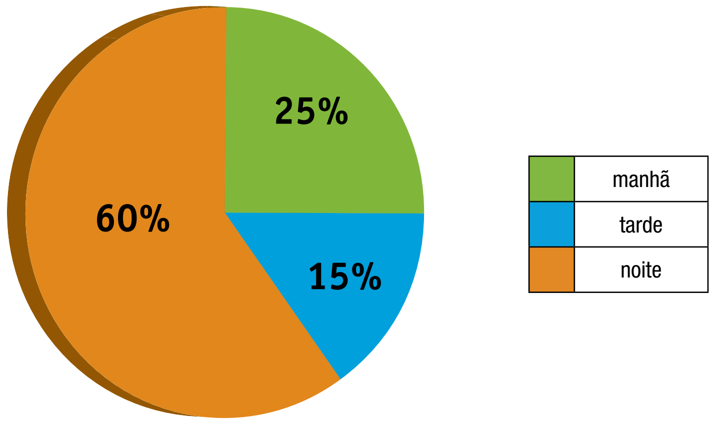
2. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) apurou que a população brasileira em 2007 era de 183.987.291 de habitantes, e que, em 2000, era de 169.799.170. Você acha que a população cresceu mais que 10% ou menos que 10%? Por quê?

3. Desenhe em uma malha quadriculada as vistas frontal, superior e lateral desta pilha de cubos.





4. (Prova da Cidade-2009) O gráfico nos mostra a distribuição dos alunos de uma escola nos seus três turnos: manhã, tarde e noite.



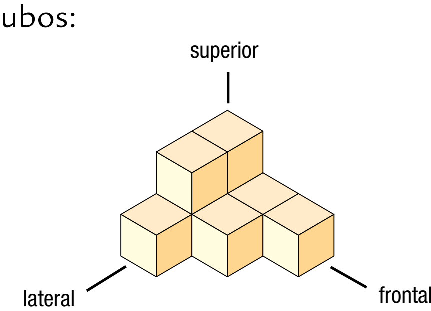
Se esta escola possui 2.000 alunos no total, quantos destes alunos estudam no período da noite?

☐ a) 300 ☐ b) 500 ☐ c) 1.200 ☐ d) 2.000

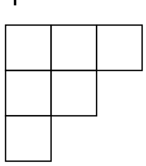
5. Quantos azulejos serão colocados em um piso de uma piscina de 1.250 m^2, sabendo-se que no piso de outra piscina de 312,50 m^2 foram utilizados 460 azulejos?

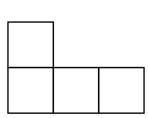
☐ a) 2.022,5 ☐ b) 1.840 ☐ c) 1.562,5 ☐ d) 1.710

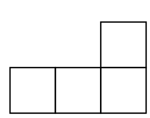
6. Observe a pilha de cubos:

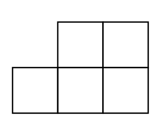


Qual destas figuras representa a vista frontal desta pilha de cubos, sabendo que não há cubos escondidos?


(a)


(b)


(c)


(d)

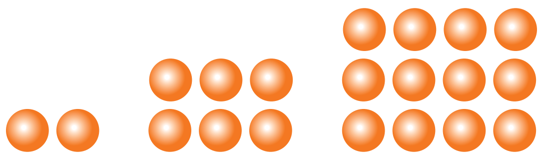
Unidade 3

Nesta Unidade, você observará regularidades a partir de padrões, a variação de grandezas e as generalizações da aritmética, em seus estudos sobre álgebra. Além disso, participará de atividades nas quais estão presentes adivinhações e resolverá problemas e equações.

Nos estudos de geometria, aprofundará seu conhecimento sobre as propriedades de poliedros.

Descoberta de padrões

1. Observe estas figuras:



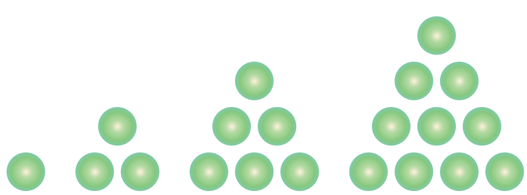
a) Desenhe a próxima figura dessa sequência.

b) Quantos pontos tem a 5ª figura? E a 6ª? ______________________

c) Quantos pontos tem uma figura numa posição qualquer?

____

2. Observe esta sequência:



a) Desenhe as duas próximas figuras dessa sequência.

b) Sem fazer o desenho, escreva quantos pontos terá a 10ª figura da sequência.

____

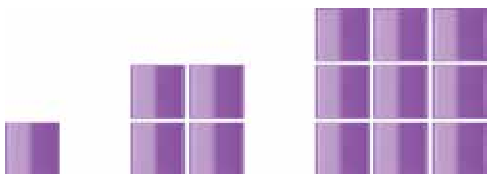
c) É possível determinar quantos pontos tem uma figura em uma posição qualquer dessa sequência? Como você faria? Escreva suas observações e troque-as com um colega.

____

____

Padrões geométricos

Observe a sequência de figuras:



1. Se continuarmos seguindo a mesma regra, como será a próxima figura? E a seguinte? Desenhe-as à direita da 3ª figura.

2. Complete a tabela:

posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
número de quadradinhos	1	4	9			

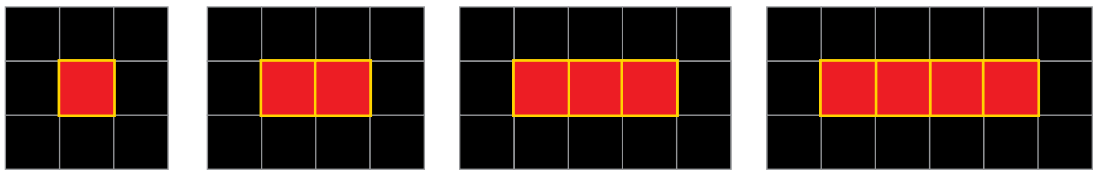
Existe alguma relação entre a sequência de figuras e essa tabela? Qual?

3. Como você calcularia o número de quadradinhos da 10ª figura sem desenhar? E da 11ª?

4. É possível expressar a relação entre a posição (p) e o número de quadradinhos de cada figura por uma sentença matemática? Escreva sua hipótese:

Aprendendo com padrões

Observe a sequência:



1. Seguindo a mesma regra, desenhe as duas próximas figuras.

2. Quantos quadradinhos de cada cor tem a 5ª figura?

pretos: ☐ vermelhos: ☐

3. Pedro percebeu que a 6ª figura tem:

- 6 quadradinhos vermelhos, ou seja, o mesmo número que indica a posição da figura;
- 18 quadradinhos pretos, isto é, o dobro do número que indica a posição da figura mais 6.

a) Você concorda com Pedro? Por quê?

b) As conclusões de Pedro são válidas para a 5ª figura da sequência? E para a 7ª? Verifique.

4. Preencha o quadro com o número de quadradinhos da sequência anterior:

posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
quadradinhos vermelhos						
quadradinhos pretos						

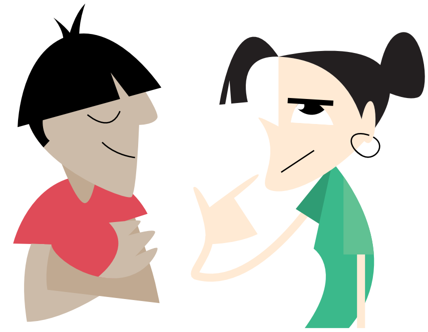
5. Descubra, no quadro acima, quais são as relações entre o número da posição de cada figura e o número de quadradinhos pretos e vermelhos que ela tem.

6. Sem desenhar, descreva a 15ª figura da sequência:

7. Quantos quadradinhos vermelhos e pretos tem a figura que ocupa a 41ª posição?

8. Como expressar genericamente o número de quadradinhos pretos (q) e vermelhos (v) em relação à posição (p) da figura? Escreva essas expressões:

Uma brincadeira



1. Em grupo, um aluno pensa em uma relação entre dois números; por exemplo, “o dobro de um número”, “o antecessor de um número” etc.

Os outros membros do grupo tentarão adivinhar essa relação e, para isso, organizarão uma tabela como esta:

número falado								
número respondido								

O aluno que pensou na relação vai preenchendo a tabela de acordo com os números falados, e a brincadeira termina quando alguém descobre que relação foi pensada.
Qual foi essa relação?

2. André pensou numa relação entre os números falado e respondido e apresentou aos colegas de grupo a seguinte tabela:

número falado	−1	−3	0	8	10
número respondido	4	2	5	13	15

a) Qual foi a relação?

b) Se você falar o número 101, que número André responderá?

c) Se André responder −15, qual terá sido o número falado?

3. No grupo de Alice, pensou-se nas seguintes relações:

I o dobro de um número

II o dobro de um número menos um

III o quadrado de um número mais um

IV o triplo de um número mais dois

Numere cada sequência de acordo com a relação correspondente:

número falado	1	2	3	4	5	relação
número respondido	5	8	11	14	17	

número falado	2	4	6	8	10	relação
número respondido	5	17	37	65	101	

número falado	–4	–2	0	2	4	relação
número respondido	–8	–4	0	4	8	

4. Monte um quadro com a relação que não foi mencionada.

número falado						relação
número respondido						

5. Associe as colunas A e B:

coluna A	coluna B
I. o dobro de um número	a) $2 \cdot n - 1$
II. o dobro de um número menos um	b) $3 \cdot n + 2$
III. o quadrado de um número mais um	c) $2 \cdot n$
IV. o triplo de um número mais dois	d) $n^2 + 1$

A linguagem simbólica

1. Complete o quadro com as expressões algébricas correspondentes.
Use as letras x e y para representar as variáveis.

o dobro do sucessor de um número	
o sucessor de um número natural	
o quadrado de um número mais um	
o triplo de um número	
o quadrado da soma de dois números	
a metade de um número	

2. Em cada quadro abaixo, há apenas uma expressão algébrica que relaciona o número respondido ao dito.

a) Assinale a expressão que indica essa relação:

número falado (a)	**–1**	**0**	**1**	**2**	**5**	**10**
número respondido (b)	**–1**	**0**	**3**	**8**	**35**	**120**

a) $b = a^2 + 1$ b) $b = a^2 + 2a$ c) $b = 2a + 1$ d) $b = (a + 2a)$

número falado (t)	**–4**	**–2**	**0**	**2**	**4**
número respondido (s)	**–18**	**–12**	**–6**	**0**	**6**

a) $s = t + 2$ b) $s = 3\,(t + 2)$ c) $s = 3t - 6$ d) $s = 3\,(t - 2)$

b) Existe mais de uma expressão para a relação entre os números em cada quadro? Compare sua resposta com a de seu colega e escreva suas observações para contribuir com a redação coletiva.

Procure seu par

Esse jogo é semelhante ao jogo da memória. Reproduza estes cartões numa folha e recorte-os para jogar com seu colega de dupla: misture os cartões com a parte escrita virada para a mesa e, na sua vez, desvire dois cartões: um com a sentença matemática e outro com uma frase. Se os dois representarem a mesma expressão, fique com o par; se não, torne a virá-los. Quando terminarem os cartões, conte um ponto para cada par.

$(x + 2)^2$	$\frac{y}{10}$	$t^2 - 2$	$x + 3x$	$2x$
$\frac{y}{5}$	$3\ (x + 2)$	$m - 10$	$3x + 1$	
o triplo da soma entre um número e dois	o dobro de um número	o triplo de um número mais um	o quadrado de um número menos dois	um número somado ao seu triplo
o quadrado da soma entre um número e dois	o quociente de um número por dez	a diferença entre um número e dez	a quinta parte de um número	

Descobrir a mágica

1. Leia a charada:

Pense em um número. Adicione dois. Dobre o resultado. Subtraia quatro. Diga o resultado, e eu lhe direi em que número você pensou.

Depois de ouvir o resultado, seu professor dirá o número em que você pensou. Escreva no espaço abaixo como você acha que ele descobriu o número.

____

____

____

2. Observe agora o esquema de Luís para resolver essa mesma charada.

a) Relacione as frases da charada ao esquema de Luís.

□	______________________
□ +2	______________________
□ □ +4	______________________
□ □ +4−4	______________________

b) O que representa para ele a figura □ ?

____

____

____

3. Leia esta charada:

Pense em um número. Adicione quatro. Triplique o resultado. Subtraia cinco. Subtraia o triplo do número pensado inicialmente. Adicione dois. O resultado final será nove.

a) Por que o resultado final é sempre nove? Descreva um procedimento para isso.

b) Use o esquema de Luís para representar a sequência das frases da charada.

Diferentes formas de representação

1. Para descobrir uma nova charada, um aluno preencheu parte da tabela abaixo. Observe o seu registro e descubra qual foi essa adivinhação, desenhando um esquema para ela e a sequência das frases faladas.

sequência	esquema	representação algébrica
		x
		$x + 2$
		$3 \cdot (x + 2) = 3 \cdot x + 6$
		$3x + 6 - 6 = 3x$

2. Preencha o quadro e descubra a nova charada.

Compare sua resposta com a de seu colega:

sequência	esquema	representação algébrica
pensei em um número	$\square$	
	$\square$ **+2**	
	$\square$ $\square$ **+4**	
	$\square$ $\square$	
	$\square$	

Adivinhar

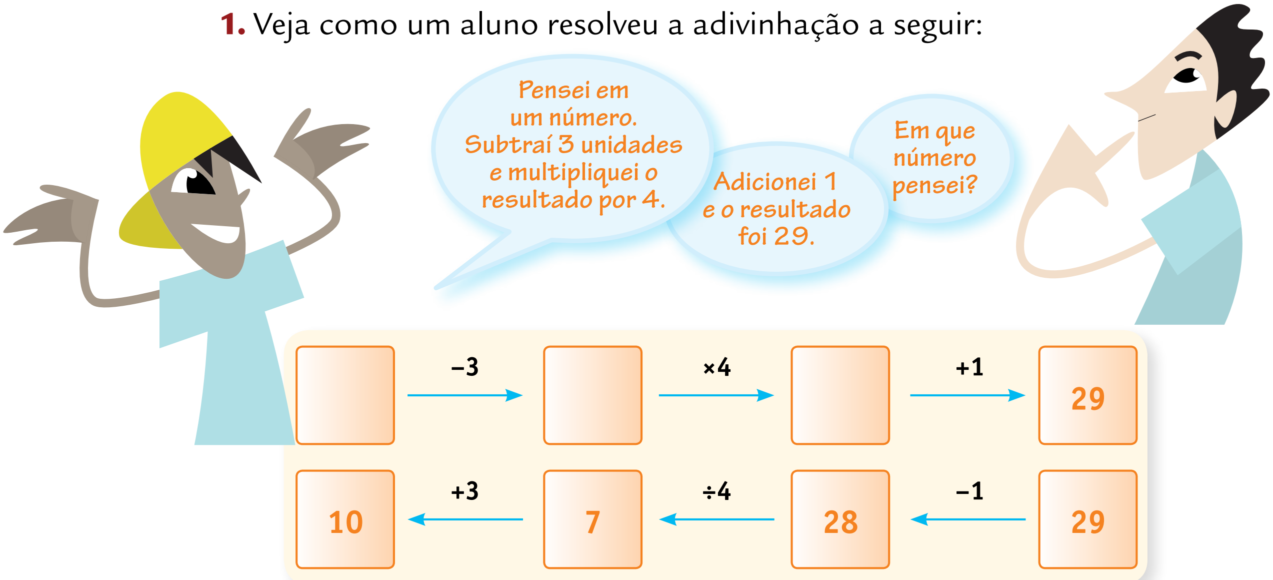
1. Pensei em um número. Adicionei uma unidade. Multipliquei o resultado por 3. Subtraí 3 e o resultado final foi 12. Em que número pensei?

2. Em outra classe, um grupo de alunos organizou essas informações num quadro, mas não o completou. Vamos ajudá-los, preenchendo-o com o esquema que você conhece e com representações algébricas.

sequência	esquema	representação algébrica
pensei em um número		
adicionei 1		
multipliquei por 3		
subtraí 3		
resultado final: 12		

Continuando a adivinhar

1. Veja como um aluno resolveu a adivinhação a seguir:



Sua resposta foi: “Você pensou no número 10.”

Converse com seus colegas e responda: como o aluno pensou para resolver o problema?

2. Com a mesma estratégia da atividade 1, descubra o número:

Pensei em um número. Multipliquei por 6. Adicionei 14. Deu 92. Em que número pensei?

3. A partir do que aprendeu, escreva sobre operações inversas.

Exercícios

1. Use operações inversas para encontrar o número que falta em cada um dos esquemas:

a)

☐	$\xrightarrow{\times 5}$	☐	$\xrightarrow{+10}$	☐	$\xrightarrow{+1}$	66
☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐

b)

☐	$\xrightarrow{+6}$	☐	$\xrightarrow{\times 2}$	☐	$\xrightarrow{\div 4}$	28
☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐

c)

☐	$\xrightarrow{\div 5}$	☐	$\xrightarrow{\times 4}$	☐	$\xrightarrow{-25}$	775
☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐	$\longleftarrow$	☐

2. Escolha um dos três esquemas e reescreva-o em forma de adivinhação.

Equações e operações inversas

1. Observe a adivinhação elaborada por Helena a partir do esquema abaixo:

$$\square \xrightarrow{\times 5} \square \xrightarrow{+10} \square \xrightarrow{\div 2} 20$$

adivinhação	linguagem algébrica	resolução
Pensei em um número	n	$(5 \cdot n + 10) = 20 \times 2$
Multipliquei-o por 5	$5 \cdot n$	$5 \cdot n + 10 = 40$
Adicionei 10	$5 \cdot n + 10$	$5 \cdot n = 40 - 10$
Dividi a soma por 2	$(5 \cdot n + 10) \div 2$	$5 \cdot n = 30$
O resultado obtido foi 20	$(5 \cdot n + 10) \div 2 = 20$	$n = \frac{30}{5} = 6$

R: O número pensado foi 6.

Como Helena pensou para encontrar o número?

____

____

2. Para cada um dos esquemas abaixo, elabore uma adivinhação, escreva-a em linguagem algébrica e encontre o número pensado usando o mesmo procedimento de Helena.

a) $\square \xrightarrow{\div 5} \square \xrightarrow{\times 4} \square \xrightarrow{-25} 775$

adivinhação	linguagem algébrica	resolução

O número pensado é: ____________

b) $\square \xrightarrow{+6} \square \xrightarrow{\times 2} \square \xrightarrow{\div 4} \boxed{286}$

adivinhação	linguagem algébrica	resolução

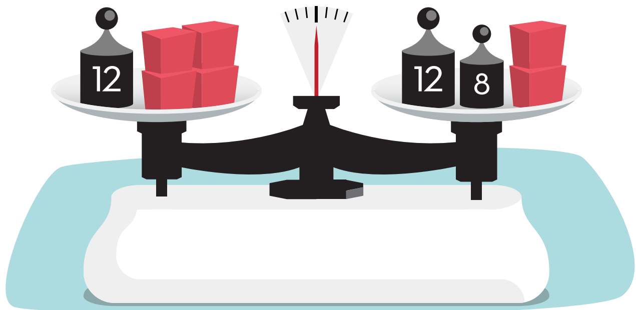
O número pensado é: ____________

3) Monte um esquema e troque-o com seu colega para que ele elabore uma adivinhação e descubra em que número você pensou, usando os mesmos procedimentos das propostas anteriores.

O número pensado é: ____________

Em busca do equilíbrio

1. Observe a balança abaixo, que está em equilíbrio.



a) Se tirarmos o objeto de 12 quilogramas do prato da esquerda, o equilíbrio se mantém? Desenhe a balança nessa situação.

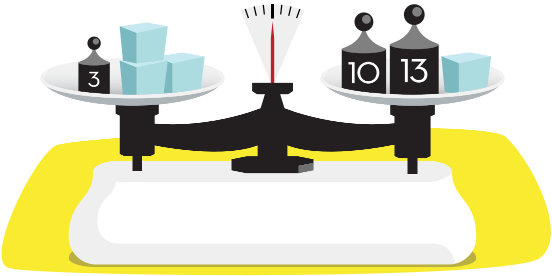
b) O que devemos fazer no prato da direita para que a balança volte a ficar em equilíbrio? Desenhe a balança nessa nova situação.

c) Podemos descrever essas etapas com sentenças algébricas. Converse com seus colegas e mostre como.

Problemas com balanças

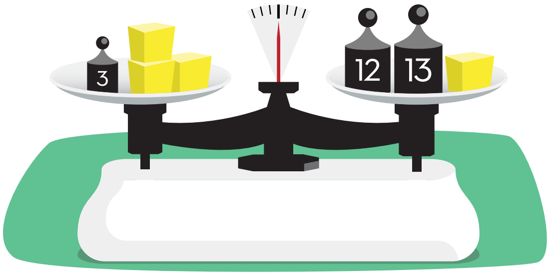
Observe as seguintes situações:

1. A balança está em equilíbrio, as quatro caixas têm a mesma massa, medida em quilogramas, e os objetos têm as massas indicadas, também em quilogramas.



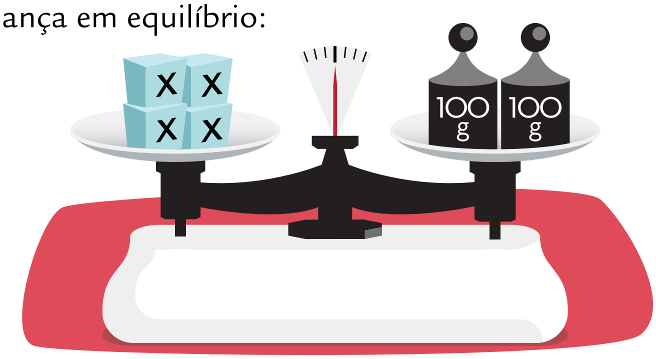
Registre um procedimento para calcular a massa de cada caixa.

2. A balança está em equilíbrio. Todas as caixinhas têm a mesma massa. Encontre um procedimento para calcular a massa de uma caixinha e registre-o aqui.



O equilíbrio e a equação

1. Observe esta balança em equilíbrio:



Em um dos pratos, há quatro caixas iguais com a mesma massa e, no outro, dois pacotes de 100 g cada um.

Qual é a massa de cada caixa? Para descobrir, observe o registro de um aluno e sua explicação:

Usei uma equação. Aprendi que a equação é como uma balança, e o sinal de igual representa seu equilíbrio.

$$x + x + x + x = 100 + 100$$

$$4x = 200$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{200}{4}$$

$$x = 50$$

A operação que faço com um determinado número no lado esquerdo da equação é a mesma que eu faço com o mesmo número do lado direito da equação, e vice-versa.

Depois, é só ir fazendo as mesmas operações e com os mesmos valores nos dois lados da equação até isolar a massa do objeto, que chamei de x.

2. Você concorda com ele? Por quê?

____

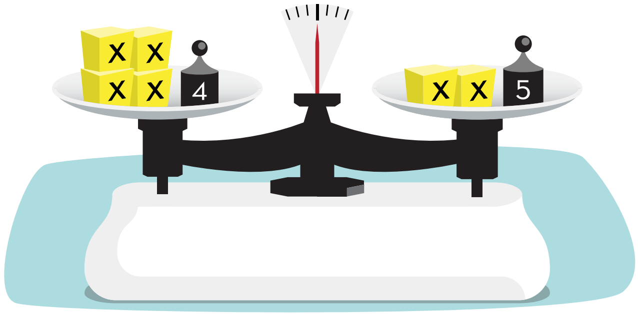
____

____

____

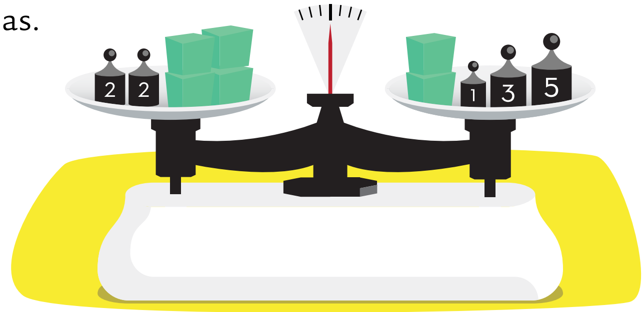
____

3. Observe esta outra balança em equilíbrio:



Com seu colega de dupla, determine a massa x da caixa, em quilogramas, usando o procedimento da atividade anterior.

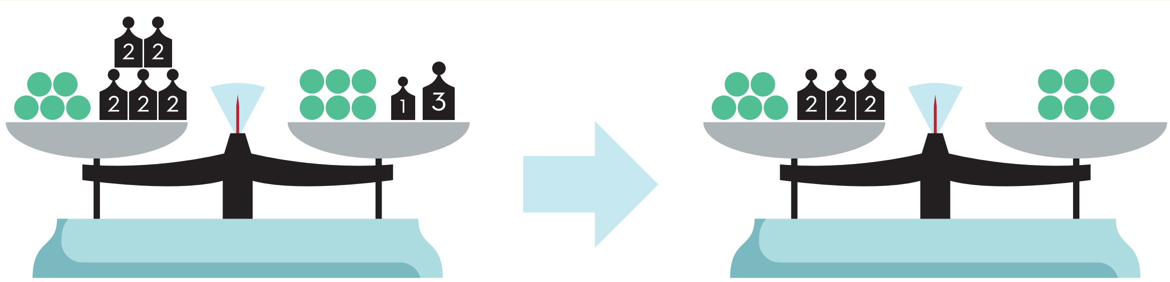
4. As caixas da balança a seguir têm a mesma massa. Usando o mesmo procedimento da atividade anterior, descubra o valor dessa massa, em quilogramas.



Registrando as ações

1. Observe as duas etapas do cálculo da massa da bolinha numa balança em equilíbrio. Desenhe as etapas posteriores e determine a massa da bolinha, em quilogramas.

etapa I **etapa II**



A massa da bolinha é ____________

2. Identifique no quadro abaixo a sucessão de escritas algébricas que soluciona o problema da atividade 1.

a)

$3x + 20 = 2x + 30$

$3x + 20 - 20 = 2x + 30 - 20$

$3x = 2x + 10$

$3x - 2x = 2x - 2x + 10$

$x = 10$

b)

$5x + 10 = 6x + 4$

$5x + 10 - 4 = 6x + 4 - 4$

$5x + 6 = 6x$

$5x - 5x + 6 = 6x - 5x$

$6 = x$

Expressões numéricas e algébricas

1. Observe o quadro:

número	2 vezes o número
0	$2 \times 0 = 0$
4	$2 \times 4 = 8$
10	$2 \times 10 = 20$
15	$2 \times 15 = 30$

Sobre os valores da segunda coluna, um aluno escreveu:

um número par qualquer pode ser escrito como $2 \cdot n$, sendo n um número natural.

a) Por que é correto representar qualquer número par pela expressão algébrica $2 \cdot n$?

____

b) Como é possível representar qualquer número ímpar através de uma expressão algébrica?

____

2. Observe o quadro a seguir:

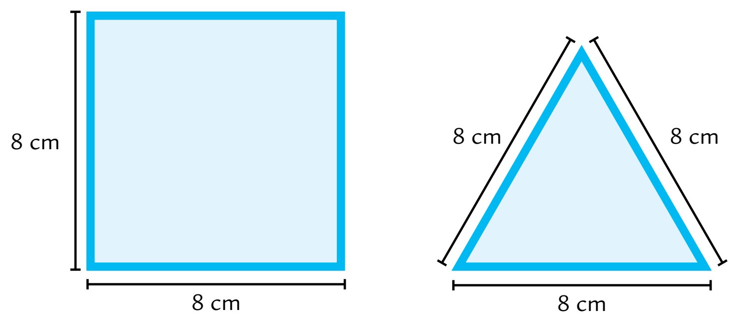
expressão numérica	resultado	expressão numérica	resultado
$2 \times 4 + 2 \times 1 =$	10	$2 \times (4 + 1) =$	10
$5 \times 7 + 5 \times 3 =$	50	$5 \times (7 + 3) =$	50
$10 \times 6 + 10 \times 2 =$	80	$10 \times (6 + 2) =$	80
$3 \times 4 + 3 \times 7 =$	33	$3 \times (4 + 7) =$	33

Encontre uma expressão algébrica que represente genericamente a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição que foi aplicada para a obtenção de resultados iguais, na 1ª e na 3ª colunas do quadro.

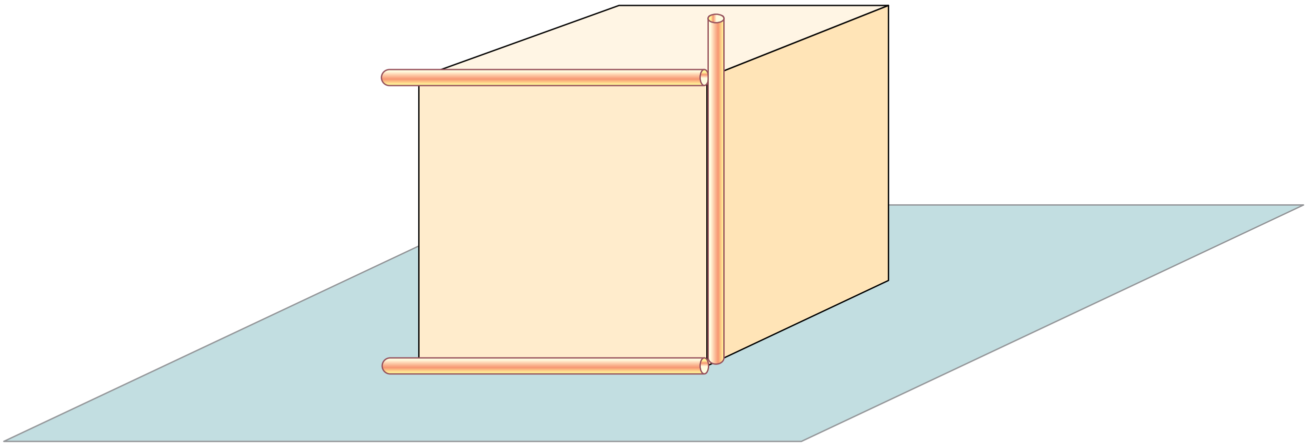
____

Relações entre arestas de um sólido geométrico

1. Construa um cubo e uma pirâmide de base quadrada usando superfícies limitadas por quadrados e triângulos equiláteros como estes, que você desenhará em cartolina e recortará.



2. Com a ajuda de seu colega de dupla, cole um canudinho em três arestas do cubo, como mostra o desenho a seguir:



3. O que você observa sobre a posição dos canudinhos colados em uma mesma face do cubo? Eles se cruzam ou não?

4. Use o cubo que você construiu para verificar se é verdadeira a seguinte afirmação: numa face de um cubo, há dois pares de retas paralelas que se apoiam nas arestas.

5. Quantos pares de retas perpendiculares existem apoiadas nas arestas de uma face de um cubo?

6. Cole canudinhos em arestas de duas faces diferentes do cubo de tal forma que eles não sejam nem paralelos, nem perpendiculares entre si. Depois, desenhe sua resposta.
Pesquise o nome que é dado a esta posição entre duas arestas, e registre-o abaixo do desenho.

Continuando a verificação

1. Com a ajuda de seu colega de dupla, cole um canudinho em cada aresta da pirâmide de base quadrada, como você fez na atividade anterior.

O que você observa quanto à posição dos canudinhos colados numa mesma face? Converse com um colega e depois registre suas conclusões.

____

____

____

____

2. Observe novamente os dois poliedros e a posição das arestas de cada um e registre uma síntese comparativa das suas descobertas.

cubo	pirâmide de base quadrada

Agora, é com você

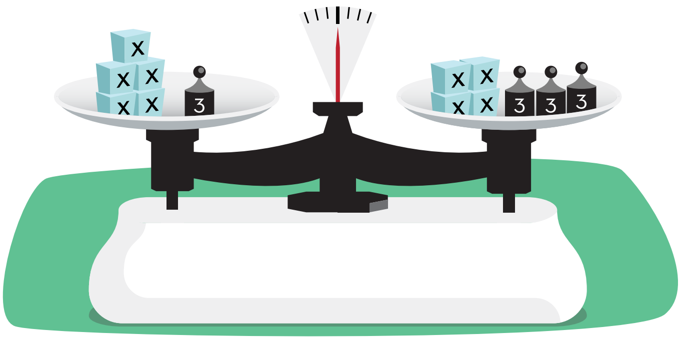
1. Preencha a tabela e descubra o número pensado:

sequência	esquema	representação algébrica
pense em um número	$\square$	
adicione 1	$\square + 1$	
multiplique por 2	$\square + 1 \quad \square + 1$	
adicione 2	$\square \quad \square + 1 + 1 + 2$	
divida por 2	$\square + 1 + 1$	
subtraia o número pensado	$1 + 1$	

2. Descubra os comandos da sequência e registre-os no quadro, juntamente com o esquema correspondente:

comandos da sequência	esquema	representação algébrica
		x
		$x + 1$
		$4\ (x + 1)$
		$\frac{4\ (x + 1)}{4}$
		$\left[\frac{4\ (x + 1)}{4}\right] - x$

3. Descubra a massa do objeto identificado como x, sabendo que a balança está em equilíbrio. Escolha um procedimento para isso e registre-o no espaço abaixo. As massas são iguais e dadas em quilogramas.



4. Observe a sequência de figuras:

a) Desenhe a próxima figura dessa sequência.

b) Expresse por meio de uma sentença matemática a relação entre a posição (p) e o número (t) de quadradinhos de cada figura.

Unidade 4

Nesta Unidade, resolveremos problemas por meio de equações e exploraremos situações que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Além disso, vamos aprender a calcular nosso consumo de energia elétrica e descontos e juros em compras e aplicações financeiras.

Triângulos de papel têm ponto de equilíbrio? É possível pendurá-los horizontalmente por um barbante? Nesta Unidade, você responderá a essas perguntas.

Resolução de problemas e equações

1. Numa classe de 8º ano, foi proposta aos alunos a seguinte situação:

> **O triplo de um número mais 15 é igual a 60. Qual é esse número?**

a) Veja a resolução de dois alunos:

Rogério

$$3 \cdot x + 15 = 60$$
$$3 \cdot x = 60 - 15$$
$$3 \cdot x = 45$$
$$x = \frac{45}{3}$$
$$x = 15$$

O número é 15.

Beatriz

$$3 \cdot n + 15 = 60$$
$$3 \cdot n + 15 - 15 = 60 - 15$$
$$3 \cdot n = 45$$
$$\frac{3 \cdot n}{3} = \frac{45}{3}$$

$n = 15$ (raiz da equação)

b) Verifique se há alguma relação entre os procedimentos dos dois alunos. Que ideias cada um deles usou para resolver a situação proposta? Registre suas conclusões:

____

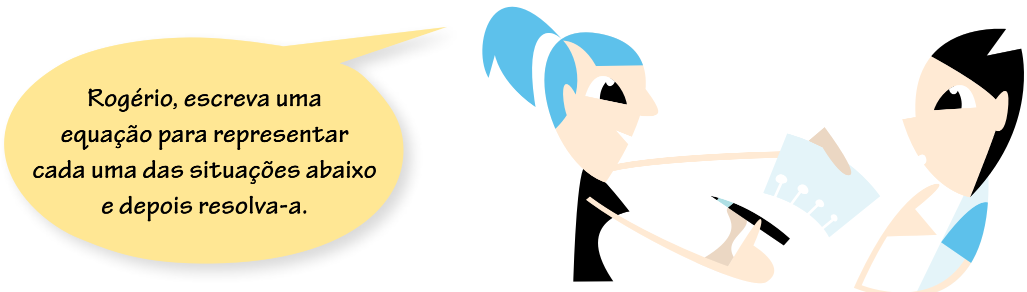
____

2. Rogério perguntou à Beatriz por que ela escreveu *raiz* da equação. Beatriz respondeu que era a solução da equação: o número que torna verdadeira a igualdade $3 \cdot n + 15 = 60$. Você concorda com ela? Por quê?

____

____

Para ajudar o amigo a resolver equações do seu modo, Beatriz propôs:



O quíntuplo de um número adicionado a 120 é igual a 250.
Qual é esse número?

equação	$5t + 120 = 250$
1ª transformação	$5t + 120 - 120 = 250 - 120$ $5t = 130$
2ª transformação	$\frac{5t}{5} = \frac{130}{5} \rightarrow t = 26$

A metade de um número adicionado a 35 é igual a 92. Qual é esse número?

equação	$\frac{n}{2} + 35 = 92$
1ª transformação	$\frac{n}{2} + 35 - 35 = 92 - 35 \rightarrow \frac{n}{2} = 57$
2ª transformação	$\frac{n}{2} \cdot 2 = 57 \cdot 2 \rightarrow n = 114$

3. Retome o que você aprendeu sobre resolução de equações e explique o procedimento de Rogério.

Equações e procedimentos

1. Observe os procedimentos de Rogério e compare-os com os de Beatriz.

Rogério

a)

$10m = m + 36$

$10m - m = m - m + 36$

$9m = 36$

$\frac{9m}{9} = \frac{36}{9}$

$m = 4$

b)

$x + 2x + 9 = 16 + 5x$

$3x + 9 - 9 = 16 + 5x - 9$

$3x = 7 + 5x$

$3x - 5x = 7 + 5x - 5x$

$-2x = 7$

$(-1) \cdot (-2x) = (-1) \cdot 7$

$2x \cdot \frac{1}{2} = -7 \cdot \frac{1}{2}$

$x = -\frac{7}{2}$

Beatriz

a)

$10m = m + 36$

$9m = 36$

$m = 4$

b)

$x + 2x + 9 = 16 + 5x$

$3x + 9 = 16 + 5x$

$3x - 5x = 16 - 9$

$-2x = 7$

$2x = -7$

$x = -\frac{7}{2}$

Quais são as diferenças e as semelhanças entre os dois procedimentos?

____

____

____

____

2. Escreva uma equação para representar cada situação e resolva-a, preenchendo os quadros.

a) O triplo de um número menos uma unidade é igual ao dobro desse número. Que número é esse?

b) O dobro de um número mais sua terça parte é igual a 17,5. Qual é esse número?

c) O triplo de um número menos onze unidades é igual à sua metade. Qual é esse número?

Situações-problema

Resolva os problemas pelo procedimento que você julgar mais adequado.

1. Em um grupo de 120 crianças, o número de meninos é igual a $\frac{3}{5}$ do número de meninas. Quantos meninos e meninas fazem parte desse grupo?

2. Uma coleção de 250 figurinhas será repartida entre quatro amigos de tal modo que João e Paula recebam o mesmo número de figurinhas e Guilherme receba 10 a mais que Sílvia, que, por sua vez, receberá $\frac{2}{3}$ do total de João. Quantas figurinhas receberá cada um?

3. A soma de três números inteiros consecutivos é 510. Quais são esses números?

4. O perímetro de um retângulo mede 76 cm. Calcule sua área, sabendo que a medida do comprimento é o triplo da medida da altura.

Situações-problema e suas soluções

Com seu colega de dupla, resolva os problemas usando equações e analise os resultados.

1. Determine um número natural que adicionado ao quíntuplo de seu dobro é igual à diferença entre seu triplo e 8.

2. O dobro de um número menos 10 é igual à metade do quádruplo de seu sucessor.

3. A diferença entre o dobro de um número e o dobro de seu antecessor é igual a dois. Qual é esse número?

4. Escreva um texto relacionando o problema, a equação que pode solucioná-lo, a raiz da equação e a pergunta do problema.

Organizando as ideias

Enquanto Rogério resolvia equações, Beatriz escreveu algumas palavras, para não esquecer, pois queria conversar com ele sobre o que estavam aprendendo e fazer um resumo das ideias principais:

situação-problema — equação — operação inversa

raiz/solução — expressão algébrica — incógnita/variável

1. Por que Beatriz escreveu essas palavras? Você acrescentaria alguma outra? Qual? Escreva um texto sobre os significados matemáticos das palavras e expressões acima, relacionando-os com o que você aprendeu.

2. Verifique qual é a maneira mais prática de resolver cada item: equação, cálculo mental ou escrito. Depois, resolva-os no caderno.

a) Um número adicionado a 5 unidades é igual a 16. Qual é esse número?

b) A terça parte de um número adicionada a seu dobro menos a sua metade é igual a 22. Qual é esse número?

c) O dobro de um número adicionado a 4 unidades é igual a 40. Qual é esse número?

d) Gastei $\frac{2}{5}$ do meu salário, que é de R$ 680,00. Quanto gastei?

e) Se eu somar R$ 135,00 à metade da quantia que Beatriz possui, terei um terço do total de João, que é R$ 628,26. Quantos reais Beatriz possui?

Conhecendo escalas de temperatura

Imagine que um jornal tenha publicado a seguinte notícia:

> **Começou a nevar em Nova Iorque.**
> *A temperatura caiu para 23 °F.*

Beatriz achou que havia algum erro na redação. Como podia nevar com essa temperatura? Rogério lhe explicou que essa temperatura foi medida na *escala Fahrenheit*, que é usada nos Estados Unidos. Ela pode ser relacionada à escala Celsius por meio desta fórmula:

$$F = \frac{9}{5} \times C + 32$$

1. Preencha a tabela:

escala Celsius (°C)	escala Fahrenheit (°F)
	32 °F
100 °C	
	122 °F
–10 °C	

2. Qual é a temperatura mais baixa: 0 °C ou 10 °F?

3. Verifique qual é a temperatura de hoje na cidade de São Paulo e calcule a temperatura correspondente na escala Fahrenheit.

4. Calcule em °C a temperatura correspondente aos 23 °F da notícia.

Fórmulas e resolução de problemas

Você sabe que podemos prever o consumo e o custo da energia elétrica em nossa casa? Para saber quantos kWh de energia elétrica consome um aparelho doméstico, basta aplicar esta fórmula:

consumo (C) $= \dfrac{P.H.D.}{1.000}$

P (potência): mede a taxa de energia que o aparelho consome por unidade de tempo; unidade: Watt (W)

H: número de horas que o aparelho fica ligado em um dia

D: número de dias que o aparelho fica ligado em um mês

C: kWh (quilowatt-hora)

Para saber qual era o consumo mensal do chuveiro elétrico de sua casa, Rogério fez os seguintes cálculos: há quatro pessoas, que levam 5 minutos por dia no banho, e o chuveiro tem uma potência de 4.000 watts.

$$5 \times 4 = 20 \text{ minutos} \left(\frac{1}{3} \text{ de } 1 \text{ hora}\right) = 0{,}333... \cong 0{,}3$$

$$C = \frac{P.H.D.}{1.000} \rightarrow \frac{4.000 \cdot 0{,}3 \cdot 30}{1.000} = 36 \rightarrow C = 36 \text{ kWh}$$

1. O custo da energia é variável, muda em função da região do país. Se a tarifa cobrada atualmente pelo quilowatt-hora for de R$ 0,32, quanto Rogério pagará pelo uso do chuveiro no final do mês? E se forem 6 pessoas na casa e demorando no banho o dobro do tempo, quanto se pagará?

2. Observe a tabela:

Potência de aparelhos eletrodomésticos			
aparelho	**potência (W)**	**aparelho**	**potência (W)**
aparelho de som	20	*freezer*	130
aspirador de pó	100	geladeira 2 portas	130
chuveiro	3.500/4.000	máquina de lavar roupas	500
ferro elétrico	1.000	TV de 20″	90
lâmpada	60	videogame	15

fonte: http://www.eletrobas.gov.br/procel

a) Quantos quilowatts-hora consome uma lâmpada de 100 watts que fica ligada 8 horas por dia durante 30 dias.

b) Se cada quilowatt-hora custa R$ 0,32, quanto se gastará com essa lâmpada?

c) Escolha alguns aparelhos da tabela e calcule, no caderno, quanto eles consomem em um mês e o que isso representa na conta de energia elétrica de uma casa.

Aluguel de carro

Quando se aluga um carro, geralmente há duas partes a pagar: uma que depende do número de dias (d) que se fica com o carro e outra, do número de quilômetros (q) que se roda com ele.

1. Certa locadora oferece as seguintes condições de aluguel:

preço fixo por dia: R$ 30,00

preço por quilômetro rodado: R$ 0,45

custo total = $30 \cdot d + 0{,}45 \cdot q$

a) Calcule quanto custará um aluguel de 5 dias e 595 km rodados.

b) Se uma pessoa pagar R$ 500,00 por 10 dias de aluguel de um carro, quantos quilômetros ela terá rodado?

2. Outra locadora oferece as seguintes condições de aluguel, para o mesmo tipo de carro da atividade 1:

preço fixo por dia: R$ 38,00

preço por quilômetro rodado: R$ 0,40

custo total = $38 \cdot d + 0{,}40 \cdot q$

a) Quanto um cliente pagará nessa locadora pelo aluguel de 5 dias e por 595 quilômetros rodados?

b) Nessas condições, em qual das locadoras é mais vantajoso alugar um carro?

c) Uma pessoa pagou R$ 270,00 pelo aluguel de um carro nessa locadora e o usou durante 4 dias. Quantos quilômetros ela percorreu com esse carro? Se tivesse alugado na primeira locadora, quantos quilômetros ela teria percorrido?

Variação de grandezas

Na Unidade 2, vimos que há grandezas diretamente proporcionais. Agora, vamos conhecer outro tipo de relação entre duas grandezas, acompanhando uma proposta feita a alguns alunos:

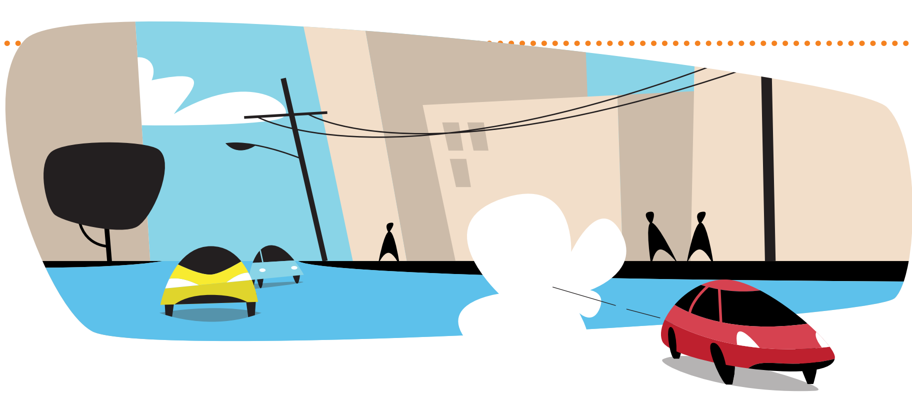
Um automóvel com uma velocidade média de 60 km/h leva 3 horas para percorrer um trecho de uma estrada. Quanto tempo ele levaria para percorrer esse mesmo trecho à velocidade de 120 km/h?

Um aluno respondeu: “Se o automóvel anda com o dobro da velocidade, 120 km/h, ele não levará o dobro do tempo, mas a metade, 1 hora e 30 minutos.”

1. Você concorda com ele? Por quê?

2. Complete o quadro com os dados referentes à velocidade de um carro que percorre a mesma distância:

velocidade (km/h)	60	120	30	20	15
tempo (h)	3	1,5			



3. O que podemos concluir, observando o quadro?

4. Se a velocidade inicial fosse três vezes menor, qual seria o tempo gasto?

Um dos alunos resumiu o que aprendeu ao resolver as atividades 1 a 4:

A velocidade e o tempo gasto para percorrer determinada distância são inversamente proporcionais, pois, quando o valor de uma delas é multiplicado por 2, o valor correspondente da outra é dividido por 2. Quando um deles é dividido por 3, o correspondente é multiplicado por 3, e assim por diante.
O produto entre os valores correspondentes (velocidade e tempo gasto para percorrer determinada distância) é sempre o mesmo.

Resolvendo problemas

1. O anúncio de uma loja mostra a seguinte promoção:

CAMISETA
compre 5 e
pague R$ 16,00 cada

OFERTA
CAMISETA
compre 10 e pague
R$ 14,00 cada

a) O que você observa nos preços? Quando se compra o dobro de camisetas, o valor de cada camiseta passa a ser a metade?

____

b) Nessa situação, as grandezas preço e quantidade são inversamente proporcionais ou não? Por quê?

____

____

2. A tabela abaixo mostra a altura de Carina no dia em que nasceu e nos seus 6 primeiros anos.

Altura relativa a idade							
idade (anos)	0	1	2	3	4	5	6
altura (cm)	50	70	82	91	98	105	110

fonte: www.endocenter.com.br

Podemos dizer que a altura e a idade de Carina são diretamente proporcionais? Por quê?

____

Organizando conhecimentos

1. Em cada tabela, verifique se a relação entre as grandezas é diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não é proporcional. Depois, complete-as.

tabela 1	
grandezas	
A	B
4	12
8	6
12	4
2	

tabela 2	
grandezas	
A	B
4	12
8	16
12	20
2	

tabela 3	
grandezas	
A	B
4	12
8	24
12	36
2	

2. Qual é a razão entre os valores correspondentes das grandezas que são *diretamente proporcionais*? Essa razão é a mesma para todas as linhas da tabela?

3. Leia a frase: *Se duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, então os quocientes entre os valores de uma e os correspondentes valores da outra são constantes, ou seja,* $\frac{y}{x} = k$, *sendo k uma constante.* Ela é verdadeira?

4. Faça o mesmo para a tabela em que as grandezas são inversamente proporcionais. Observe cada linha e verifique se existe alguma regularidade. É possível escrever uma frase análoga à anterior para esse tipo de grandeza? Se sim, escreva-a.

O consumo do carro

O carro do pai de Rogério consumiu 3 litros de combustível para percorrer 26 km. Como o marcador do nível de gasolina está com defeito, ele precisa controlar o consumo para o carro não ficar sem combustível. Quantos litros de combustível são necessários para esse carro percorrer 182 km?

1. Observe como Rogério e Beatriz resolveram o problema acima:

modo de Rogério

Como consumo e distância são grandezas diretamente proporcionais, posso escrever na forma de razão:

$$\frac{26}{3} = k$$

E, para saber o consumo do carro em 182 km, faço:

$$\frac{26}{3} \overset{\times 7}{=} \frac{182}{y}$$

$3 \cdot 7 = 21 \rightarrow y = 21$

modo de Beatriz

distância (km)		consumo (litros)
26	→	3
182	→	y

$$\frac{26}{3} = \frac{182}{y} \rightarrow 26 \cdot y = 3 \cdot 182$$

$$\rightarrow y = \frac{546}{26} \rightarrow y = 21$$

Usei a regra de três: conheço 3 números e preciso descobrir o quarto.

Compare os dois procedimentos e registre suas observações.

Comparando razões

1. Para compreender a resolução de Beatriz na atividade da página anterior, vamos pensar: quando duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais.

Complete o quadro:

	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$a \cdot d$	$b \cdot c$	conclusão
I	$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 6 = 18$	$a \cdot d = b \cdot c$
II	$\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$	$20 \times 3 =$	$15 \times 4 =$	
III	$\frac{26}{182} = \frac{3}{21}$			

Observamos que nos itens I, II e III, $a \cdot d = b \cdot c$. Nesse caso, dizemos que as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais e formam uma proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

2. Verifique se as grandezas da seguinte situação formam uma proporção e justifique sua resposta.

No rótulo de determinada marca de suco, aparece a informação: usar uma parte de suco concentrado para quatro de água. Em outra marca do mesmo suco, aparece: três partes de suco concentrado para doze de água. Podemos dizer que essas misturas têm a mesma concentração de suco? Por quê?

Aplicando a regra de três

Leia os registros de Rogério e de Beatriz para resolver o problema abaixo:

"Uma indústria precisa de 16 funcionários para fazer um certo trabalho em 15 dias. Quantos dias 24 funcionários, nas mesmas condições, levariam para fazer esse trabalho?"

Rogério escreveu:

O número de dias para executar um serviço é inversamente proporcional ao número de funcionários: se o número de funcionários dobrar, o número de dias se reduz à metade; se triplicar, o número de dias cai para um terço etc.

Anotei os valores num quadro:

número de funcionários		número de dias
16	→	15
24	→	x

Dividindo 24 por 16, dá 1,5. Então, o número de funcionários foi multiplicado por 1,5. Assim, para saber o número de dias, divide-se 15 por 1,5. Uma previsão para o trabalho: 10 dias.

Beatriz escreveu:

O número de dias é inversamente proporcional ao número de funcionários, portanto, escrevo a proporção invertendo uma das razões:

$$\frac{16}{24} = \frac{x}{15}$$

E resolvo:

$$24 \cdot x = 16 \cdot 15 \text{ ou } x = \frac{240}{24} \text{ ou } x = 10$$

1. Analise essas anotações e escreva o que você aprendeu sobre resolução de problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

Analise em cada uma das situações se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais e resolva-as pela aplicação da regra de três, quando achar necessário:

2. Quatro impressoras, trabalhando simultaneamente e com velocidades iguais, executam certa tarefa em 12 horas. Em quanto tempo a mesma tarefa seria executada se fossem usadas apenas três impressoras?

3. Com cinco pacotes de chocolate granulado, cobrem-se brigadeiros para 10 pessoas. Quantos pacotes de chocolate granulado são necessários para fazer a mesma cobertura com rendimento para 15 pessoas? E para 40?

Descontos e acréscimos

1. Uma loja está fazendo promoção conforme anúncio abaixo:

O Sr. José está interessado em comprar esse microcomputador, mas não tem todo o dinheiro. Então, a loja lhe faz uma proposta de pagamento em 6 vezes com juros simples de 3% sobre o preço à vista.

a) Qual seria o preço à vista desse microcomputador antes do desconto?

____

b) Caso o Sr. José aceite a proposta da loja, quanto ele pagará por mês?

2. Você já deve ter visto anúncios como este:

a) O que significa pagar em 4 vezes sem juros? ______________________________

____

____

b) Quanto custaria essa geladeira, se fosse paga em 20 prestações?

c) Qual é a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista?

____

____

____

Essa diferença é chamada *juro simples*, que a loja cobra como compensação por emprestar dinheiro ao comprador no parcelamento da compra.

O juro simples mantém o mesmo valor todo mês.

Porcentagem e juros

1. O pai de Rogério aplicou R$ 12.000,00 a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês durante 4 meses. Para saber quanto dinheiro seu pai receberá no fim do período, Rogério montou uma tabela.

mês	quantia começo do mês	juros do mês 1,5 %	quantia no fim do mês
1 º	12.000,00	180,00	12.180,00
2º	12.180,00	180,00	12.360,00
3º			
4º			

Quanto dinheiro terá o pai do Rogério no fim do período?

2. Uma pessoa pediu R$ 5.000,00 emprestados a um amigo, durante cinco meses, pagando uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês.

a) Quanto ela vai pagar de juros por mês?

b) Quanto ela vai pagar de juros no fim do período e quanto vai devolver ao amigo?

3. Joana possui um capital de R$ 6.500,00 e deseja aplicá-lo por um determinado período até conseguir o valor de R$ 11.180,00. Seu contrato com o banco prevê uma taxa simples de 7,2% ao trimestre. Quanto tempo seu dinheiro deve ficar aplicado?

4. No mês passado, todos os funcionários de uma empresa tiveram um reajuste de 20% em seus salários. Nesta semana, mais uma boa notícia: no fim do mês receberão um aumento equivalente a 20% do salário atual.

Ao saber da notícia, João disse ao amigo Pedro: *"Em dois meses o nosso salário aumentou em 40%."*

Pedro discordou do amigo lhe dizendo: *"João, o aumento foi maior que 40%, na verdade foi de 44%."*

a) Como João chegou a 40% de aumento?

b) Imagine que você seja Pedro e mostre a seu amigo por que, de fato, em dois meses os funcionários da empresa receberam um reajuste equivalente a 44% do salário de cada um.

Quanto se paga?

Um supermercado compra seus produtos de atacadistas, em caixas com várias unidades, e vende-os no varejo, por unidade. Veja a tabela abaixo:

caixa com 12 unidades	preço da caixa no atacadista	venda no supermercado por unidade
suco	R$ 29,40	R$ 3,20
leite	R$ 21,68	R$ 2,49
bolacha	R$ 13,44	R$ 1,45
shampoo	R$ 57,48	R$ 5,50

1. Calcule o preço que o supermercado paga ao atacadista por unidade de cada produto.

2. Calcule quanto um cliente paga a mais na compra de uma unidade de cada produto acima.

A diferença entre o preço de venda de um produto ao consumidor e o preço pago por este mesmo produto ao atacadista é o lucro do supermercado.

Observe como Rogério e Beatriz determinaram a porcentagem de lucro do supermercado na venda de uma unidade de suco:

Rogério	Beatriz
$\frac{0,75}{2,45} \cong 0,31$ $0,31 \times 100 = 31\%$	R\$ % 2,45 100 0,75 x $\frac{2,45}{0,75} = \frac{100}{x}$ $2,45 \cdot x = 0,75 \cdot 100$ $x = 0,75 \times \frac{100}{2,45}$ $x \cong 31\%$

3. Quais são as semelhanças e as diferenças entre os procedimentos de Rogério e de Beatriz?

4. Determine a porcentagem de lucro do supermercado na venda de uma unidade dos demais produtos da tabela.

Uma operação financeira

Com o objetivo de reformar a casa onde mora, Andréa pensou em fazer um empréstimo de R$ 5.000,00 a um banco que cobra 2% de juro mensal.

Antes de ir a agência, calculou quanto pagaria ao banco ao final de 5 meses e qual seria o valor de cada prestação mensal.

período	valor do empréstimo	juro	valor do empréstimo + juro
1 mês	5.000,00	100,00	5.100,00
2 meses	5.100,00	100,00	5.200,00
3 meses	5.200,00	100,00	5.300,00
4 meses	5.300,00	100,00	5.400,00
5 meses	5.400,00	100,00	5.500,00

Total devido ao banco: 5.500,00.
Valor de cada prestação: 5.500,00 ÷ 5 = 1.100,00.

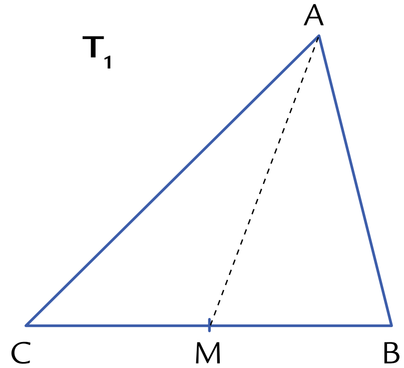
Porém, ao conversar com a gerente da agência, Andréa ficou surpresa ao saber que, se fizesse o empréstimo, a sua dívida, após 5 meses, seria de R$ 5.520,40 e o valor de cada prestação mensal seria de R$ 1.104,08. Diante da reação de Andréa, Márcia apresentou-lhe o quadro abaixo:

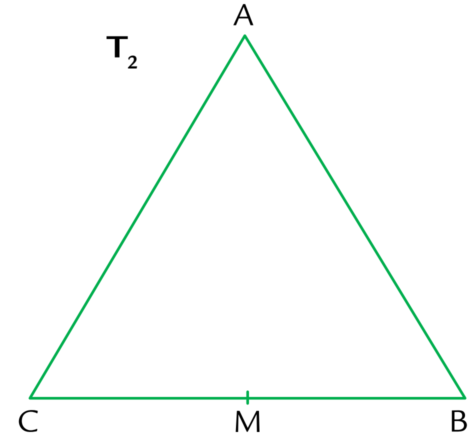
período	valor do empréstimo	juro	valor do empréstimo + juro
1 mês	5.000,00	100,00	5.100,00
2 meses	5.100,00	102,00	5.202,00
3 meses	5.202,00	104,04	5.306,04
4 meses	5.306,04	106,12	5.412,16
5 meses	5.412,16	108,24	5.520,40

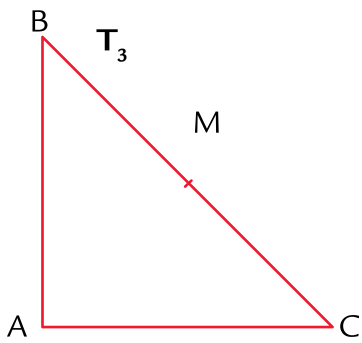
Existe uma diferença entre o modo de calcular o valor total do empréstimo de Andréa e do banco. Qual?

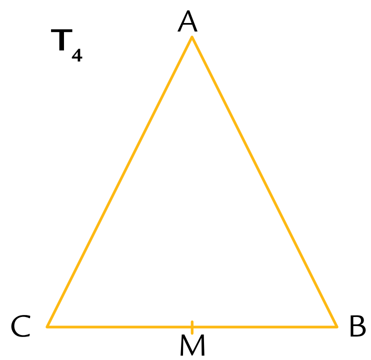
Triângulos e medianas

Veja os seguintes triângulos:









1. Com uma régua trace o segmento AM nos demais triângulos. Depois meça em cada triângulo os segmentos BM e MC e compare seus valores.

2. Complete: O ponto M, que divide o segmento BC em duas partes __________

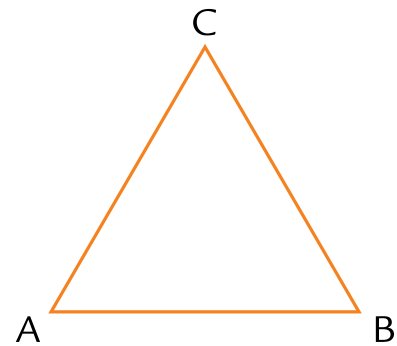
____________________________ , é chamado ponto médio do segmento.

> O segmento AM, que tem uma extremidade no vértice A e outra no ponto médio do segmento BC, é chamado *mediana*.

3. Quantas medianas tem um triângulo? _______________________________________

Trace as outras medianas dos triângulos T_1, T_2, T_3 e T_4.

Medianas e construções



1. Para determinar as medianas de um triângulo com régua e compasso, siga o roteiro e faça as construções no triângulo ao lado:

I. Considere o lado AB.

II. Ponha a ponta seca do compasso no ponto A, com abertura maior que a metade da medida do lado AB, e trace um pequeno arco acima e abaixo desse lado.

III. Faça o mesmo para obter arcos com a ponta seca do compasso no ponto B.

IV. Ligue (com um traço não muito forte) os pontos de intersecção dos arcos, obtendo uma reta que intercepta o lado AB no ponto M. Esse é o ponto médio do lado AB. Apague a reta e trace o segmento CM.

V. Faça o mesmo para obter os pontos P e Q, médios dos lados AC e CB e as medianas BP e AQ.

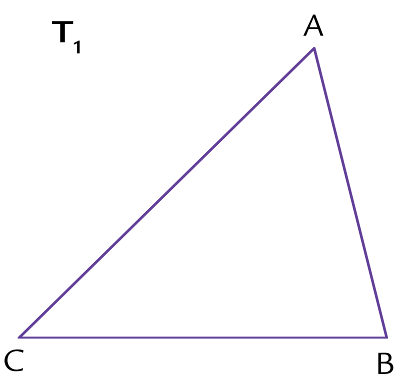
Observe que as medianas se interceptam em um ponto.
Ele é chamado *baricentro*.

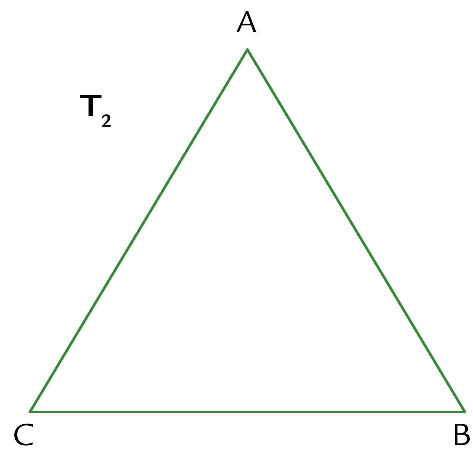
2. O baricentro é o ponto de equilíbrio de um triângulo.
Vamos verificar esta propriedade em um triângulo de papel cartão?

Em uma folha, construa um triângulo, localize seu baricentro e faça um pequeno furo nesse ponto. Passe por ele um pedaço de barbante, prenda o triângulo e suspenda-o no ar. O que acontece com ele?

Propriedades do baricentro

1. Considere os triângulos representados a seguir. Localize os pontos médios D, E e F (respectivamente dos lados BC, AC e AB), as medianas AD, BE e CF e o baricentro G.





Usando uma régua, meça os segmentos dos triângulos indicados no quadro e preencha-o:

triângulo ABC	AG	GD	$\frac{AG}{GD}$	BG	GE	$\frac{BG}{GE}$	CG	GF	$\frac{CG}{GF}$
T_1									
T_2									

2. Observe o quadro e escreva qual é a relação entre as medidas dos pares de segmentos:

a) AG e GD **b)** BG e GE **c)** CG e GF

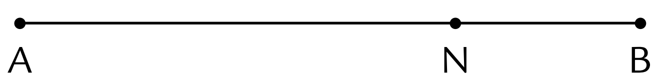
3. O que se pode concluir sobre o baricentro e essas medidas?

____

____

____

4. O baricentro é um ponto que divide cada mediana em dois segmentos de reta cujas medidas estão na razão 2:1.
Sabendo que o segmento AB é mediana e N indica o baricento de um triângulo, quais são, em cada item, as medidas dos segmentos AN e NB?



a) AB = 12,6 cm AN = __________cm e NB = __________cm

b) AB = 7,8 cm AN = __________cm e NB = __________cm

c) AB = 9,3 cm AN = __________cm e NB = __________cm

d) AB = 3,6 cm AN = __________cm e NB = __________cm

e) AB = 10,2 cm AN = __________cm e NB = __________cm

f) AB = 5,7 cm AN = __________cm e NB = __________cm

Por quê?

____

____

____

____

Agora, é com você

Resolva as seguintes situações:

1. Na compra à vista, a loja Bom Preço oferece 15% de desconto sobre o preço de um aparelho que custa R$ 1.200,00. Quanto custará esse aparelho com desconto?

2. Na loja Leve Já, o mesmo aparelho custa R$ 900,00 e, na compra a prazo, o preço final inclui um acréscimo de 15% do preço inicial. Qual será o preço final desse aparelho, na compra a prazo? Compare-o com o preço à vista da loja Bom Preço.

3. Uma indústria transforma 100 kg de trigo em 70 kg de farinha e recebeu um pedido para fabricar 1.725 kg de farinha.

a) Quantos kg de trigo serão necessários para atender a esse pedido?

b) Sabendo que a produção diária dessa indústria é de 150 kg de farinha de trigo, quantos dias ela levará para atender esse pedido?

4. Uma empresa precisa construir um galpão de 500 m^2 para armazenar um produto. Sabe-se que quatro operários constroem 50 m^2 desse galpão em uma semana.

a) Quanto tempo levaria para construir esse galpão com esse número de operários?

b) Como a época de chuvas está chegando, o responsável pela obra deve agilizá-la ao máximo. Quantos operários precisaria haver para construir esse galpão em um mês, no mesmo ritmo de trabalho dos operários?

5. Três irmãos ganham mesadas diferentes, em função de sua idade. O mais velho recebe o dobro do mais novo, e o do meio recebe R$ 25,00 a menos que o mais velho. Sabendo que o total das mesadas é R$ 300,00, quanto recebe cada um?

6. Resolva as seguintes equações:

a) $2(x + 1) - 3(x - 1) = \frac{x}{2}$

b) $\frac{t - 1}{2} = \frac{t + 1}{3}$

7. Escreva uma situação-problema que seja resolvida por uma dessas duas equações.

Unidade 5

Nesta Unidade, você vai explorar diversos conceitos do tema espaço e forma e articulá-los com os temas grandezas e medidas e álgebra. Deverá calcular o número de diagonais de um polígono, relacionar as operações aritméticas com as operações algébricas e trabalhar com os chamados produtos notáveis.

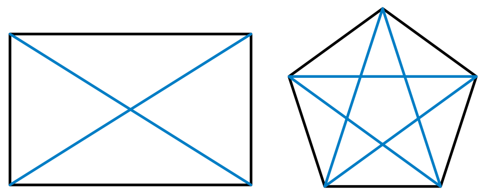
Você já ouviu frases como estas?

- Atravessei a rua em diagonal.
- A movimentação dos "bispos" no jogo de xadrez é sempre na diagonal.
- O segmento que une dois vértices opostos de um polígono é chamada de diagonal do polígono.

Existe relação entre o sentido da palavra "diagonal" usado na linguagem comum e o significado atribuído a ela quando relacionada a um polígono? Qual?

Polígonos e diagonais

1. Considere os seguintes polígonos e os segmentos traçados em azul:

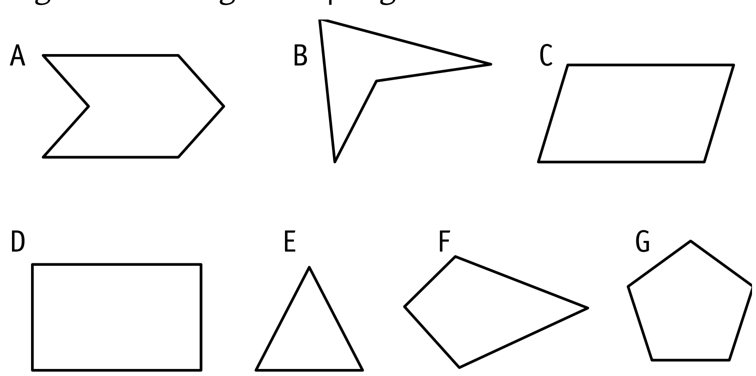


Retomando as frases da página anterior, podemos dizer que esses segmentos são chamados de *diagonais* do polígono? Por quê?

____

____

2. Trace as diagonais dos seguintes polígonos:



a) Quantas diagonais tem um triângulo? ____________________

b) Quantas são as diagonais de um quadrilátero? ____________________

c) Qual o menor número de diagonais de um polígono? ____________________

d) Como determinar o número de diagonais de qualquer polígono? Escreva suas hipóteses no espaço abaixo.

____

____

Análise de regularidades

Preencha o quadro abaixo com base na atividade anterior.

	Número de lados	Número de diagonais em um vértice	Total de diagonais do polígono
Triângulo			
Quadrilátero			
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octógono			

a) O que existe em comum na segunda e na terceira colunas desse quadro?

____

b) Se um polígono tivesse 20 lados, qual seria o número de diagonais em um vértice? ______________________

c) E se o polígono tivesse **n** lados? Escreva uma expressão algébrica que represente o número de diagonais com origem em cada vértice de um polígono de **n** lados. ______________________

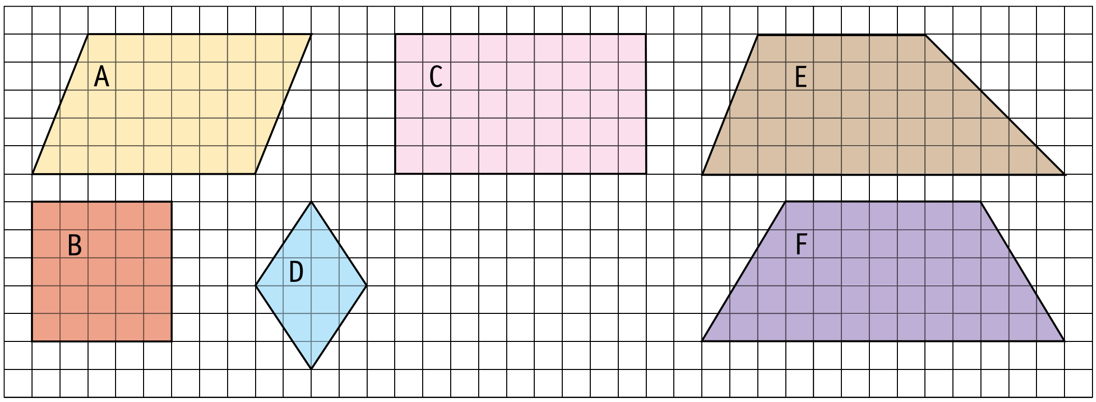
d) E para calcular o total de diagonais do polígono? Basta multiplicar o total de diagonais com origem em cada vértice pelo número de lados do polígono? Por quê? ______________________

____

e) Observe a quarta coluna preenchida e escreva genericamente uma sentença que relacione o total **d** de diagonais de um polígono e o número **n** de lados desse polígono.

Estudo dos quadriláteros

Observe os quadriláteros desenhados na malha quadriculada:



1. Identifique na malha os quadriláteros que têm:

a) os quatro ângulos retos. ______________________

b) os quatro lados de mesma medida. ______________________

c) os quatro ângulos retos e os quatro lados de mesma medida. __________

d) os quatro ângulos retos e os lados de mesma medida dois a dois. __________

e) os lados opostos paralelos. ______________________

f) os lados opostos com mesma medida. ______________________

g) os ângulos opostos de mesma medida. ______________________

h) dois lados paralelos e os outros dois lados não paralelos. __________

2. Os quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos são chamados de *paralelogramos*.
Observando as respostas da atividade 1, quais quadriláteros são paralelogramos?

____

3. Os quadriláteros que possuem 4 ângulos retos são chamados de *retângulos*. Escreva quais quadriláteros apresentados na atividade 1são retângulos.

---

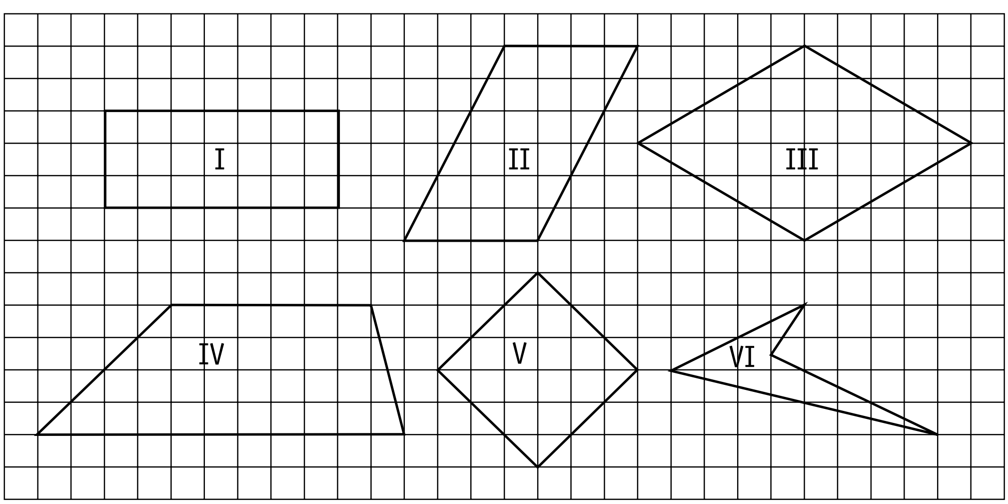
4. Os quadriláteros que possuem os quatro lados de mesma medida são chamados *losangos*.
Quais losangos estão presentes na atividade 1?

---

5. Os quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados *trapézios*.
Quais são os trapézios que limitam as regiões da atividade 1?

---

6. Observe os quadriláteros:

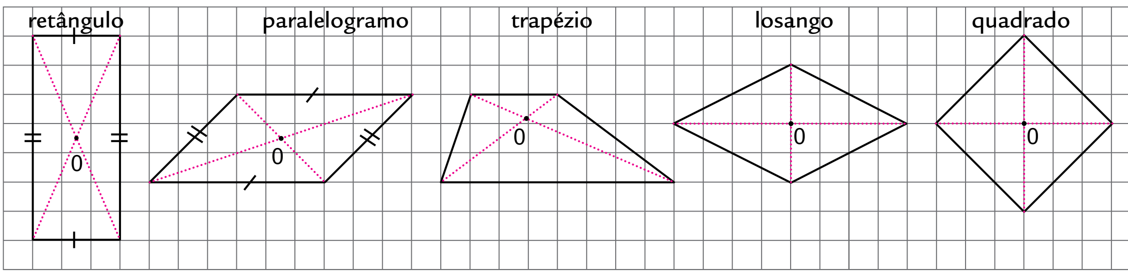


Classifique cada afirmação como verdadeira (V) ou falsa (F):

☐ **a)** I é quadrado
☐ **b)** III é quadrado
☐ **c)** II é paralelogramo
☐ **d)** V é losango
☐ **e)** III é losango
☐ **f)** V é paralelogramo
☐ **g)** III é paralelogramo
☐ **h)** V é retângulo
☐ **i)** IV é trapézio
☐ **j)** VI é quadrilátero

Quadriláteros e diagonais

Observando os quadriláteros e suas diagonais, preencha o quadro a seguir.



Diagonais	Quadrado	Retângulo	Paralelogramo	Losango	Trapézio
Cortam-se ao meio					
Têm a mesma medida					
São perpendiculares					
Formam triângulos congruentes dois a dois					
Formam quatro triângulos congruentes					

a) Quais propriedades são comuns ao quadrado e ao losango?

b) Escreva outras relações que você identifica nesse quadro.

Aplicação de conceitos

Desenhe na malha quadriculada:

a) Um quadrilátero de modo que as duas diagonais se cruzem no ponto médio de ambas, sejam perpendiculares e tenham a mesma medida.

b) Um quadrilátero de modo que as duas diagonais se cruzem no ponto médio de ambas e sejam perpendiculares, mas tenham medidas diferentes.

c) Um quadrilátero de modo que as diagonais tenham medidas diferentes, interceptem-se no ponto médio de ambas e não sejam perpendiculares.

A arte e os polígonos

Observe algumas obras do pintor brasileiro Cândido Portinari.

JOÃO CÂNDIDO PORTINARI/PROJETO PORTINARI

Meninos soltando pipas, 1947 (óleo sobre tela, 60,5 × 73,5 cm. Coleção particular, Ribeirão Preto, SP).

JOÃO CÂNDIDO PORTINARI/PROJETO PORTINARI

Meninos soltando pipas, *c.*1943 (guache sobre papel, 16 × 11,5 cm – aproximadas. Coleção particular, Rio de Janeiro, RJ).

JOÃO CÂNDIDO PORTINARI/PROJETO PORTINARI

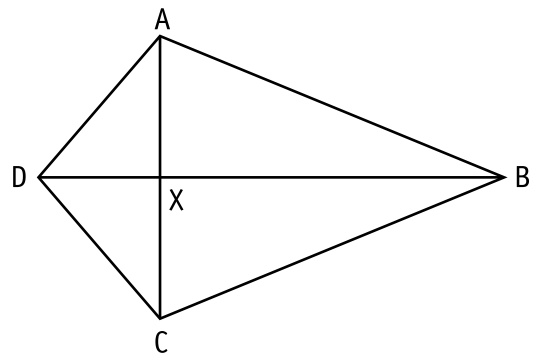
Meninos soltando pipas, 1959 (óleo sobre madeira, 156 × 105 cm. Coleção particular, Rio de Janeiro, RJ).

JOÃO CÂNDIDO PORTINARI/PROJETO PORTINARI

Meninos soltando pipas, 1952 (guache sobre papel, 14 × 15,5 cm. Carbonífera Metropolitana de Santa Catarina, Florianópolis, SC).

1. Repare no formato das pipas. Qual forma geométrica elas representam?

2. Considere o desenho de uma pipa:



Verifique se:

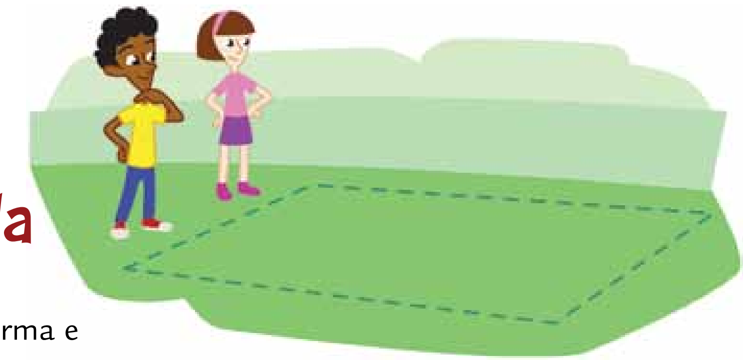
a) os lados AB e BC possuem as mesmas medidas. ______________________

b) a diagonal AC é perpendicular à diagonal BD. ______________________

c) existe um eixo de simetria na pipa. Indique qual é. ______________________

Se isso ocorre, como é chamada a figura? ______________________

3. Desenhe a pipa que Portinari utilizou no segundo quadro. O que representam os desenhos das varetas que aparecem?

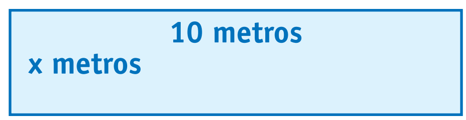


A reforma da escola

Uma escola de São Paulo está em reforma e alunos e professores do 8º ano organizaram o projeto paisagístico.

Gustavo e Ana foram encarregados de planejar o jardim da entrada da escola. O espaço é retangular, com 10 metros de comprimento e largura ainda indefinida.

Veja o esquema com a expressão que representa a área do jardim, feito pelos alunos.



$A = 10 \cdot x$

Ao observarem o espaço, os professores sugeriram que o jardim tivesse mais 6 metros de comprimento.

Observe o novo desenho:

Veja os registros dos alunos:

GUSTAVO

Área do 1º espaço: $10 \cdot x$

Área do 2º espaço: $6 \cdot x$

Área total: $10 \cdot x + 6 \cdot x$

ANA

Comprimento da região retangular: 10 m + 6 m

Área total:
$(10 + 6) \cdot x = 16 \cdot x$

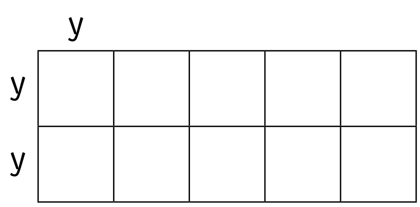
1. Podemos escrever: $(10 + 6) \cdot x = 10 \cdot x + 6 \cdot x = 16 \cdot x$? Por quê?

2. Os dois alunos foram informados que a área total desse espaço deveria ter no mínimo 56 m^2 e no máximo 72 m^2. Sendo assim, quais as possíveis medidas para sua largura?

Continuação do planejamento da reforma

Outra dupla de alunos, Bia e Pedro, ficou encarregada de planejar o paisagismo no espaço lateral da escola. Decidiram que o jardim deveria ter flores de diferentes tipos, plantadas em regiões quadrangulares.

Sem saber as medidas reais do espaço, fizeram o desenho:



Veja como ficaram os registros:

BIA

Área da 1ª região quadrangular: y^2

Área total: $10 \cdot y^2$

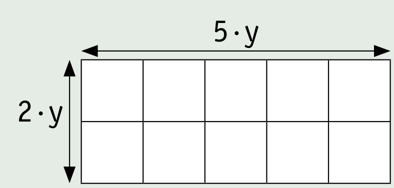
y^2	y^2	y^2	y^2	y^2
y^2	y^2	y^2	y^2	y^2

PEDRO

Largura total: $2 \cdot y$

Comprimento total: $5 \cdot y$

Área total: $5 \cdot y \cdot 2 \cdot y = 10 \cdot y^2$



1. Quais são as diferenças nos procedimentos de cálculo?

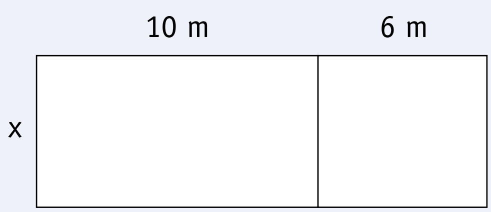
2. A área do jardim lateral não poderá ultrapassar 62,5 m^2 e deverá ter no mínimo 22,5 m^2. Quais as medidas possíveis para cada região quadrangular que vai compor esse jardim?

Cálculo do perímetro

Os dois espaços, da frente e da lateral da escola, serão cercados para a proteção das mudas após seu plantio e, para isso, os alunos calcularam o perímetro de cada espaço. Observe:

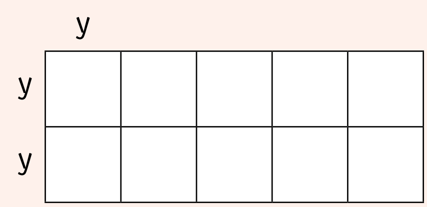
ANA e GUSTAVO

$P = 2 \cdot (10 + 6) + 2 \cdot x = 32 + 2 \cdot x$



BIA e PEDRO

$P = 2 \cdot 5 \cdot y + 2 \cdot 2 \cdot y = 14 \cdot y$

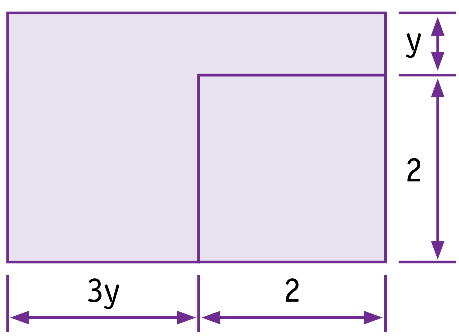


Com base em suas respostas a respeito das medidas das duas regiões, calculadas na atividade 2 das páginas 142 e 143, determine os valores possíveis para o perímetro de cada jardim.

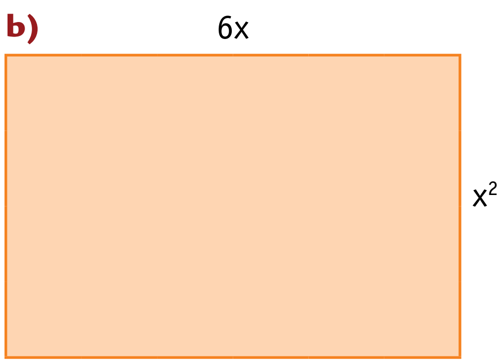
Exercícios

1. Determine, por meio de expressões algébricas, a área (A) e o perímetro (P) de cada uma das superfícies retangulares representadas abaixo. Em seguida, calcule o valor numérico de cada uma das expressões para $x = 4$ cm e $y = 3{,}5$ cm.

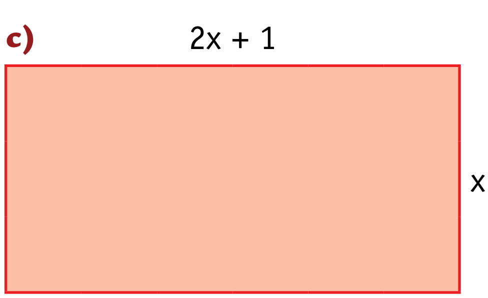
a)



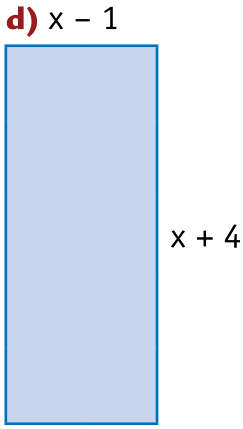
b)



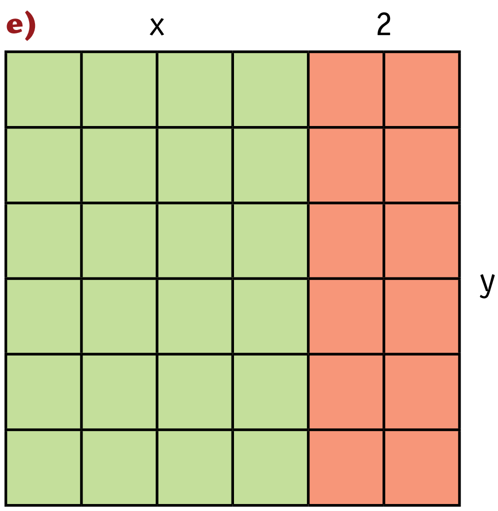
c)



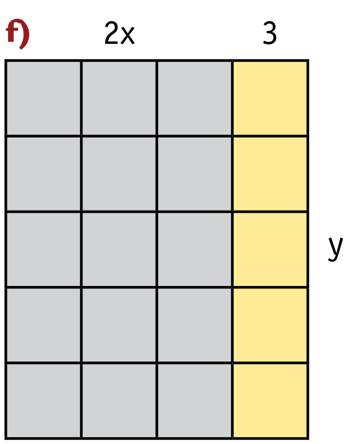
d)



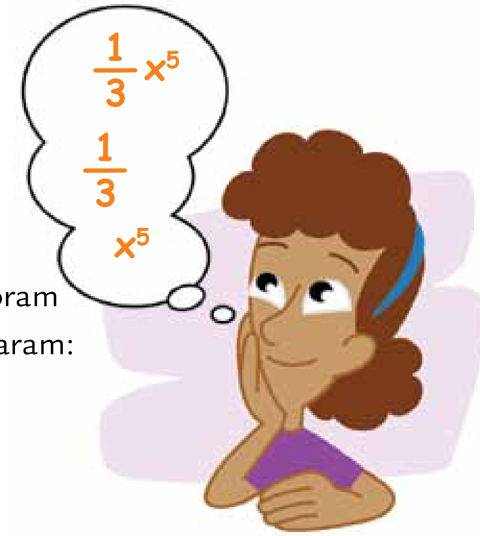
e)



f)



Monômios e polinômios



I) Após a realização dessas atividades, os alunos foram pesquisar sobre a linguagem algébrica e encontraram:

- *monômios*: x; $-3x^5$; xy; $\frac{1}{2}x^2$
- *binômios*: $6x + 2$; $x^2 - 1$; $3x + 2y$; $a - b$
- *trinômios*: $x^2 - 2x - 1$; $x^2 + 3x - 4$; $b^2 + 4ac - c^2$

II)

Monômios semelhantes	Coeficientes	Parte literal
$4xy$; $-6xy$; $\frac{1}{3}xy$	4; -6; $\frac{1}{3}$	xy
$2x^3$; $8{,}07x^3$	2; $8{,}07$	x^3
$6ab^2c^3$; $0{,}5ab^2c^3$	6; $0{,}5$	ab^2c^3

1. Observe os pares de monômios e assinale quais são semelhantes:

☐ a) $10x^2$ e $10x^3$

☐ b) $5y$ e $-5y$

☐ c) $3ab^2$ e $3a^2b$

☐ d) $6xyz^2$ e $8xyz^2$

☐ e) $0{,}2ab$ e $\frac{1}{3} \cdot ba$

☐ f) $4{,}5x^2yz$ e $4{,}5xy^2z$

2. Escreva exemplos de:

a) dois monômios semelhantes cujos coeficientes são números opostos.

___

b) dois monômios semelhantes cujos coeficientes são números inversos.

___

c) dois monômios semelhantes a $5ax^2$.

___

3. Observe os cálculos feitos pelos alunos:

$$10 \cdot x + 6 \cdot x = 16 \cdot x \quad \text{e} \quad 5 \cdot x \cdot 2 \cdot x = 10x^2$$

a) Quais procedimentos foram usados? Converse com seu colega e escreva as “regras” para adicionar ou multiplicar monômios semelhantes.

____

____

b) E para subtrair ou dividir monômios semelhantes, como fazer? Escreva suas hipóteses.

____

____

____

4. Efetue as adições e subtrações de monômios semelhantes:

a) $8x^3 + 4x^3 - 2x^3 =$	**d)** $3a^2b^2 - 4a^2b^2 =$	**g)** $x^2y + x^2y =$
b) $17ab - 6ab =$	**e)** $\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x^2 =$	**h)** $3x + 6x - x =$
c) $4{,}5y + 2{,}3y =$	**f)** $\frac{4}{5}xy - \frac{1}{3}xy =$	**i)** $\frac{x^2}{6} - \frac{2x^2}{9} + x^2 =$

5. Efetue as seguintes operações:

a) $(7x^5) \cdot (-3x^2) =$ ______

b) $(-9x^2y) \cdot (-2xy^2) =$ ______

c) $\dfrac{2xy^2}{3} \cdot \dfrac{x^2y}{4} =$ ______

d) $(3{,}2x^3) \cdot (0{,}7x^3) =$ ______

e) $\dfrac{4x}{5} \cdot \dfrac{y}{3} =$ ______

f) $\dfrac{5am^2}{6} \cdot \dfrac{8a^2mn}{15} =$ ______

6. Efetue as potenciações de monômios:

a) $(-3x^2y)^4 =$ ______

b) $(2a^2b)^5 =$ ______

c) $\left(\dfrac{3x^3}{5}\right)^2 =$ ______

d) $\left(\dfrac{x}{2}\right)^3 =$ ______

7. Efetue as seguintes divisões, considerando o divisor não nulo:

a) $(35x^2) \div (5x^2) =$ ______

b) $m^5 \div m^2 =$ ______

c) $\dfrac{30x^3}{5x^3} =$ ______

d) $(10a^2bc^3) \div (4a^2b^2c^2) =$ ______

8. (Saresp, 2008) Considere os polinômios $p = 3x^2 + 2x + 3$ e $q = 4x - 3$.
O valor numérico do polinômio $p - q$ para $x = 1$ é:

☐ a) 4 ☐ b) 5 ☐ c) 6 ☐ d) 7

Números e polinômios

Foi feito o seguinte questionamento para os alunos do 8º ano.

1. É possível adicionar ou subtrair polinômios usando como referência os algoritmos das operações com números?

a) Veja os registros de Bia e Pedro para resolver a questão.

Escolhemos o exemplo: 4.325 + 5.261

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 2\ 5 \\ +\ 5\ 2\ 6\ 1 \\ \hline 9\ 5\ 8\ 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5 \\ +\ \ 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 1 \\ \hline 9 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 6 \end{array}$$

Para dois polinômios fica assim, então:

$$\begin{array}{r} 4y^3 + 3y^2 + 2y + 5 \\ +\ \ 5y^3 + 2y^2 + 6y + 1 \\ \hline 9y^3 + 5y^2 + 8y + 6 \end{array}$$

b) Bia e Pedro atenderam à proposta? Qual a relação entre os procedimentos numéricos e algébricos presentes nesse registro?

c) Use essa estratégia e calcule as seguintes adições entre os polinômios A e B:

$A = 7x^5 + 8x^3 + 2x^2 + 6$ e $B = 3x^3 + 2x^2 + 10$

Polinômios e subtração

1. Como calcular a subtração de polinômios?
Observe como Bia escreveu:

Como calcular $(8x^3 + 5x^2 + 2x + 7)-(5x^3 + 2x^2 + 2x - 3)$?

É a mesma coisa que: $(8x^3 + 5x^2 + 2x + 7)+(-5x^3 - 2x^2 - 2x + 3)$.

a) Por que Bia afirmou que é a "mesma coisa"?
Que propriedades das operações estão por trás dessa afirmação?

b) Efetue os cálculos de Bia, usando o algoritmo da adição:

2. Aplique o mesmo procedimento e calcule:

a) $(10x^6 + 5x^5 + 3x^3 - 4x^2 - 2) - (-3x^6 + 2{,}5x^5 - x^3 + 3x - 12) =$

b) $(8y^4 + 9y^2 - 12y + 4) - (-8y^4 - y^2 + 12y - 4) =$

c) $(3{,}5m^7 - 2m^4 + 3m^3 + 21) - (3{,}5m^7 - 2m^4 + 3m^3 - 21) =$

Multiplicação entre polinômios

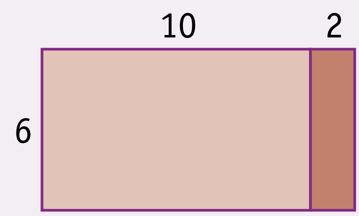
É possível calcular $a \cdot (b + c)$ usando como referência o algoritmo da multiplicação e a noção de área.

1. Veja os registros de Gustavo e de Ana, que escolheram como exemplo $6 \cdot (10 + 2)$ para estabelecer relação com $a \cdot (b + c)$.

ALGORITMO

$$\begin{array}{r} 10 + 2 \\ \times\ 6 \\ \hline 60 + 12 = 72 \end{array}$$

ÁREA



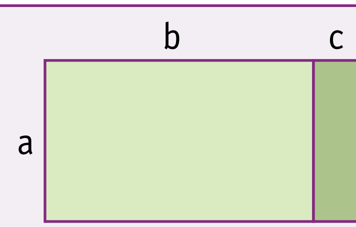
$6 \cdot (10 + 2) = 6 \cdot 10 + 6 \cdot 2 = 72$

2. Agora, veja como determinaram $a \cdot (b + c)$:

ALGORITMO

$$\begin{array}{r} b + c \\ \times\ a \\ \hline a \cdot b + a \cdot c \end{array}$$

ÁREA



$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

3. Use os dois procedimentos para calcular $y \cdot (y + 3)$.

ALGORITMO

ÁREA

Novos produtos

1. Como calcular $(y + 5) \cdot (y + 6)$?

a) Para relacionar esse cálculo com a multiplicação, Gustavo e Ana escolheram este exemplo: $(10 + 2) \cdot (10 + 4) = 12 \cdot 14$

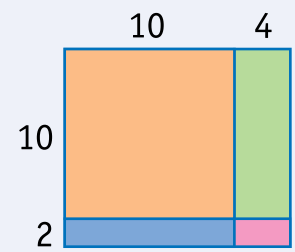
ALGORITMO

$$\begin{array}{rr} & 10 + 4 \\ \times & 10 + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$100 + 40 + 20 + 8 =$$

$$168$$

ÁREA



$(10 + 2) \cdot (10 + 4) =$

$10 \cdot 10 + 10 \cdot 4 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 =$

168

b) E o cálculo de $(y + 5) \cdot (y + 6)$ ficou assim:

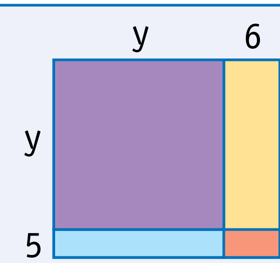
ALGORITMO

$$\begin{array}{rr} & y + 6 \\ \times & y + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$y^2 + 6y + 5y + 30 =$$

$$y^2 + 11y + 30$$

ÁREA



$(y + 5) \cdot (y + 6) =$

$y^2 + y \cdot 6 + 5 \cdot y + 30 =$

$y^2 + 11 \cdot y + 30$

2. Observando os procedimentos dos amigos, Bia e Pedro disseram:

"Quando vocês somam as áreas das partes da superfície retangular para calcular a área total, é como se estivessem usando uma propriedade das operações. Sabem qual é?"

A qual propriedade Bia e Pedro se referem? Por quê?

Para exercitar

Efetue as seguintes multiplicações utilizando os procedimentos de Ana e Gustavo, que relacionam o cálculo algébrico com áreas de regiões retangulares:

a) $(t + 2) \cdot (t + 3)$

b) $(2x + 3) \cdot (5x + 2)$

c) $(x + y) \cdot (x + y)$

d) $(a + b) \cdot (a + b)$

e) $(x + 3) \cdot (x + 3)$

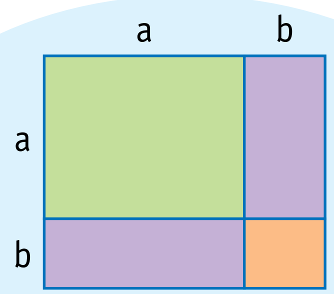
Aplicação de propriedades

Efetue as multiplicações, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

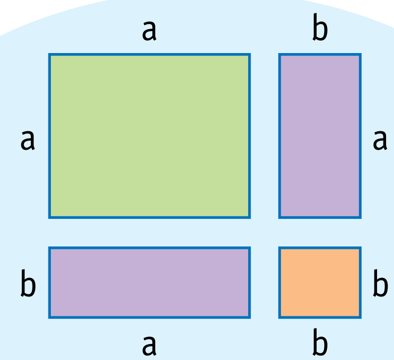
a) $(a + 1)(a + 2) =$	**b)** $(3a - b)(3a + b) =$
c) $(x + 3)(x + 4) =$	**d)** $(4 + y)(y - 1) =$
e) $(x + 6)(x - 6) =$	**f)** $(a + 6)(3a - 2) =$
g) $(a + b)(a + b) =$	**h)** $(x + 3)(x + 3) =$

Produtos e áreas

Os alunos Bia e Pedro, observando os dois últimos itens da atividade anterior, perceberam algumas regularidades. Resolveram pesquisar, explorando as representações geométricas. Observe:



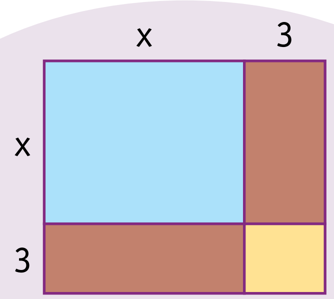
$A = (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2$



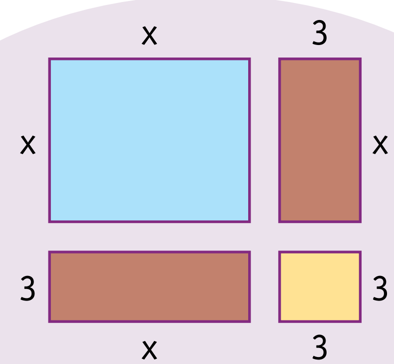
$A_{total} = a^2 + b \cdot a + a \cdot b + b^2$

$A_{total} = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$$\mathbf{A_{total} = (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2}$$



$A = (x + 3) \cdot (x + 3) = (x + 3)^2$



$A_{total} = x^2 + 3 \cdot x + x \cdot 3 + 3^2$

$A_{total} = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2$

$$\mathbf{A_{total} = (x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2}$$

Qual é a regularidade existente entre os dois casos?

O quadrado de uma soma

1. Complete o quadro abaixo:

a	b	$a + b$	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
3	2			
– 6	4			
5	7			

Compare os resultados das duas últimas colunas para cada uma das linhas. O que acontece com eles?

2. Use a regularidade observada nas atividades anteriores e calcule o resultado de cada expressão. Para conferir, utilize a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

a) $(a + 5)^2 =$

c) $(y + 10)^2 =$

b) $(3x + 4)^2 =$

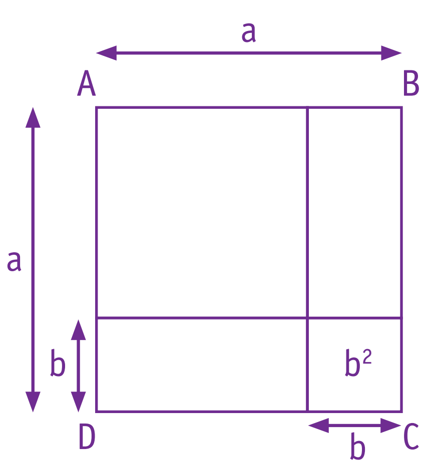
d) $(5x + 7)\ (5x + 7) =$

3. Escreva uma "regra" para calcular o quadrado da soma de dois termos.

O quadrado de uma diferença

Após a discussão das atividades anteriores, foi proposto um novo desafio para Bia e Pedro: calcular $(a - b)^2$.

1. Bia decidiu usar a ideia de área de uma figura plana. Observe:

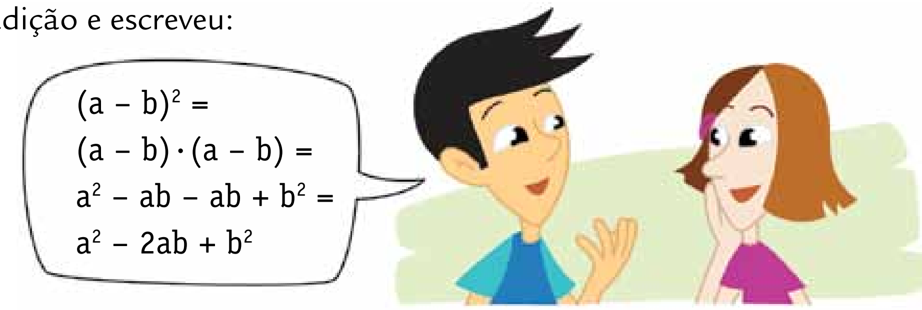


a) Pinte na figura acima a região limitada pelo quadrado de lado $(a - b)$.

b) Desenhe em uma folha em branco uma região quadrada de lado **a**, reproduza o desenho de Bia e por meio de recortes identifique a relação entre as áreas das regiões quadradas de lado $(a - b)$ e de lado **a**. Descreva no espaço a seguir como determinar a área desse quadrado, usando o quadrado maior ABCD.

c) Escreva a expressão algébrica que representa o resultado encontrado por Bia.

2. Pedro escolheu a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e escreveu:



3. Os resultados são iguais? Por quê?

4. Efetue os cálculos e complete este outro quadro:

Cálculo	Resultado
$(x - y)^2$	
$(x - 4)^2$	
$(t - 3)^2$	
$(2y - 1)^2$	

5. Escreva uma "regra" para calcular o quadrado da diferença de dois termos.

6. Escreva uma "regra" para as multiplicações envolvendo o produto da soma pela diferença de dois termos.

Produtos notáveis

1. Você sabia que as seguintes multiplicações:

- $(a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

são chamadas **produtos notáveis**? Por que recebem esse nome?

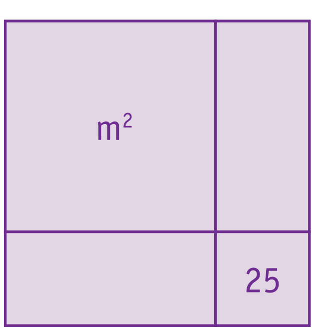
Escreva sua opinião: ______________________________

____

2. Aplique esses resultados e calcule:

a) $(x + 7) \cdot (x - 7) =$	**d)** $(u + v) \cdot (u - v) =$
b) $(x + 7)^2 =$	**e)** $(4x - 6)^2 =$
c) $(x - 7)^2 =$	**f)** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 =$

3. Considere a região quadrada, cuja área é dada pela expressão: $m^2 + 10m + 25$.



Observando a figura, escreva quanto mede o lado dessa região.

Agora, é com você

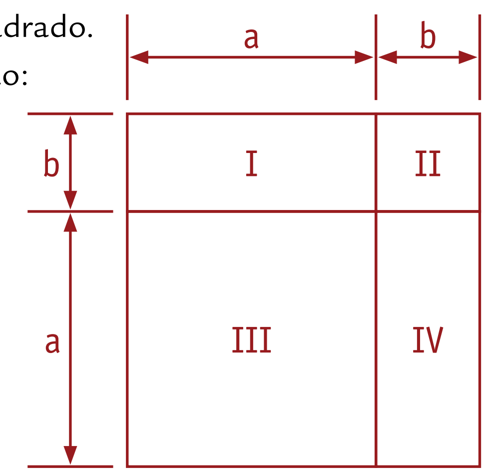
1. Complete o quadro:

Operação	Resultado
$x^3 + 3 \cdot x^3 - x^3$	
$x^2 - (3 \cdot x^2 - 2x^2)$	
$-x^2 - (x^2 + 3x^2)$	
$(3x + 2) \cdot (x + 1)$	

Operação	Resultado
$(-x^2) \cdot (-5 \cdot x)$	
$(-x^2) \cdot (3 \cdot x^3)$	
$\left(-\frac{3}{4}x^2\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}x^2\right)$	
$\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)$	

2. (Saresp, 2008) A figura ao lado é um quadrado. A área do quadrado é dada pela expressão:

$$A = a^2 + 2ab + b^2$$

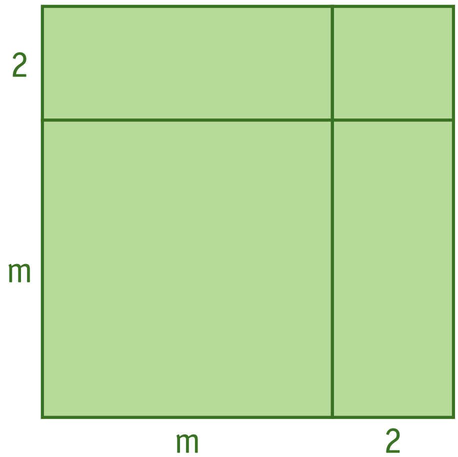


Nessa expressão, a área correspondente ao termo 2ab é dada pela:

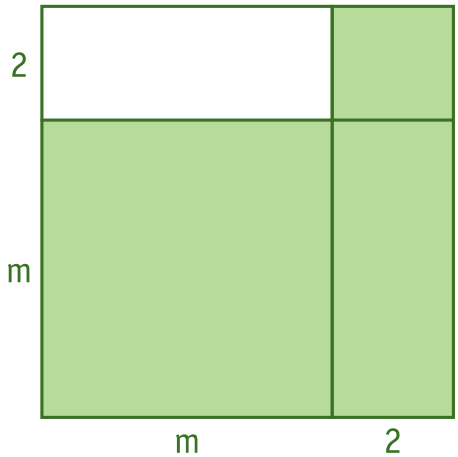
- [ ] a) área do quadrado III.
- [ ] b) soma das áreas dos quadrados II e III.
- [ ] c) soma das áreas dos retângulos I e IV.
- [ ] d) soma das áreas do retângulo IV e do quadrado III.

3. (Saresp, 2008) Qual das figuras abaixo, em relação à área pintada, representa a expressão algébrica $(m + 2)^2$?

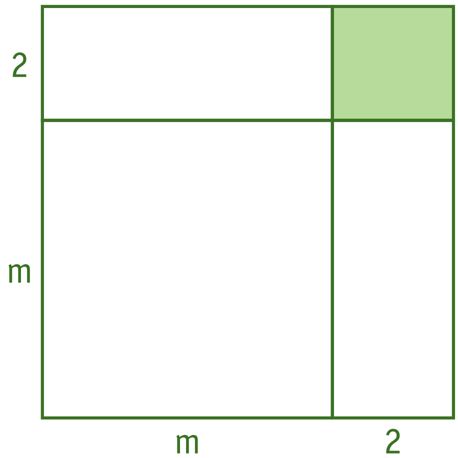
☐ a)



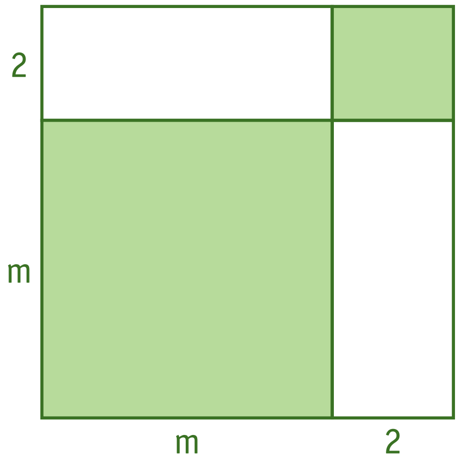
☐ b)



☐ c)



☐ d)



4. Verifique quais das afirmações são corretas.

☐ a) Se as diagonais de um quadrilátero têm a mesma medida, então o quadrilátero é necessariamente um retângulo.

☐ b) Em todo paralelogramo, as diagonais se cortam em seus pontos médios.

☐ c) Se um paralelogramo não é um retângulo, então suas diagonais não têm a mesma medida.

☐ d) Em todo losango, as diagonais se cruzam no meio, mas não necessariamente com a mesma medida.

UNIDADE 6

Nesta Unidade, abordaremos ideias referentes à resolução de problemas por meio de sistemas de equações, além de explorar situações de cálculo de áreas de figuras planas e aprofundar conceitos de simetria e transformação.

Você sabia?

O Brasil abriga em seu território uma rica sociodiversidade nativa, representada pela existência de 218 povos indígenas espalhados em milhares de aldeias por todo o país, falando 180 línguas e dialetos nativos.

Fonte: Ministério da Educação. *O governo brasileiro e a educação escolar indígena*, abril 2002.

Muitas são as contribuições decorrentes da riqueza de diversidade étnica, propiciando trocas e aprendizado recíproco entre os diversos segmentos que compõem nosso país. Algumas contribuições estão ligadas à estética e à beleza das formas. Observe as figuras:

DORIVAL MOREIRA/PULSAR IMAGENS

Podemos identificar algumas ideias matemáticas nessas "obras de arte"?

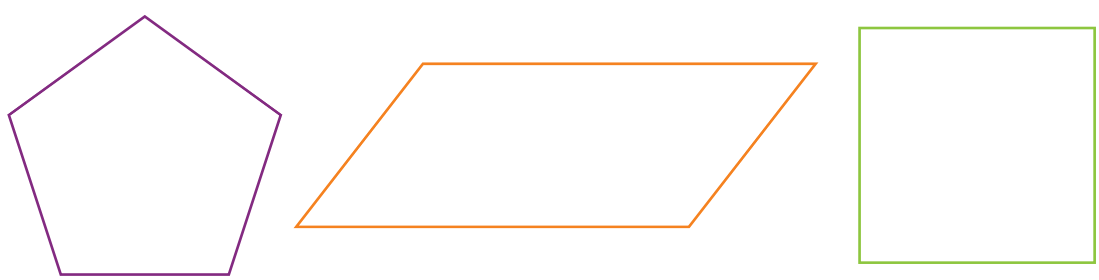
Novos conhecimentos sobre simetria

1. Alguns alunos de 8º ano, quando questionados sobre quais ideias matemáticas estavam presentes nesses objetos produzidos por comunidades indígenas, responderam: “simetria”, “reflexão”, “translação".

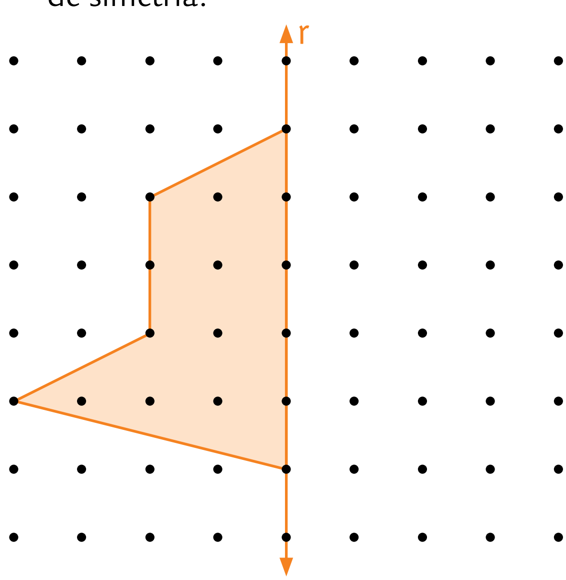
2. Escreva no espaço abaixo o que você conhece sobre essas ideias.

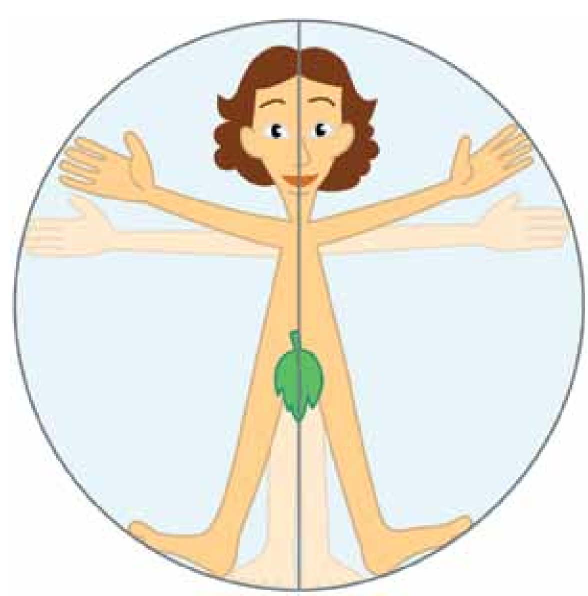
---

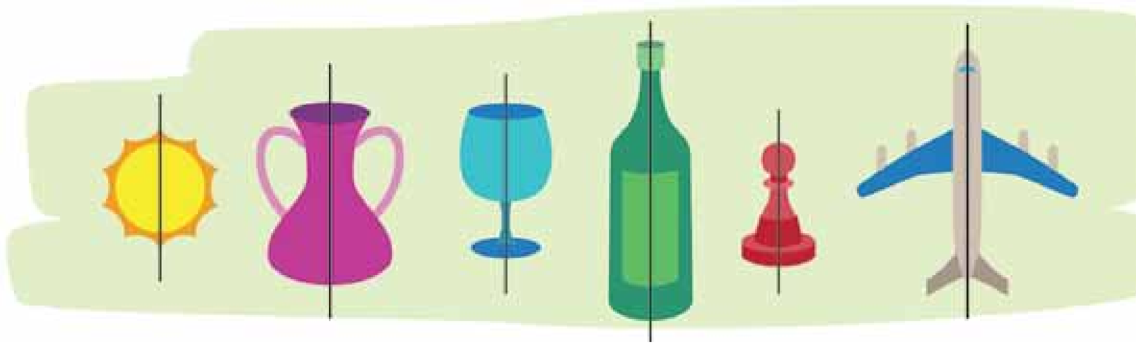
3. Vamos ampliar os conhecimentos sobre esses conceitos. Assinale as figuras simétricas e localize um eixo de simetria em cada figura simétrica.



4. Observe a figura abaixo. Complete-a, sabendo que a reta **r** é seu eixo de simetria.

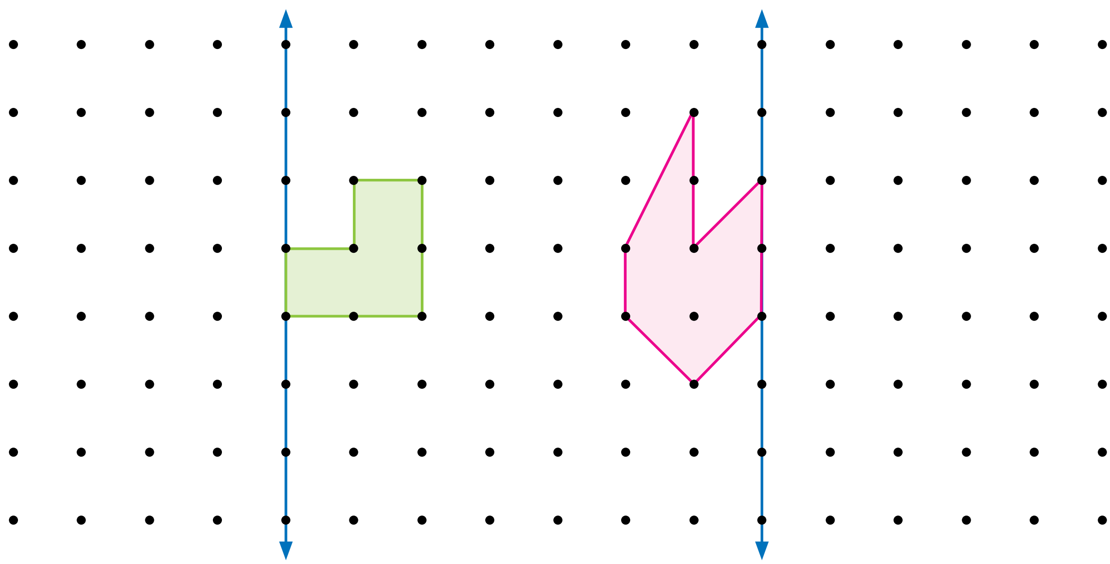




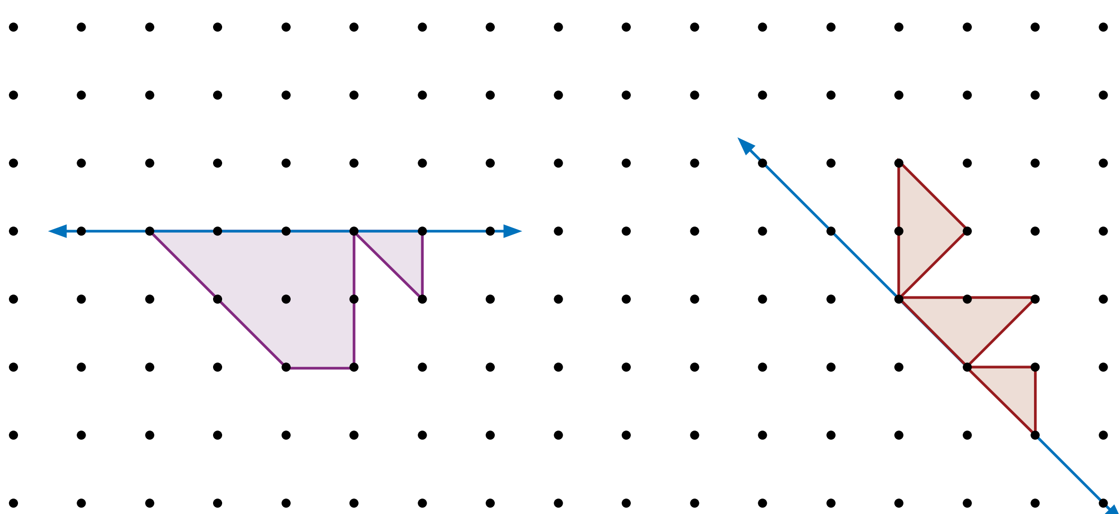


Construção de figuras simétricas

1. Complete na malha pontilhada os desenhos das figuras simétricas. As linhas em azul são os eixos de simetria.

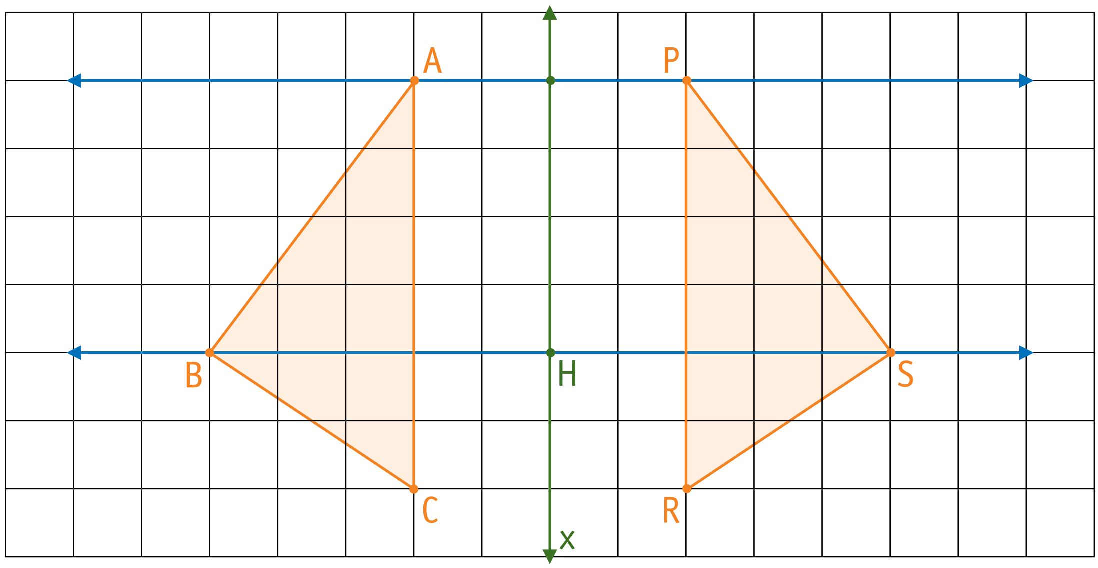


2. Complete as figuras, de modo que sejam simétricas em relação ao eixo destacado em azul.



Propriedades das figuras simétricas

Observe as duas figuras simétricas iguais em relação ao eixo **x**.



a) Qual é a posição relativa entre a reta AP e o eixo de simetria **x**?

---

b) Chame de Y o ponto comum à reta AP e ao eixo de simetria **x**.
O que ocorre com os segmentos de reta AY e PY?

---

c) O ponto S é simétrico ao ponto B em relação ao eixo de simetria **x**.
Qual a posição relativa entre a reta BS e o eixo de simetria **x**?

---

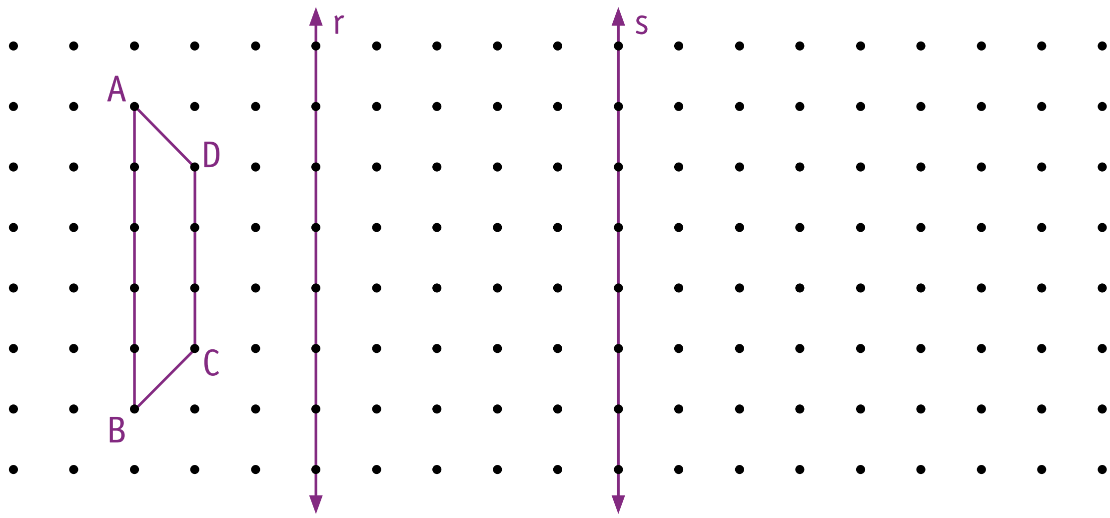
d) Qual é a relação entre os segmentos de reta BH e SH?

---

e) Verifique se ocorrem com o ponto C e o seu simétrico R, em relação ao eixo de simetria **x**, o perpendicularismo e a congruência entre os segmentos.

Transformações planas

1. Construa a figura simétrica do trapézio ABCD em relação à reta **r** e a identifique por A'B'C'D'.



Observe as duas figuras da malha. Se pudéssemos dobrar a folha na reta **r**, o que aconteceria com as duas figuras?

O movimento que transforma uma figura em sua simétrica é denominado **reflexão sobre uma reta**, que é o eixo de simetria. Essa simetria é chamada **simetria axial**.

2. Construa agora, na mesma malha de pontos, uma figura simétrica em relação à reta **s**, da figura A'B'C'D' e identifique-a por A"B"C"D".

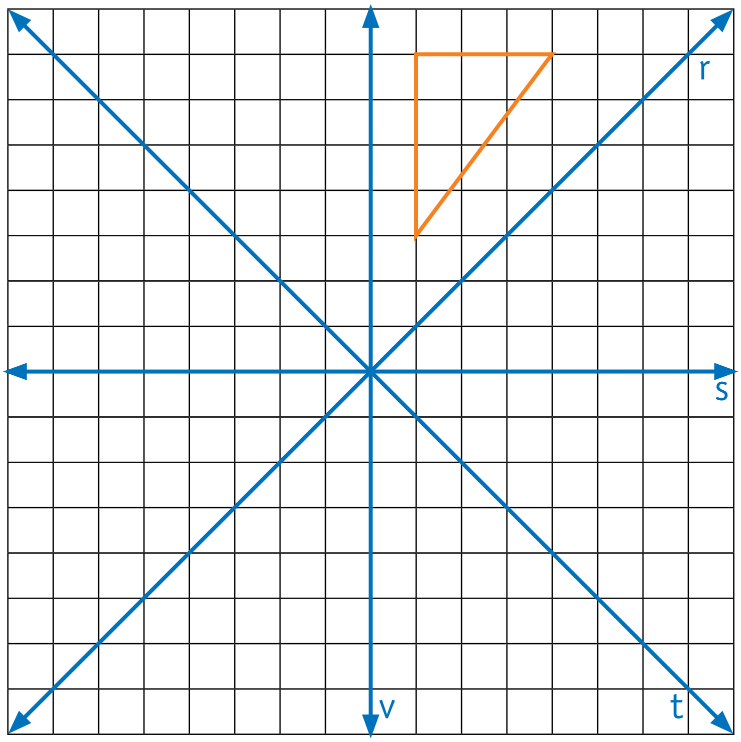
3. Nesse caso, temos uma **translação** da figura ABCD para A"B"C"D". Verifique o que aconteceu com as medidas dos ângulos e dos lados da figura A"B"C"D" em relação a ABCD e anote neste espaço.

As figuras que possuem os lados correspondentes e os ângulos correspondentes de mesma medida são chamadas **figuras congruentes**.

4. As figuras obtidas por essas transformações são congruentes? ____________

Novas transformações

1. Observe o triângulo desenhado na malha:

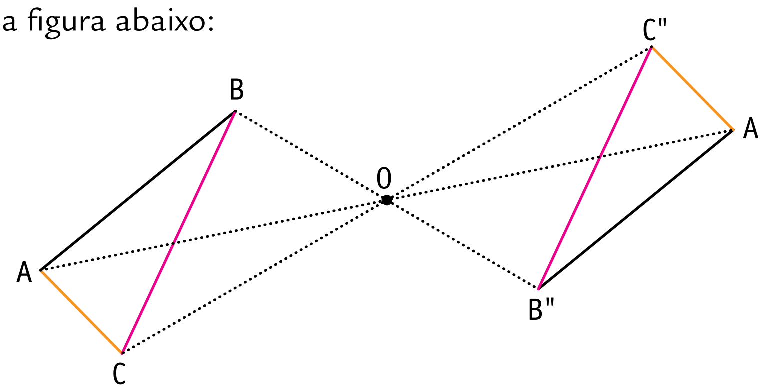


a) Construa novos triângulos por meio de reflexões nas retas **s**, **t** e **v**.

b) O que você observa em relação aos triângulos?

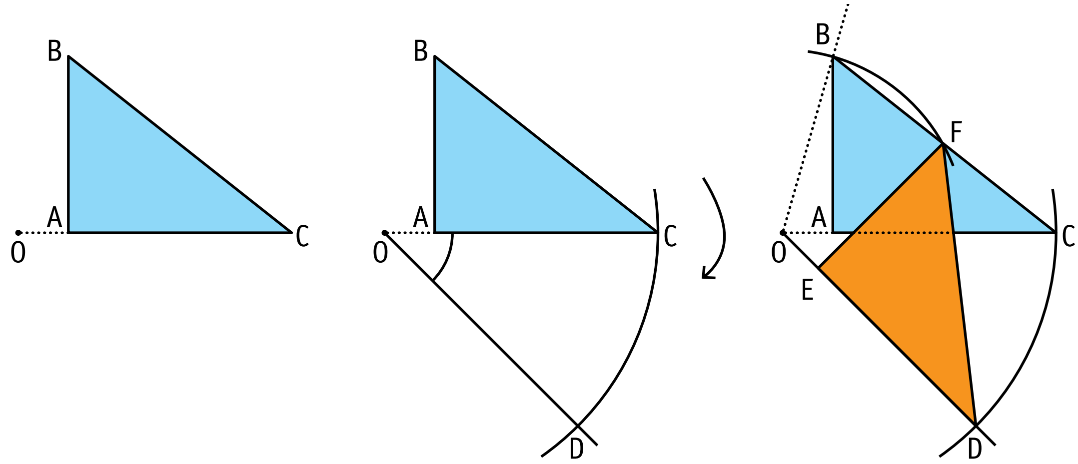
Neste caso houve uma *rotação* do primeiro triângulo, produzindo o segundo, e assim sucessivamente.

2. Observe a figura abaixo:



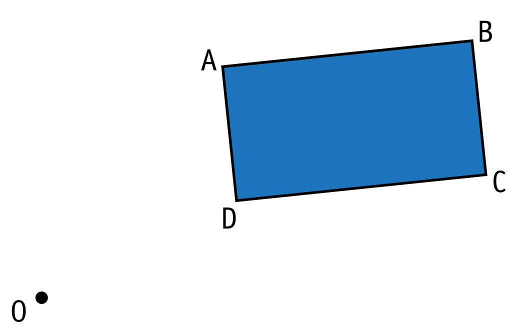
Os triângulos ABC e A”B”C” são simétricos em relação ao ponto O, que é chamado centro de simetria. Determine qual é o ângulo e em que sentido o triângulo ABC precisa girar em torno do ponto O para se sobrepor ao triângulo A”B”C”. Essa simetria é chamada **simetria central**.

3. Como construir uma rotação? Observe o exemplo:



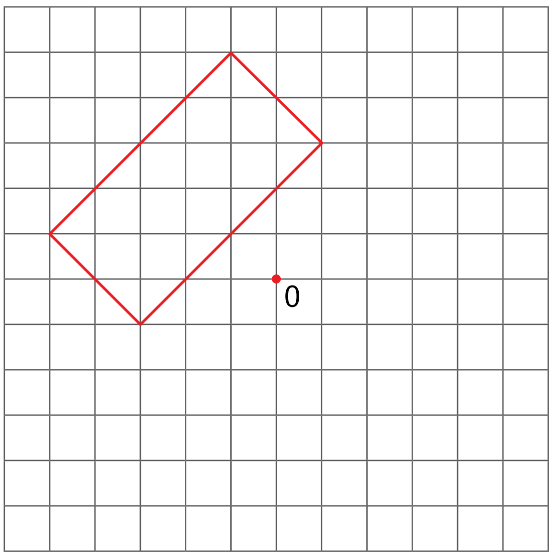
Colocar a ponta seca do compasso no ponto O, traçando com o auxílio do transferidor um arco de 45° e raio OC a partir do ponto C no sentido horário. Obtém-se, assim, o ponto D pela rotação do ponto C. Repetir o procedimento com os outros pontos, A e B. Surge daí a nova região triangular.

4. De acordo com as orientações acima, construa uma nova figura a partir da região retangular ABCD. Efetue uma rotação de 60° no sentido horário, com o ponto O como centro de rotação.

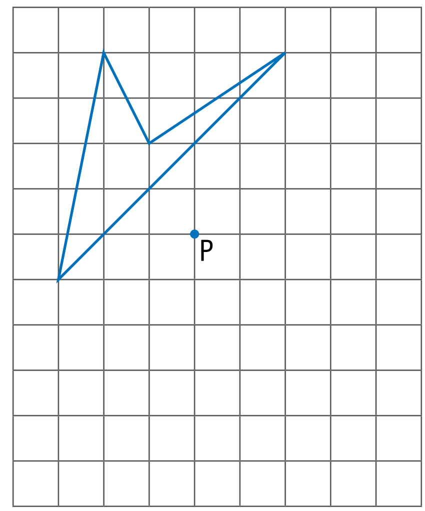


Construção de figuras simétricas

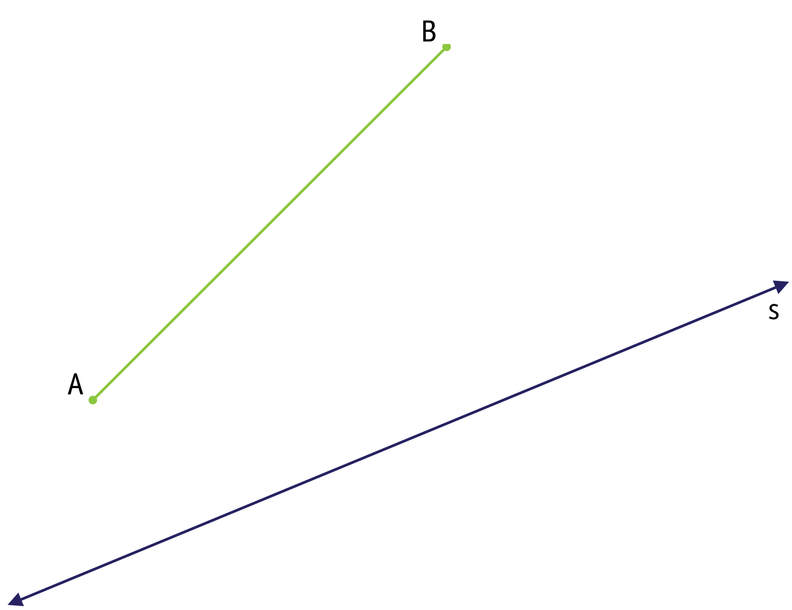
1. Construa um retângulo simétrico ao da figura em relação ao ponto O.



2. Construa um quadrilátero simétrico ao da figura em relação ao ponto P.



3. Desenhe um segmento de reta simétrico a $\overline{AB}$ em relação ao eixo de simetria **s**.



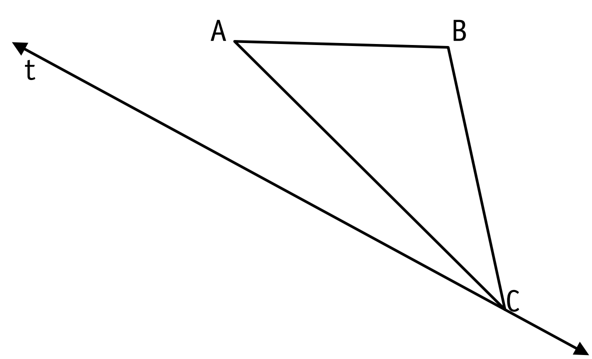
Aplicação de conhecimentos

1. Na figura abaixo considere um triângulo ABC. Construa um triângulo DEF simétrico a ele em relação ao eixo **t**.

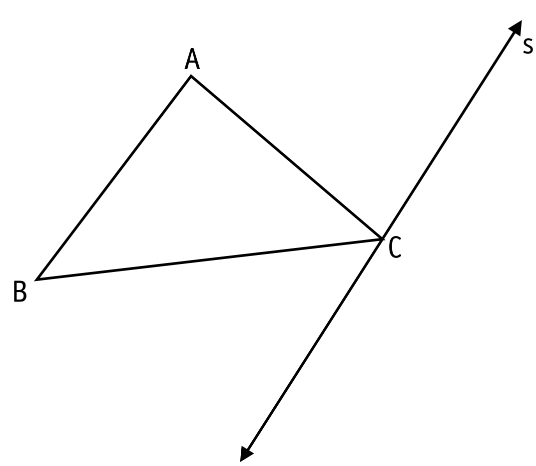
a) Identifique dois ângulos, um em ABC e outro em DEF, que sejam congruentes. ______________________________

b) Assinale dois lados de ABC que sejam congruentes a dois lados de DEF.

____



2. Utilize um dos movimentos que você conhece para obter um triângulo congruente a esse.



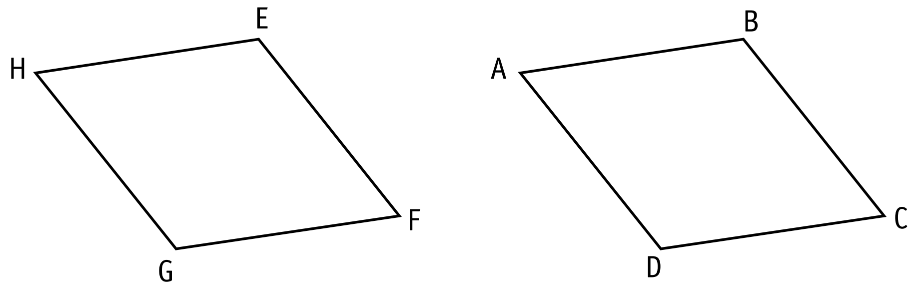
Exercícios

1. Observe as figuras abaixo.
O losango EFGH foi obtido a partir do losango ABCD.

a) Identifique o movimento realizado para obter o losango EFGH.

____

b) O ângulo BAD mede 60°. Indique o ângulo que mede 60° no losango EFGH. ______________________



2. Desenhe uma figura geométrica qualquer:

Escolha um dos seguintes movimentos: translação, reflexão ou rotação e construa uma figura que seja congruente à que você desenhou.

Resolução de problemas

1. O seguinte problema foi proposto para alunos do 8º ano.
A soma de dois números inteiros e positivos é 19 e a diferença entre eles é 3.
Observe as soluções de Bia, Pedro e Ana:

Bia

Soma	Diferença
$1 + 18 = 19$	$18 - 1 = 17$
$4 + 15 = 19$	$15 - 4 = 11$
$6 + 13 = 19$	$13 - 6 = 7$
$7 + 12 = 19$	$12 - 7 = 5$
$8 + 11 = 19$	$11 - 8 = 3$

Os números são 11 e 8.

Pedro

$19 + 3 = 22$
$22 \div 2 = 11$
$11 - 3 = 8$

Os números são 11 e 8.

Ana

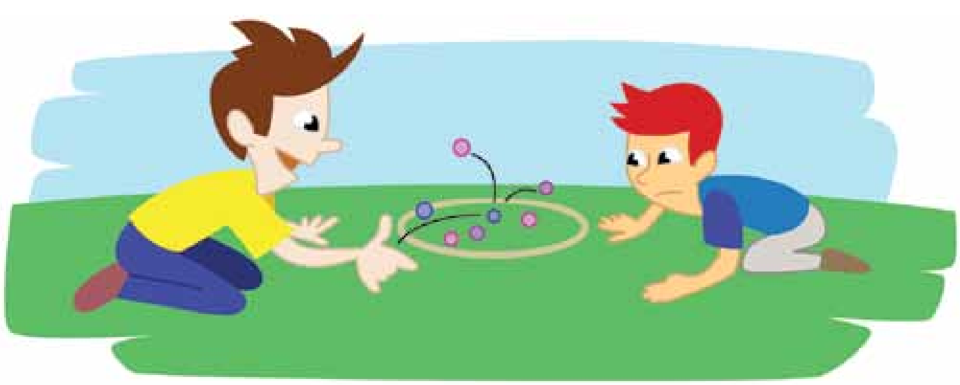
$a + b = 19$
$a - b = 3$
$2 \times a = 22$
$a = 11$
$b = 19 - a$
$b = 19 - 11$
$b = 8$

Converse com seu colega e explique como cada aluno resolveu o problema.

2. Agora, escolha o procedimento que considerar mais interessante para resolver os seguintes problemas. Justifique sua resposta.

a) Numa feira de artesanato, uma pessoa gastou R$ 87,50. Comprou 2 vasos e 3 tapetes. Sabendo que o preço do vaso é o dobro do preço do tapete, determine qual é o preço de cada um.

b) A soma entre as idades de dois irmãos é 17 anos. Qual é a idade de cada um, se um deles é cinco anos mais jovem que o outro?



Análise de estratégias de resolução

1. Resolva o seguinte problema:

Em um estudo do meio estão participando 32 estudantes.

Quantos meninos e meninas estão nesse grupo?

a) Em sua opinião, esse problema tem uma única solução? Explique.

---

b) Preencha no quadro abaixo algumas soluções e compare-as com as respostas de seu colega.

Meninas	Meninos	Estudantes

c) Nomeie o número de meninas por **x** e de meninos por **y** e escreva uma equação para esse problema.

---

d) Considere agora a seguinte informação: o número de meninos supera em quatro unidades o número de meninas. Como fica a solução do problema? ______________________________

e) Escreva essa nova informação na forma de uma equação.

---

f) É possível relacionar as equações obtidas nos itens **c** e **e** para resolver o problema. Como ficaria? ______________________________

---

2. Analise o problema inicial e observe as novas informações.

a) Se o número de meninos fosse o triplo do número de meninas, qual seria a solução?

b) Escreva cada uma das informações abaixo na forma de equação. Considere que **x** é o número de meninas e **y** o número de meninos.

O número total de meninos e meninas é 32.

O número de meninas é o dobro do número de meninos.

c) Escreva apenas uma equação, com uma incógnita, que contenha essas duas informações.

d) Resolva essa equação e descubra os valores de **x** e **y**.

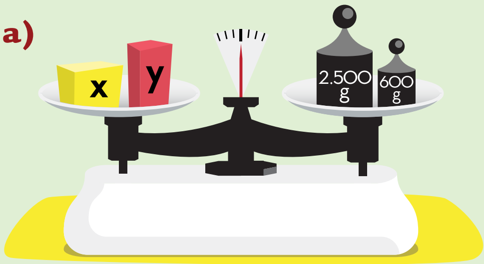
e) Os valores encontrados atendem às condições iniciais do problema? Justifique sua resposta.

Estratégias para resolver problemas

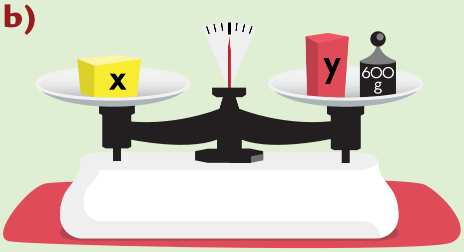
1. Leia este problema que foi proposto para um grupo de alunos.

Foram realizadas as seguintes medidas em uma balança de pratos:

a)



b)



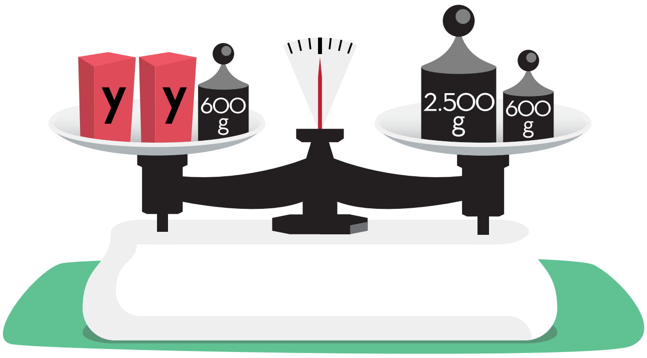
Determine os "pesos" dos dois objetos identificados por **x** e **y**.

2. Escreva as equações que correspondem às medidas ilustradas nas figuras acima.

a) ______________________________

b) ______________________________

3. Para descobrir os valores de **x** e **y**, um aluno, observando as balanças, realizou uma troca. Observe suas representações:



Que troca ele realizou? Por quê?

____

____

Mais trabalhos com balanças

1. Como você determinaria os “pesos” dos dois objetos com base na ação do aluno citado na atividade anterior? Desenhe a próxima etapa.

2. Escreva, com o uso de equações, as etapas realizadas para determinar os “pesos” de **x** e **y**.

3. Escreva um enunciado para um problema resolvido por meio dessas balanças.

4. Você sabia que o processo utilizado para resolver esse problema é chamado de **método de substituição**? Explique, com suas palavras, por que recebe esse nome.

Resolução de sistemas de equações

Utilize o método da substituição para resolver os seguintes sistemas.

a) $\begin{cases} x + y = 15 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} m = 2 \cdot n + 1 \\ m = -3 \cdot n + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3u - 5v = 1 \\ 6u + 3v = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y - 2x = 1 \\ y + 3x = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3r + s = 7 \\ r - 2s = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -3x + 2y = -5 \\ 4x - 3y = 9 \end{cases}$

Análise de novos procedimentos

Jorge e Carina foram a um restaurante. Jorge comeu dois lanches de mesmo preço e tomou um suco de laranja, gastando R$ 21,00. Carina comeu o mesmo tipo de lanche e também tomou um suco de laranja, gastando R$ 12,10.

a) Calcule a diferença de gasto e de consumo entre os dois. O que se obteve com essa operação?

b) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto de Jorge.

c) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto de Carina.

d) Resolva o problema algebricamente. Subtraia as equações membro a membro.

$$\begin{cases} 2x + y = 21 \\ x + y = 12{,}10 \end{cases}$$

e) Quais foram os preços pagos pelo suco e pelo lanche?

Método da adição

1. Após a resolução desses problemas que envolvem sistemas de equações, observe como Bia e Pedro resolveram o seguinte problema:
A soma de dois números é 86 e a diferença entre eles é 18. Quais são esses números?

BIA

$$\begin{cases} x + y = 86 \\ x - y = 18 \longrightarrow x = 18 + y \end{cases}$$

Substituí $x = 18 + y$ na 1ª equação:

$18 + y + y = 86$

$2y = 68 \longrightarrow y = 34$

Como $x = 18 + y$:

$x = 18 + 34 \longrightarrow x = 52$

PEDRO

$$\begin{cases} x + y = 86 \\ x - y = 18 \end{cases}$$

$2x = 104 \longrightarrow x = 52$

Como $x + y = 86$:

$y = 86 - 52 \longrightarrow y = 34$

Compare os dois procedimentos e explique o que foi feito em cada caso.

O procedimento utilizado por Pedro para solucionar o sistema de equações é chamado **método da adição**.Ao adicionarmos os membros correspondentes de duas igualdades, obtemos uma nova igualdade com apenas uma incógnita e podemos identificar seu valor.

2. Complete a afirmação acima com a explicação de como se calcula a segunda incógnita.

____

____

____

3. Use esse método para resolver os sistem

$\begin{cases} x + y = 42 \\ x - y = 12 \end{cases}$	$\begin{cases} x - 3y = -4 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

Novas estratégias

1. Observe como Ana resolveu o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x - 3y = 4 \quad \cdot(-2) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ -2x + 6y = -8 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} 0 + 8y = 64 \\ y = 8 \end{matrix}$$

Como, $x - 3y = 4$ e $y = 8 \longrightarrow x - 3 \cdot 8 = 4 \longrightarrow x = 4 + 24 \longrightarrow x = 28$

a) Qual método Ana utilizou?

b) Por que ela multiplicou a segunda equação por –2?

2. Reflita sobre o procedimento da atividade anterior e o utilize para resolver os seguintes sistemas:

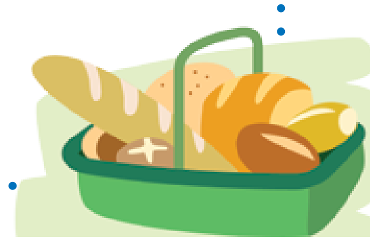
$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x - 3y = 4 \\ 3x + 4y = 78 \end{cases}$

Resolução de problemas

1. Duas irmãs costumam emprestar dinheiro uma para a outra. Joana, uma delas, diz: “Empreste-me R$ 100,00, e eu ficarei com a mesma quantia que você”. Diva, a outra irmã, afirma: “Dê-me R$ 100,00, e eu terei o dobro do que você”. Descubra quanto tem cada uma.

2. Participaram de um *show* 550 pessoas. O preço do ingresso era R$ 16,00 para os adultos e meia-entrada para os jovens e crianças. Nesse dia, foram arrecadados R$ 6.960,00. Quantos adultos foram a esse *show*?

3. Bia comprou 4 pãezinhos e 5 broas e pagou R$ 3,00. Ana comprou 2 pãezinhos e 3 broas e pagou R$ 1,70. Quanto custa cada pãozinho e cada broa?



Exercícios

1. Resolva os sistemas pelo método de sua escolha.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 3y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5y = 1 \\ 3x - y = -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 6x - 4y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

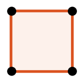
2. Elabore uma situação-problema para cada um dos sistemas indicados.

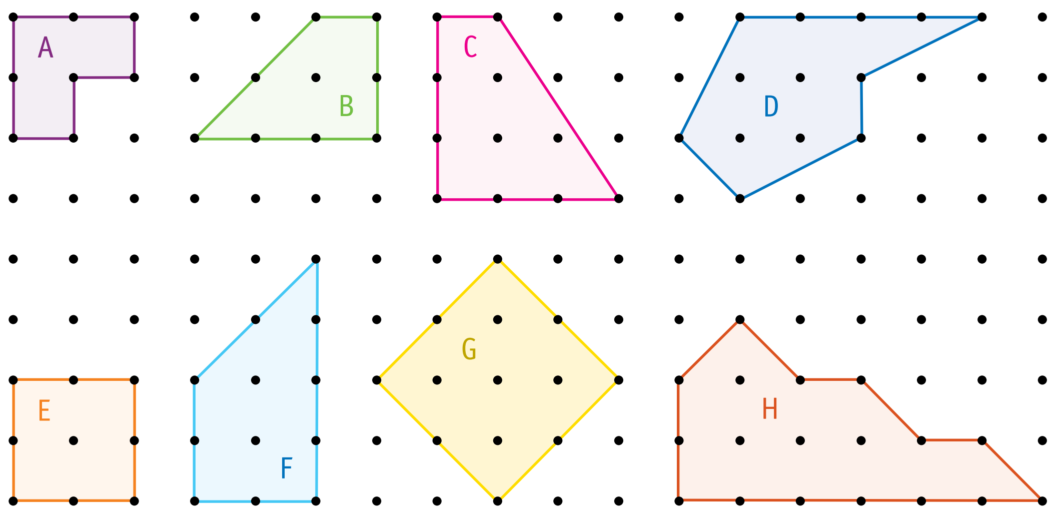
a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 1 = 15 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$

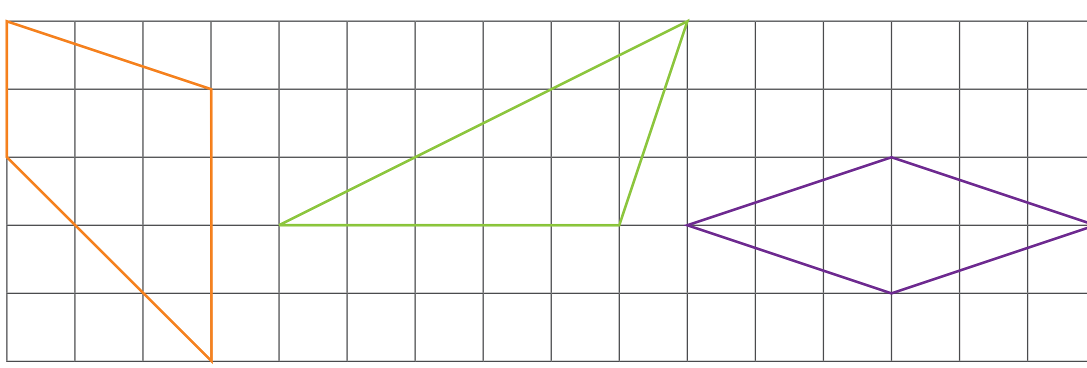
Área de figuras planas

1. As regiões planas poligonais abaixo têm seus vértices localizados em pontas da malha pontilhada.

Considere este  como unidade de medida u^2 e calcule a área de cada uma delas.

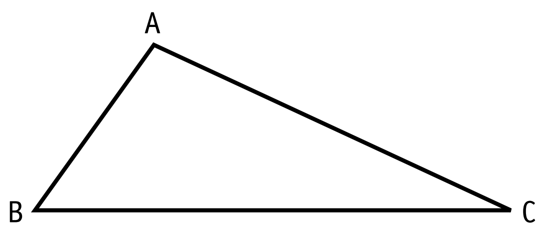


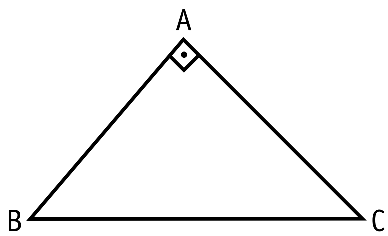
2. Calcule a área de cada uma das regiões planas limitadas por polígonos. Utilize como unidade de área a quadrícula de 1 cm de lado.

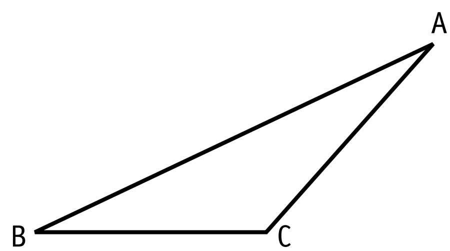


Altura de um triângulo

Considere os seguintes triângulos:







1. Com um esquadro, trace, em vermelho, um segmento de reta que liga o vértice A de cada triângulo à reta que contém o lado oposto a esse vértice, perpendicular a essa reta. Esse segmento de reta é chamado **altura** do triângulo.

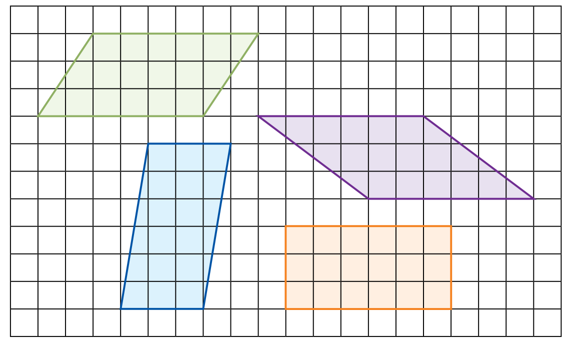
2. Um triângulo possui uma única altura? Verifique, repetindo o procedimento utilizado na atividade 1 em relação aos outros vértices. Use as cores azul e verde para traçar as alturas.

3. O que você observa em relação a cada uma das alturas e os lados dos triângulos?

O ponto de intersecção das três alturas é chamado **ortocentro**.

Área de figuras planas

1. Observe as superfícies limitadas por paralelogramos. É possível calcular suas áreas utilizando a área de uma região retangular?



a) Para responder a essa pergunta, reproduza as regiões acima em uma folha de papel quadriculado e recorte-as.

b) É possível transformá-las em regiões retangulares? Experimente usando dobraduras.

c) Escreva a fórmula para cálculo de uma região retangular.

---

d) Compare as etapas que você realizou com as desenhadas abaixo.

Figura 1

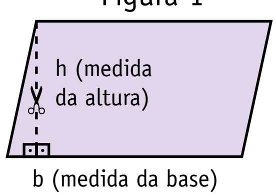


Figura 2

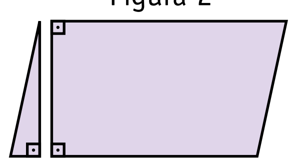
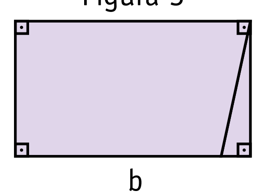


Figura 3



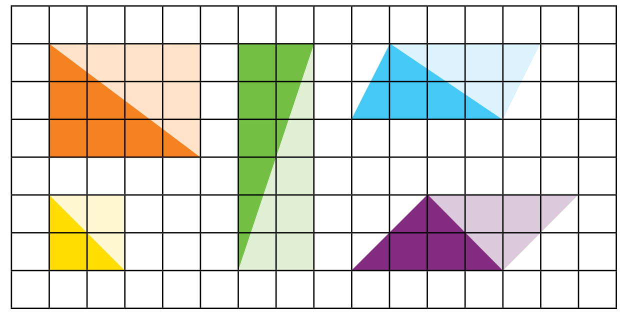
e) Qual é a área de uma região limitada por um paralelogramo? Escreva sua fórmula.

---

2. Use a fórmula acima para calcular a área de uma região limitada por um paralelogramo de 36 cm de perímetro, 4 cm de altura e com um dos lados medindo o triplo da altura.

3. Como calcular a área de uma superfície triangular?

Observe as figuras ao lado. Em cada uma delas, há uma parte mais escura, que forma uma região triangular.

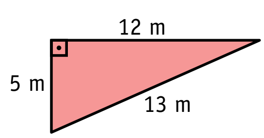


Compare a área de cada uma delas com a da figura toda.

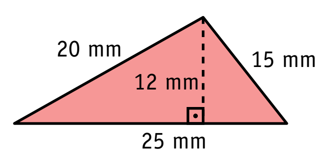
Escreva como calcular a área de cada superfície triangular. Utilize suas dimensões e a área da figura toda.

4. Use a fórmula que você encontrou e calcule a área de cada uma das figuras:

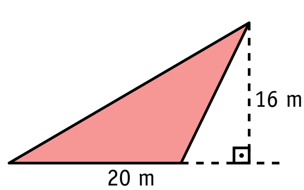
a)



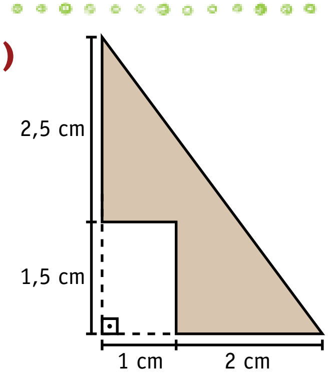
c)



b)

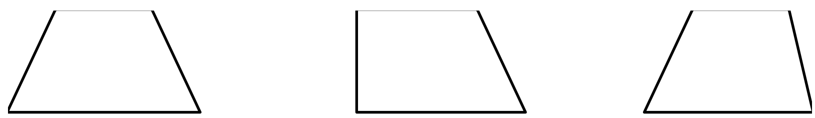


d)



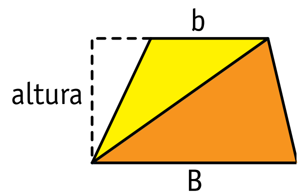
Região limitada por um trapézio

1. Considere as seguintes figuras:



Como calcular a área de uma região limitada por um desses trapézios?

Observe o desenho:



Veja que a figura foi dividida em duas regiões triangulares de mesma altura.

a) Escreva a área de cada uma delas.

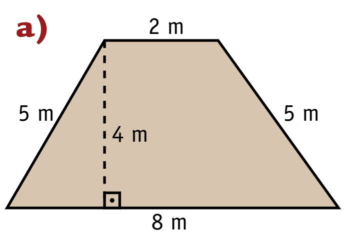
---

b) Como ficará a área da figura toda?

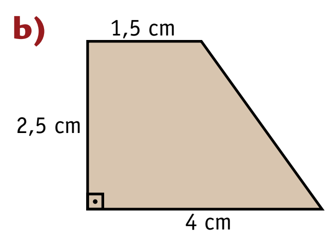
---

2. Use essa fórmula e calcule a área das figuras:

a)



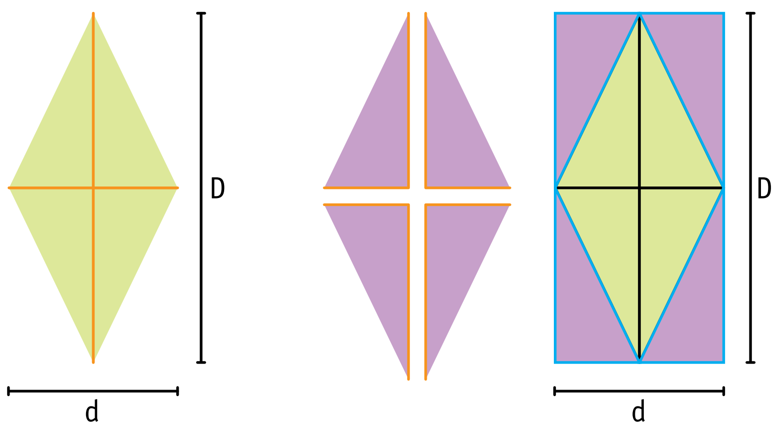
b)



Losango e áreas

1. As figuras abaixo representam etapas de uma experiência com recortes e dobraduras para ajudar a compreender por que a fórmula da área da região limitada por um losango é: $A = \frac{D \times d}{2}$

Descreva essas etapas e explique como se chega a essa fórmula.

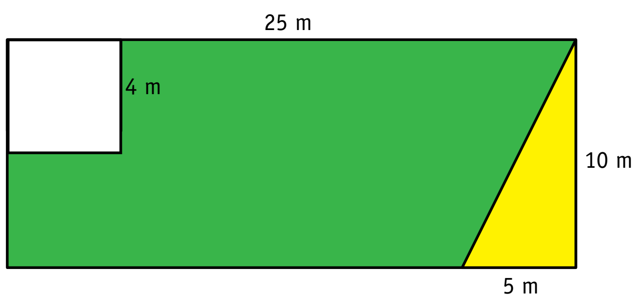


D: medida da diagonal maior.
d: medida da diagonal menor.

2. É possível obter essa fórmula pela dobradura e recorte em apenas uma das diagonais? Faça essa experiência e descreva algebricamente as etapas.

Resolução de problemas

1. Um paisagista possui um projeto para construir, em um terreno retangular de 25 m por 10 m, dois espaços para plantio de flores: um quadrangular, com lados de 4 m, e outro triangular, conforme indica a figura. No restante do terreno, o paisagista vai plantar grama. Calcule quantos metros quadrados de grama serão necessários.



2. Uma indústria fabrica caixas de papelão na forma de blocos retangulares de 0,50 m por 0,70 m e altura 0,40 m. Quantos metros quadrados de papelão serão gastos para fabricar uma caixa? E para fabricar 100 caixas?

3. Calcule a área das regiões limitadas por um:

a) losango cuja diagonal menor mede 6 cm e a diagonal maior mede o dobro da diagonal menor. ____________________

b) triângulo cuja base mede 9 cm e a altura mede a metade do comprimento da base. ____________________

Agora, é com você

1. (Saresp, 2008) Um professor apresentou a seus alunos o seguinte problema:

"As questões de uma prova são avaliadas por pontos, de modo que um acerto vale 5 pontos positivos e um erro vale 3 pontos negativos. Em uma prova com 30 questões, Mirella fez 54 pontos. Quantas questões Mirella acertou?"

Para resolver o problema, o professor denominou *x* e *y* ao número de questões acertadas e erradas por Mirella, respectivamente, e pediu aos alunos que escrevessem o sistema de equações que conduz à solução do problema.

Assinale a alternativa que mostra corretamente o sistema de equações pedido pelo professor.

☐ a) $\begin{cases} x + y = 30 \\ 5x + 3y = 54 \end{cases}$

☐ b) $\begin{cases} x - y = 30 \\ 5x - 3y = 54 \end{cases}$

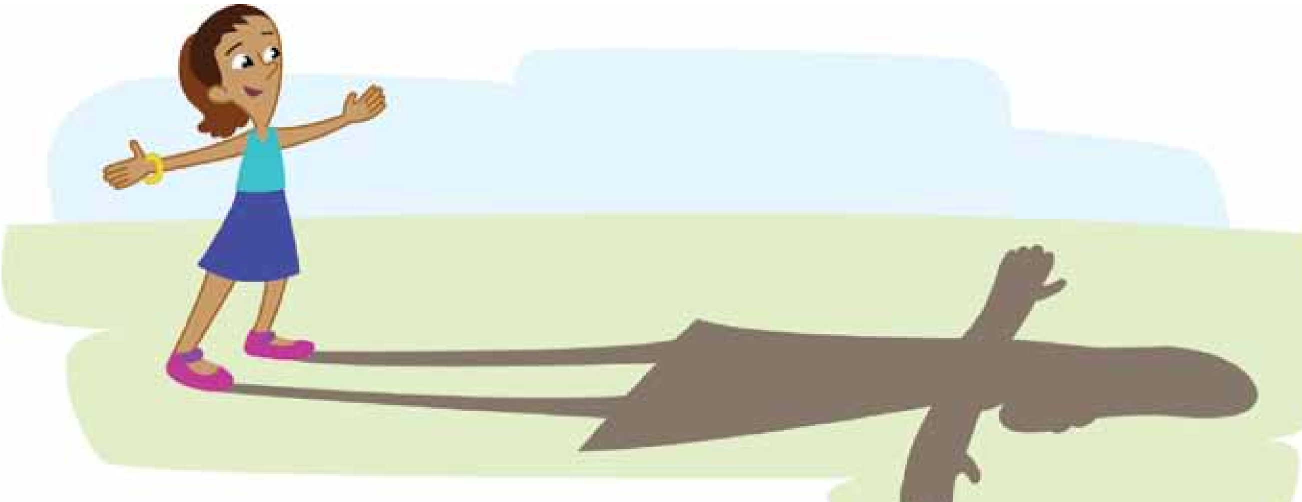
☐ c) $\begin{cases} x + y = 30 \\ 5x - 3y = 54 \end{cases}$

☐ d) $\begin{cases} x - y = 30 \\ 5x + 3y = 54 \end{cases}$

2. (Saresp, 2008) A soma das idades de Andrea e Rosana é 12. Quando Andrea tiver o dobro da idade que tem hoje, Rosana terá o triplo da idade que tem hoje, e essa soma será igual a 28. Quantos anos têm, respectivamente, Andrea e Rosana hoje?

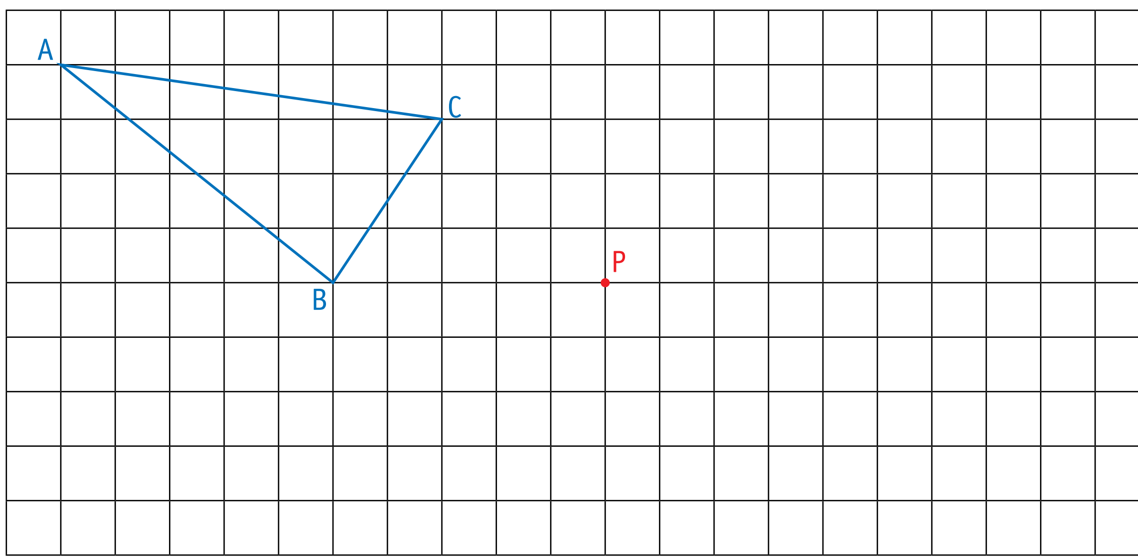
☐ a) 12 e 8 ☐ b) 12 e 4 ☐ c) 16 e 12 ☐ d) 8 e 4

3. Calcule a altura de uma região limitada por um triângulo com área de 90 cm^2 e cuja base é a quinta parte de 90.

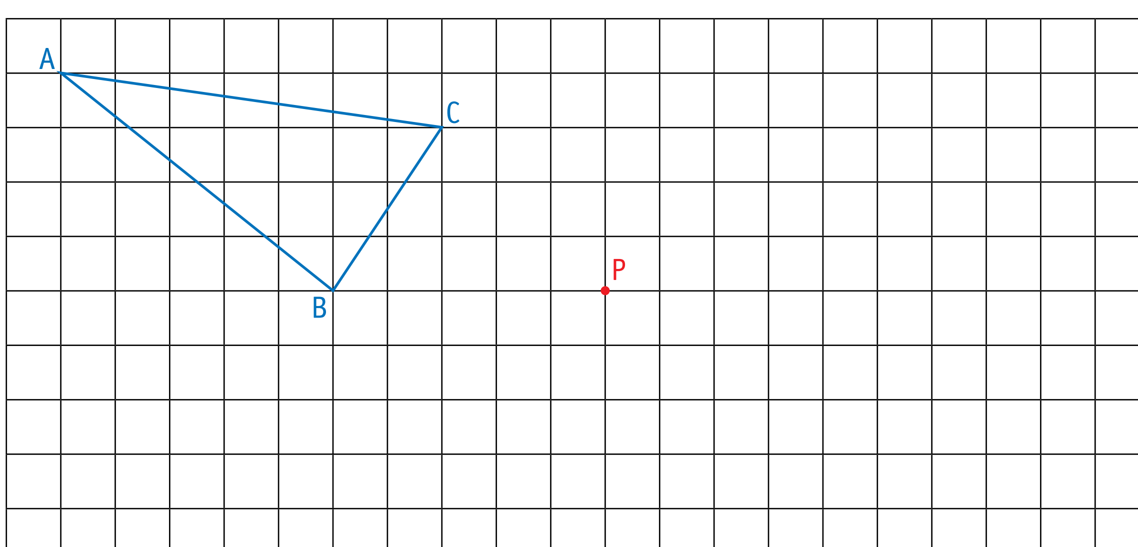


4. Construa um triângulo simétrico ao da figura:

a) em relação ao ponto P.



b) em relação ao ponto B.



UNIDADE 7

Você sabia que o município de São Paulo possui um perfil econômico multissetorial, com predominância do setor de serviços, e que cerca de 45% das empresas inovadoras de serviços do Estado estão localizadas em nossa cidade?

Fonte: <www.prefeitura.sp.gov.br>.

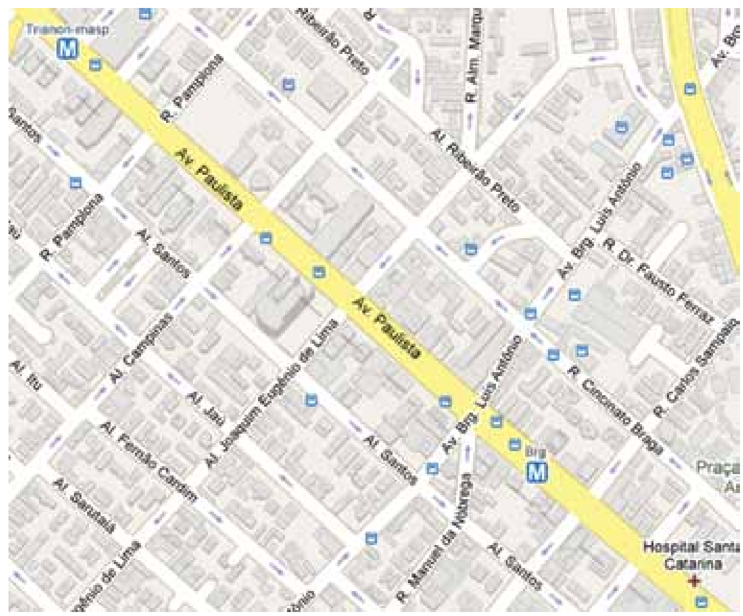
Nesta Unidade, você vai conhecer um pouco mais sobre as atividades econômicas em São Paulo e aprender a interpretar alguns dados por meio da ideia de frequência. Além disso, vai resolver problemas envolvendo escalas, analisar a chance de um evento ocorrer e determinar a soma dos ângulos internos de um polígono.

DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Região da avenida Luís Carlos Berrini, um dos centros de serviço da cidade de São Paulo.

Retas paralelas e transversais

Um dos maiores centros de serviços da cidade de São Paulo está localizado na região da avenida Paulista. Observe o mapa:



Fonte: <http://maps.google.com.br>

a) Localize duas ruas paralelas à avenida Paulista.

---

b) A alameda Joaquim Eugênio de Lima é transversal à alameda Campinas? Por quê?

---

c) E a avenida Paulista em relação à avenida Brigadeiro Luís Antônio?

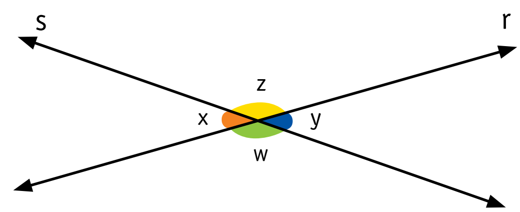
---

d) Identifique duas ruas paralelas cortadas por uma transversal.

Ângulos e retas

Agora, você vai aprender algumas propriedades relativas às retas e aos ângulos formados entre elas.

Observe as retas **r** e **s** e os ângulos **x**, **y**, **w** e **z**:



1. Com um transferidor, verifique qual é a medida de cada um dos ângulos.

---

2. Some as medidas dos pares de ângulos: **x** e **z**, **x** e **w**, **w** e **y**, **y** e **z**.

a) O que você observa em relação a esses resultados?

---

b) Complete a frase:
Quando a soma entre dois ângulos é igual a ________________, eles são chamados *ângulos suplementares*.

3. Pesquise quando dois ângulos são chamados *ângulos complementares*.

---

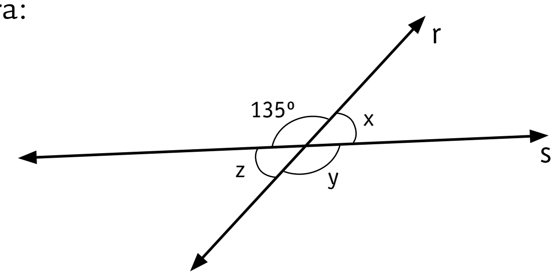
4. Compare as medidas dos ângulos **x** e **y**.

a) O que você observa? ______________________________

b) Os ângulos **x** e **y** são chamados *ângulos opostos pelo vértice*. Como provar que eles possuem a mesma medida, sem utilizar o transferidor? Converse com um colega e registre no espaço abaixo seu procedimento.

Exercícios

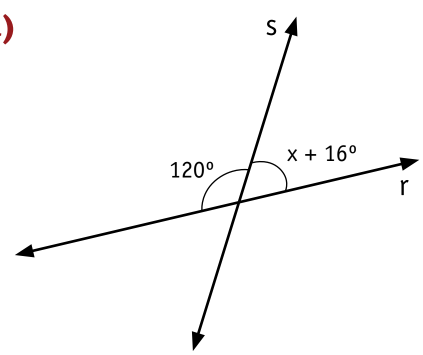
1. Observe a figura:



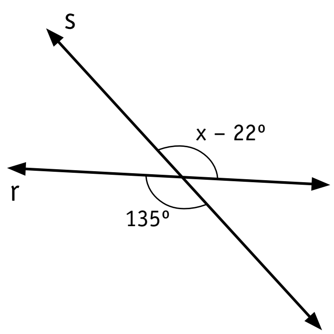
Escreva uma forma de descobrir as medidas dos ângulos **x**, **y** e **z** sem usar o transferidor. Compare sua resposta com a de um colega.

2. Determine o valor de **x** nas seguintes situações:

a)

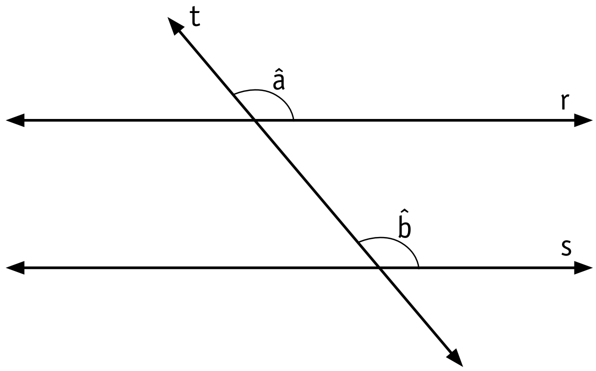


b)



Mais conhecimentos sobre ângulos

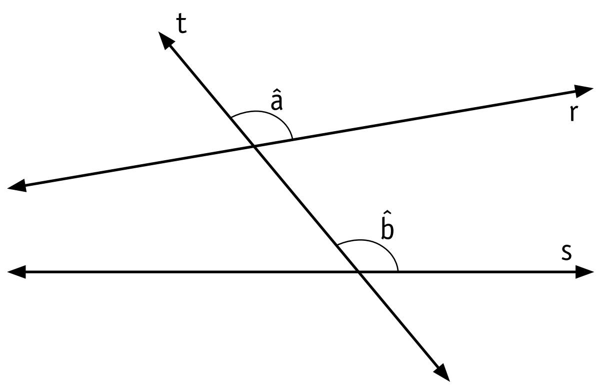
1. Observe as retas paralelas **r** e **s** e a reta **t**, transversal a elas:



Os ângulos **a** e **b** são chamados *ângulos correspondentes* e possuem a mesma medida. Mas por que isso ocorre?

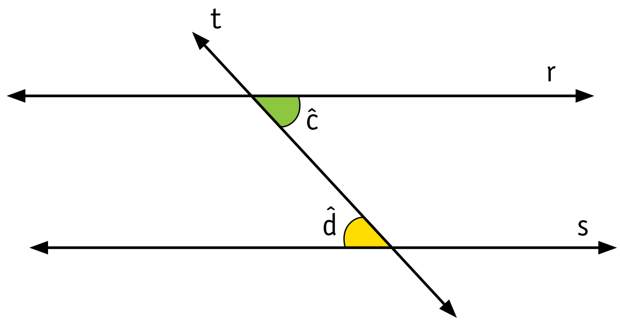
Faça uma experiência para perceber essa relação. Imagine a reta **r** se deslocando no papel, mantendo-se paralela à posição inicial, até se sobrepor à reta **s**. O que ocorrerá com os ângulos **a** e **b**?

2. Se as retas **r** e **s** não forem paralelas, as medidas dos ângulos **a** e **b** permanecerão iguais?
Verifique, medindo os ângulos **a** e **b** da figura.



Análise de propriedades

Existem outras propriedades relativas a ângulos e retas paralelas cortadas por uma transversal. Veja:



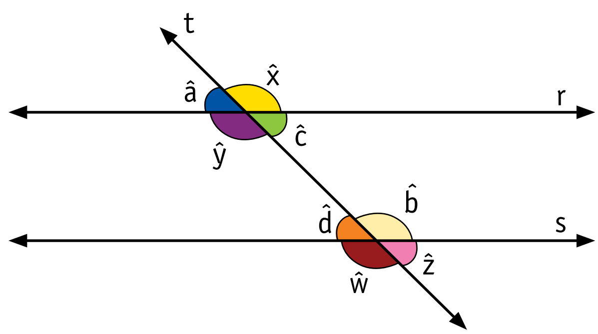
a) Os ângulos **c** e **d** têm a mesma medida. Por quê?
Converse com um colega e escreva no espaço abaixo sua justificativa.

___

___

Os ângulos **c** e **d** são chamados *ângulos alternos internos*.

b) Observe a figura e complete o quadro com os pares de ângulos que atendem as denominações apresentadas:



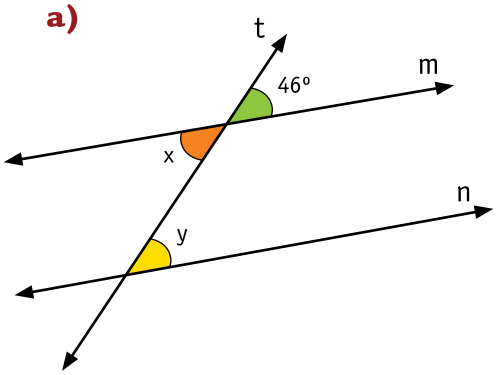
Alternos internos	**ĉ** e **d̂**	
Alternos externos	**x̂** e **ŵ**	

Colaterais internos	**ŷ** e **d̂**	
Colaterais externos	**â** e **ŵ**	

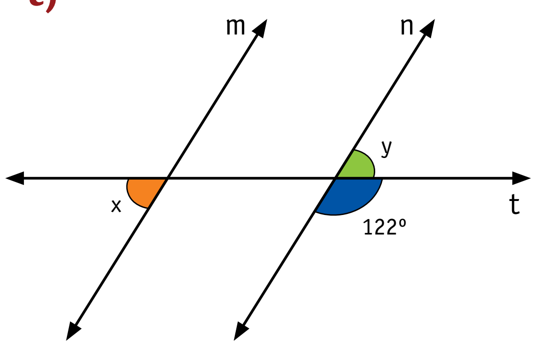
Exercícios

Nas figuras abaixo, as retas **m** e **n** são paralelas. Determine o valor das medidas **x** e **y**.

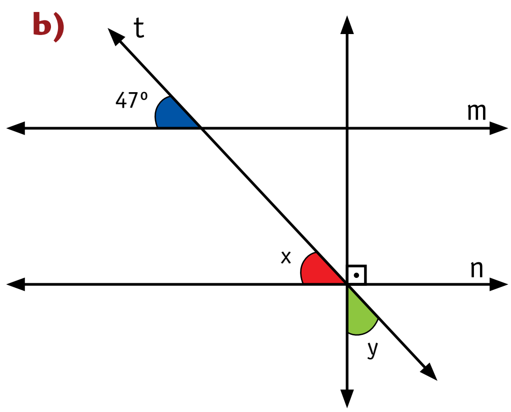
a)



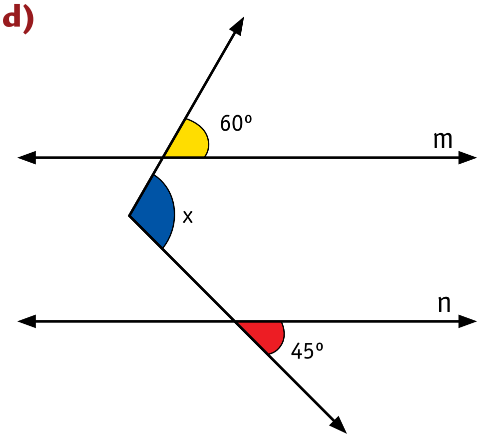
c)



b)



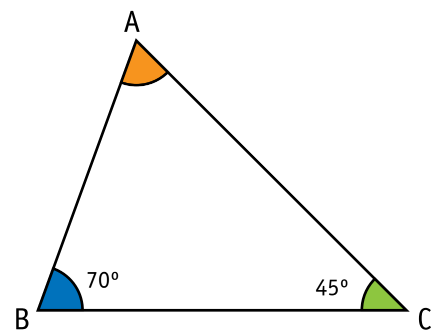
d)



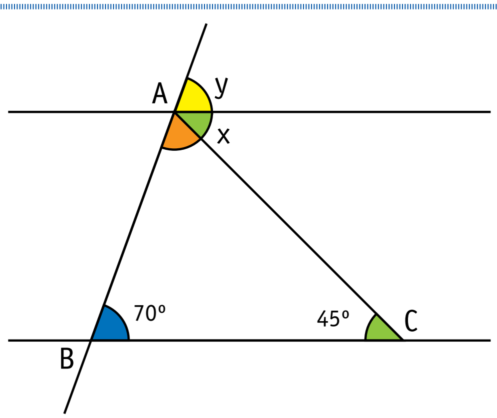
Soma dos ângulos internos de polígonos

Os seguintes problemas foram propostos para alunos do 8º ano:

- Determine a medida do ângulo **A** no triângulo ao lado.



Observe uma resolução:



y = 70°, pois é um ângulo correspondente ao ângulo **B** (70°)

x = 45°, pois é um ângulo alterno interno ao ângulo **C** (45°)

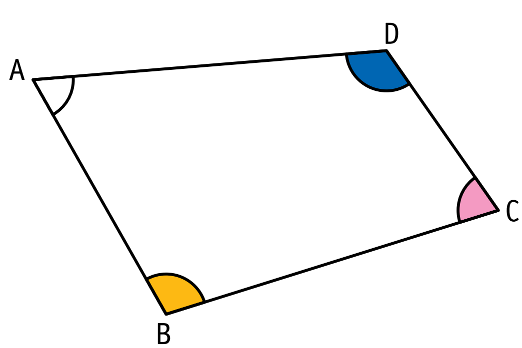
A + x + y = 180°, pois são suplementares

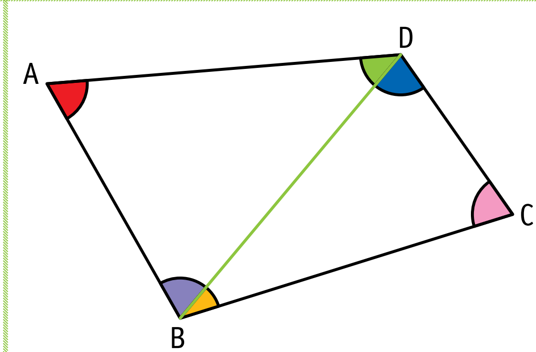
A + 45° + 70° = 180° → A = 65°

A soma das medidas dos ângulos internos do triângulo é 180º.

- Calcule a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer, usando o resultado anterior.

Observe o procedimento dos alunos:

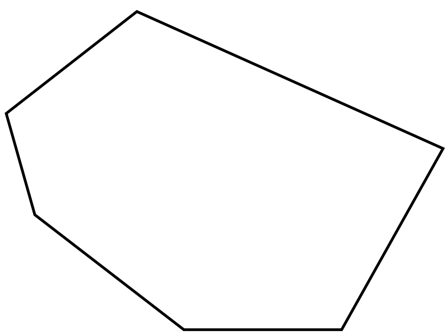




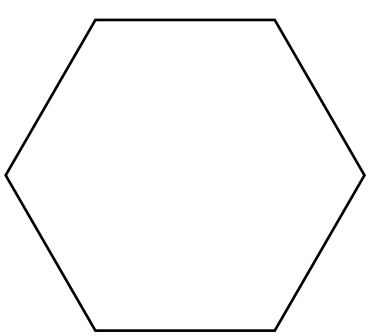
A soma das medidas dos ângulos internos do quadrilátero é 360º.

1. Explique como os alunos pensaram para chegar a esse resultado.

2. Se a figura for o hexágono abaixo, qual será a soma das medidas dos ângulos internos?



3. E para a figura abaixo, qual será a soma das medidas de seus ângulos internos?



Em busca de uma fórmula

1. Com as informações analisadas até agora, complete o quadro abaixo.

Polígono	Número de lados	Número de triângulos	Desenho	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1		180°
Quadrilátero	4	2		2 × 180°
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octógono				

2. Observando o quadro, responda:

a) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono, que é um polígono de 12 lados?

b) E de um pentadecágono, que é um polígono de 15 lados?

c) Pela análise das questões anteriores, é possível concluir que há uma fórmula para determinar a soma dos ângulos internos de um polígono. Escreva-a.

3. Usando a fórmula acima, calcule a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de 20 lados.

4. Existe um polígono cuja soma dos ângulos internos seja igual a 930°?

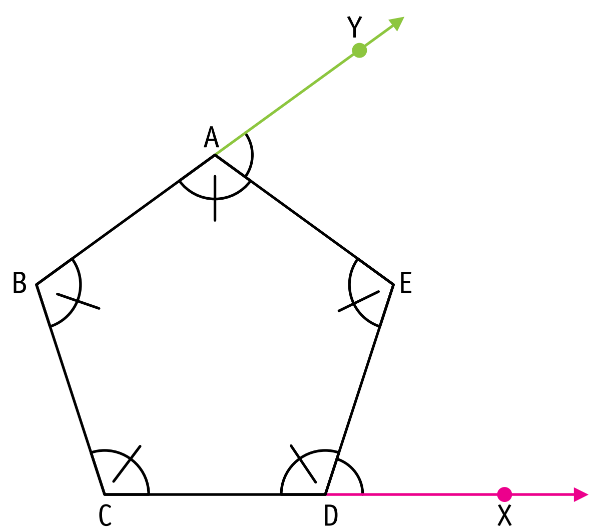
Por quê? ____

____

Exercícios

1. Quantos lados tem um polígono cujos ângulos internos medem 140° cada um?

2. Neste pentágono, todos os ângulos internos são congruentes.



a) Qual é a medida de cada ângulo interno? ____________________

b) Qual é a medida do ângulo externo EDX? ____________________

c) Qual é a medida do ângulo externo EAY? ____________________

d) Quantos ângulos externos existem nesse pentágono? ____________

e) Qual é a soma das medidas dos ângulos externos?

____

Análise de informações

1. Na cidade de São Paulo, a atividade econômica está distribuída basicamente em três setores: industrial, comercial e de serviços. Em 2004, um levantamento mostrou que existiam 206.328 estabelecimentos nesses e em outros setores. Veja:

Atividade econômica	Total de estabelecimentos	%
Serviços	95.454	
Comércio	81.293	
Indústria	24.759	
Outras	4.822	
Total	**206.328**	**100**

Fonte: <www.prefeitura.sp.gov.br>.

Complete a tabela, calculando a porcentagem de cada setor da economia de São Paulo. Use o espaço abaixo para seus cálculos.

2. Essa mesma pesquisa indicou que, nos três setores (industrial, comercial e serviços), havia 2.629.267 empregos formais, 54,4% deles em empresas de serviços, 18% na indústria e 22,5% no comércio.
Calcule quantas pessoas trabalhavam em cada um desses setores.

Informação e frequência

1. Uma agência bancária (empresa de serviços) de São Paulo organizou uma tabela para saber quais eram os Estados brasileiros de origem de seus 120 funcionários.

Estados brasileiros de origem dos funcionários		
Estado de origem	**Número de funcionários**	
Alagoas	4	
Bahia	6	
Minas Gerais	16	
Paraná	24	
Pernambuco	9	
Rio de Janeiro	2	
São Paulo	58	
Tocantins	1	

Fonte: Dados fictícios.

Você sabia que o número de vezes que cada um dos Estados aparece é chamado *frequência simples ou absoluta*?

a) Com que frequência cada Estado aparece nessa tabela?

____

b) Observe que, do total de funcionários, 58 nasceram em São Paulo.

A que porcentagem do total corresponde esse valor? ______________

O número que você encontrou no item **b** é chamado *frequência porcentual relativa*.

c) Preencha a última coluna com as frequências porcentuais relativas dos dados coletados. Use a calculadora para isso.

2. Ao analisar a tabela, um aluno afirmou que a frequência relativa de funcionários que nasceram no Paraná é $\frac{1}{5}$. Outro disse que a frequência é 20%. Os dois têm razão. Por quê?

3. A agência bancária também organizou uma tabela com as faixas salariais. Preencha-a com a frequência porcentual relativa de cada uma das faixas.

Faixas salariais		
Faixa salarial (R$)	**Número de funcionários**	**Frequência relativa (%)**
$800 \leq$ *salário* < 1.000	8	
$1.000 \leq$ *salário* < 1.200	14	
$1.200 \leq$ *salário* < 1.400	20	
$1.400 \leq$ *salário* < 1.600	30	
salário ≥ 1.600	48	

Fonte: Dados fictícios.

População e amostra

1. Uma indústria testou 1.600 peças quanto a sua durabilidade em dias. O responsável organizou uma tabela para saber exatamente quantas peças atendiam a cada um dos períodos de durabilidade. Calcule esses valores e preencha a tabela.

Durabilidade em dias (d)	Peças	Frequência relativa (%)
$30 < d < 50$		12,5%
$50 < d < 70$		11,25%
$70 < d < 90$		26,5%
$90 < d < 110$		49,75%

Fonte: Dados fictícios.

2. Essa indústria possui 5.000 peças iguais às que foram testadas. Para obter informações sobre sua durabilidade, é necessário analisar todas elas ou o resultado apresentado pelo teste de parte das peças pode representar o desempenho da totalidade?

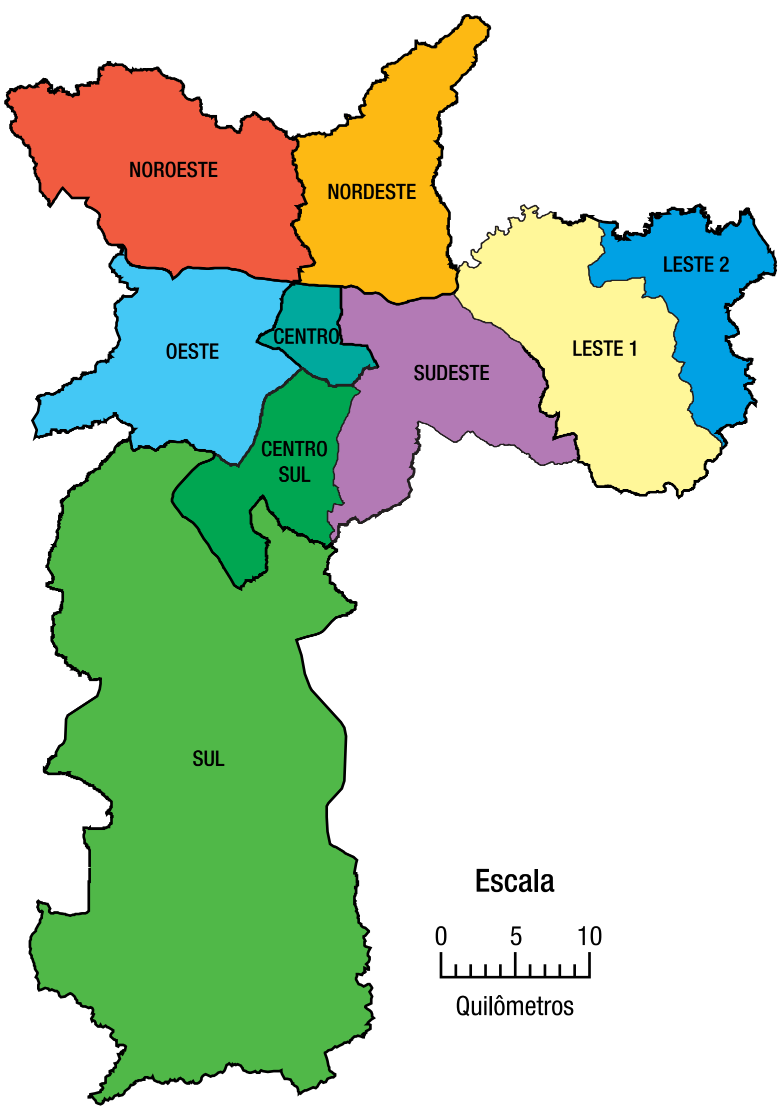
O total de 5.000 peças é a população de interesse da pesquisa ou o universo da pesquisa e 1.600 é a **amostra**, parte da população, que, por sua representatividade, permite chegar ao resultado mais próximo da realidade da população original.

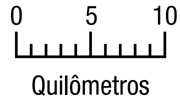
Escalas e mapas

1. Você já ouviu falar em escalas? Quais?

---

2. Observe o mapa das regiões da cidade de São Paulo.



No mapa, aparece a seguinte escala: 

Essa escala é chamada *escala gráfica*. Ela indica que cada centímetro no mapa equivale a 5 km ou 5.000 m ou 500.000 cm, ou seja, cada unidade de medida no desenho, no caso 1 cm, equivale, na realidade, a 500.000 dessas unidades.

a) Se dada distância no mapa é de 2 cm, a quantos metros ela corresponde na realidade?

b) Dois pontos no mapa estão a uma distância de 6 cm um do outro. Qual é a distância real entre eles?

c) Escolha dois pontos do mapa e meça com a régua a distância entre eles. Utilizando a escala identificada, calcule a distância real.

Outra forma de escala chama-se *escala numérica*, assim representada:

1 cm : 1 km ou 1 cm : 100.000 cm (razão de 1 para 100.000).

Localização em São Paulo

Observe o mapa da Região Metropolitana de São Paulo, que mostra os municípios e a sede de cada um deles, identificada por um ponto (•):

Região Metropolitana de São Paulo

Fonte: <www.igc.sp.gov.br>.

a) Escolha duas sedes de municípios representadas no mapa. Tomando os pontos (•) como referência, determine a distância entre elas por meio da escala indicada no mapa. Não esqueça de transformar em quilômetros a medida obtida em centímetros.

____

____

b) Quantos quilômetros a sede do município de Itapevi está distante da sede do município de São Paulo? ______________________

Resolução de problemas

1. Consulte em um atlas a tabela de distância entre cidades da Região Metropolitana de São Paulo.
As distâncias que você calculou utilizando a escala fornecida no mapa da atividade anterior são as mesmas que o atlas informa?

2. Resolva os problemas a seguir aplicando a noção de escala.

a) Em um desenho, aparece 2,5 cm representando um comprimento de 5 m. Qual é a escala desse desenho?

b) A planta de um escritório está na escala de 1 cm : 80 cm. Se no desenho uma parede mede 7 cm, qual é sua medida real em metros?

c) Em um mapa, 25 km são representados por 5 cm. Qual é a escala desse mapa?

Relações entre grandezas

1. Resolva os problemas abaixo e indique a grandeza presente em cada um deles.

a) Calcule a velocidade média de um automóvel que percorreu 90 km em 3 horas.

b) Um ônibus faz o trajeto de uma cidade a outra em 2 horas e 30 minutos. Qual sua velocidade média se a distância percorrida é 80 km?

A grandeza envolvida nesses dois problemas é a velocidade, que é a razão entre as grandezas comprimento e tempo. Para calcular a velocidade de um carro, trem etc., divide-se a *distância* percorrida pelo *tempo* levado para percorrê-la.

2. Outros tipos de grandeza podem ser definidos pela razão de duas outras.

a) A densidade da água é 1 g/cm^3. Isso quer dizer que 1 cm^3 de água tem 1 g de massa.

- Qual é a massa de 5 cm^3 de água?
- Qual é a massa de 1 L de água?

A densidade é uma grandeza decorrente da razão entre *massa* e *volume*.

b) A taxa de natalidade indica o número de nascimentos ocorridos anualmente em cada grupo de 1.000 habitantes de determinado lugar. É calculada pela fórmula:

$$\text{Taxa de natalidade} = \frac{\text{nascimento ao ano}}{\text{população}} \cdot 1.000$$

Usando a calculadora e essa fórmula, calcule a taxa de natalidade do Brasil, sabendo que, em média, nascem 3.000.000 de crianças ao ano e a população está estimada em 193.000.000 de pessoas.

c) Os cerca de 193.000.000 de habitantes do Brasil vivem em uma área de 8.514.215,3 km², ou seja, a densidade demográfica do Brasil é de 22,66 habitantes por quilômetro quadrado.

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{número de habitantes}}{\text{km}^2}$$

Qual é a densidade demográfica da cidade de São Paulo atualmente? Para isso, quais informações é preciso pesquisar?

Faça essa pesquisa e anote sua resposta abaixo.

Problemas de contagem

Resolva os seguintes problemas:

1. A cantina da escola vende alguns tipos de lanche. Há dois tipos de pão (francês ou de forma), duas opções de recheio (hambúrguer ou salsicha) e dois acompanhamentos (presunto ou queijo). Quais e quantas possibilidades um aluno tem para compor seu lanche, sabendo que pode escolher apenas um tipo de pão com um recheio e um acompanhamento?

2. Teresa é secretária do grêmio estudantil de uma escola e cuida da confecção das carteirinhas de estudantes. Na carteirinha de cada sócio, além do nome, ela deseja colocar uma senha de identificação com dois espaços: o primeiro para uma letra e o segundo para um algarismo. Ela vai usar quatro letras (A, B, C, D) e os dez algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

a) Quantas senhas diferentes ela vai obter?

b) E se usar apenas os números pares, quantas serão as senhas?

Análise de chances

Você já parou para pensar qual é a chance de obter soma ímpar no lançamento de dois dados ou dizer “par” e ganhar no jogo de par ou ímpar? Que tal verificar realizando algumas experiências?

1. Em dupla, façam 20 lançamentos de dois dados, somem os pontos obtidos em cada lançamento e anotem em uma folha.

a) Quantas vezes o resultado deu soma ímpar? ____________________

b) Anote no quadro quantas vezes saiu cada soma nos lançamentos de todas as duplas da classe.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

c) Calcule a frequência relativa de cada resultado em relação ao total de lançamentos da classe.

d) Qual foi o resultado que mais apareceu? ______________________

e) A soma ímpar apareceu quantas vezes? ______________________

2. Agora, complete o quadro abaixo com todas as somas possíveis no lançamento de dois dados em uma situação ideal.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1 + 1	2 + 1	2 + 2								
	1 + 2	1 + 3								
		3 + 1								

a) Qual o total de possibilidades obtidas? ______________________

b) Qual a probabilidade de jogar os dois dados e saírem dois números iguais?

____

c) Qual a probabilidade de a soma ser par e maior que 6? ______________

d) Entre as somas possíveis no lançamento de dois dados, quantas são ímpares? ______________________

e) Qual a razão entre o total de resultados com soma ímpar e o total de possibilidades? ______________________

Compare esse número com o valor encontrado por sua classe ao registrar os resultados dos lançamentos realizados.

Par ou ímpar?

1. Imagine que você vai "tirar" par ou ímpar com um amigo para definir quem começa um jogo. Se você pedir par, qual a probabilidade de ganhar a disputa?

No quadro abaixo estão registradas algumas possibilidades de resultados. Complete-o:

	0	1	2	3	4	5
0	(0, 0)	(0, 1)				
1	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)			
2						
3						
4						
5						

a) Quantos pares de números compõem o universo de possibilidades? ______

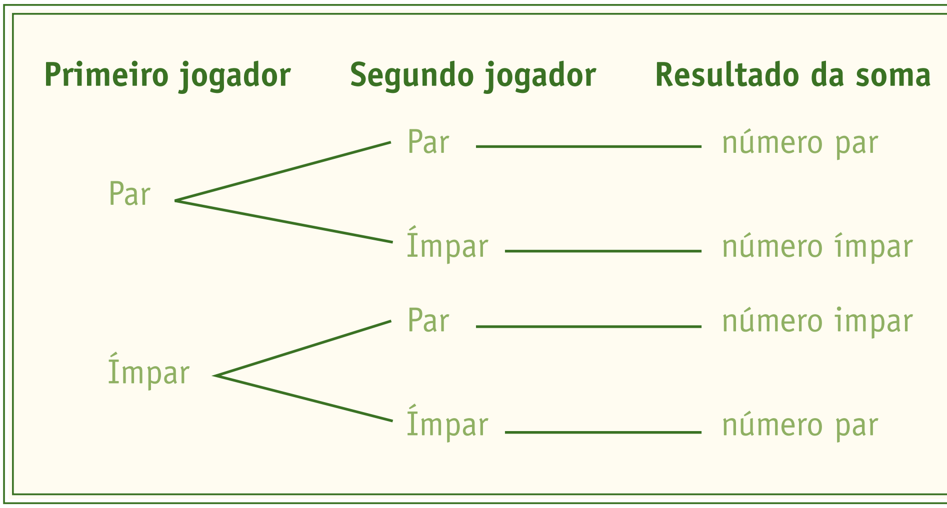
b) Quantos pares dão como resultado um número par? ______________

Qual a razão entre esse número e o total de possibilidades? __________

c) Qual o total de possibilidades de pelo menos um jogador "colocar" par e o resultado ser um número par? ______________________________

Qual a porcentagem de chance de isso acontecer? _________________

2. Um grupo de alunos, ao resolver a atividade anterior, optou por organizar as informações da seguinte forma:



Sua resposta à pergunta sobre o total de possibilidades de "colocar" par e o resultado ser número par foi 25%.

a) Observando o esquema, explique o porquê dessa resposta.

---

b) Qual a chance de ambos os jogadores colocarem ímpar e o resultado ser ímpar?

c) Compare esse esquema com o quadro da atividade anterior. Qual é a relação entre os dois procedimentos?

Árvore de possibilidades

Resolva as situações a seguir utilizando o esquema da atividade anterior, chamado *árvore de possibilidades*.

1. No lançamento de uma moeda, os resultados podem ser cara ou coroa. Se lançarmos simultaneamente duas moedas:

a) Qual o conjunto de resultados possíveis?

b) Qual a probabilidade de obter cara na primeira moeda e coroa na segunda?

c) Qual a probabilidade de obter cara nas duas moedas?

2. E se lançarmos três moedas? Descreva as possibilidades.

Analisando seu registro, responda:

a) Qual é a probabilidade de que nesses três lançamentos ocorram três caras?

b) Qual é a probabilidade de que em qualquer lançamento ocorra apenas uma cara?

c) Qual é a probabilidade de que em qualquer lançamento ocorra pelo menos uma cara?

Resolução de problemas

1. Quantos e quais números de três algarismos podem ser escritos nas seguintes condições: o algarismo das centenas corresponde a um múltiplo de três, o das dezenas é quatro ou sete e o das unidades corresponde a um múltiplo de cinco? Escreva-os.

2. Um casal planeja ter exatamente três filhos.

a) Desenhe a árvore de possibilidades, determinando todos os casos possíveis de nascimentos de meninos e meninas.

b) Qual é a probabilidade de que todas as crianças sejam meninas?

c) Qual é a probabilidade de que os dois primeiros filhos sejam meninos?

As caixas e as chances

1. Uma caixa contém 30 bombons que só são diferentes pelo sabor. Doze são de coco, seis de morango, oito de uva e quatro de banana. Retira-se ao acaso um desses bombons da caixa. Qual é o sabor do bombom com maior chance de ser retirado da caixa?

☐ a) banana ☐ b) coco ☐ c) morango ☐ d) uva

2. Considere um conjunto de cartas numeradas de 1 a 20 em uma caixa.

a) Qual a probabilidade de ser retirado um número par?

b) Qual a probabilidade de esse número par ser maior que 15?

c) Qual a probabilidade de ser retirado um número múltiplo de 2 e 5 ao mesmo tempo?

Agora, é com você

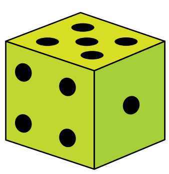
1. (Saresp, 2008) A comissão de formatura do 9° ano está vendendo rifas para arrecadar dinheiro para a festa. Conseguiram vender todos os 180 números de uma rifa. A família de Leonardo comprou seis.

A chance de o prêmio ser sorteado para a família de Leonardo é:

☐ a) $\frac{1}{30}$ ☐ b) $\frac{3}{50}$ ☐ c) $\frac{5}{9}$ ☐ d) $\frac{3}{87}$

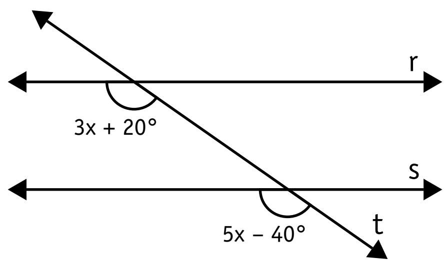
2. (Prova Cidade, 2008) O resultado de um lançamento de um dado de seis faces é o número que estiver na face voltada para cima. No caso da figura ao lado, o resultado do lançamento seria o número 5.

Supondo um lançamento desse dado, qual é a chance de obter um número maior que 4?



☐ a) $\frac{2}{6}$ ☐ b) $\frac{4}{6}$ ☐ c) $\frac{5}{6}$ ☐ d) $\frac{6}{6}$

3. Sabendo que as retas **r** e **s** são paralelas, determine, em graus, o valor de cada uma das medidas dos ângulos assinalados.



4. Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de um:

a) decágono.

b) dodecágono.

5. Quais as medidas de cada ângulo interno e de cada ângulo externo de um triângulo equilátero?

6. A densidade do ferro é 7,8 g/cm³, a do chumbo, 11,3 g/cm³, e a do mercúrio (o líquido dos termômetros), 13,6 g/cm³.

a) Quantos gramas têm 50 cm³ de ferro? ____________________

b) Quantos gramas têm 50 cm³ de chumbo? ____________________

c) Quantos gramas têm 50 cm³ de mercúrio? ____________________

UNIDADE 8

Nesta Unidade, você dará continuidade ao estudo da álgebra, explorando a fatoração de expressões algébricas. Também vai analisar situações envolvendo variação de grandezas e resolver problemas por meio de inequações do primeiro grau, além de explorar algumas construções geométricas.

Você se lembra do que significa fatorar um número? E em qual das operações aritméticas aparecem os termos fatores?

Vamos rever essas ideias nesta Unidade.

Fatoração de expressões algébricas

1. Dê dois exemplos de fatoração de números:

Observe as expressões algébricas abaixo e verifique que tipo de operação foi realizada para que os dois membros da igualdade sejam equivalentes.

$7\,(x + 2) = 7x + 14$	$x\,(a + b) = ax + bx$
$(x + 5)\,(x - 5) = x^2 - 25$	$5y\,(2x + 3) = 10xy + 15y$
$(x + 3)\,(x + 4) = x^2 + 7x + 12$	$(a + 3)\,(a + 3) = a^2 + 6a + 9$

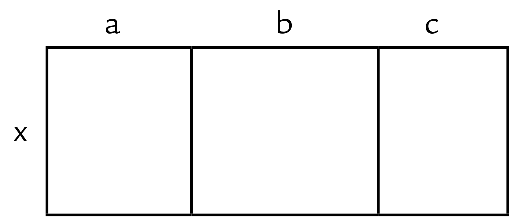
2. Em dupla, transformem as expressões abaixo em um produto de fatores.

a) $2x^4 + 2x^3$	**e)** $8x + 4y$
b) $11a + 33$	**f)** $a^2 - 4$
c) $x^2 + 14x + 49$	**g)** $x^2 + 6x + 9$
d) $3a^2 + 3ab$	**h)** $5mn - 10m$

Construção de relações

I. Vimos na Unidade 5 que a área da figura abaixo, composta por regiões retangulares, pode ser calculada assim:

$x \cdot a + x \cdot b + x \cdot c = x \cdot (a + b + c)$



Nessa igualdade, o segundo membro está escrito como o produto de dois fatores: **x** e $(a + b + c)$. Essa escrita, portanto, é a forma fatorada da expressão: $x \cdot a + x \cdot b + x \cdot c$.

II. Agora, observe as igualdades:

$x^2 + 2 \cdot x = x \cdot (x + 2)$
$2x^3 + 8 \cdot x = 2x \cdot (x^2 + 4)$
$9xy - 6x = 3x \cdot (3y - 2)$

Veja que as expressões do segundo membro também estão escritas na forma de produto, com a variável **x** colocada em *evidência*.

Preencha o quadro abaixo usando a ideia da situação II.

Expressão não fatorada	Fator comum	Expressão fatorada
$6x - 6y$		
$x + 4x$		
$14xy - 21xz$		
$3x + 30xy + 75y$		

Fatoração e área

I. Considere a seguinte região retangular:

	m	n
a	A_1	A_3
b	A_2	A_4

Áreas das partes	Área total
$A_1 = am$; $A_3 = an$ $A_2 = bm$; $A_4 = bn$	$A_{total} = (a + b)\ (m + n)$

Observe: $am + an + bm + bn = (a + b)\ (m + n)$

II. Considere este outro exemplo:

	y	3
x	A_1	A_3
2	A_2	A_4

Áreas das partes	Área total
$A_1 = xy$; $A_3 = 3x$ $A_2 = 2y$; $A_4 = 6$	$A_{total} = (x + 2)\ (y + 3)$

Observe: $xy + 3x + 2y + 6 = (x + 2)\ (y + 3)$

1. Ana e Bia, ao analisarem os dois exemplos da página anterior, perceberam que o segundo membro de cada igualdade é a forma fatorada do primeiro membro. Mas como obter esse resultado sem usar o recurso da área de figuras retangulares?

Observe o que elas fizeram nas duas situações:

Situação I	Situação II
$am + an + bm + bn =$ $= a(m + n) + b(m + n) =$ $= (m + n)\ (a + b)$	$xy + 3x + 2y + 6 =$ $= x(y + 3) + 2(y + 3) =$ $= (y + 3)\ (x + 2)$

Que ideias matemáticas Ana e Bia utilizaram para escrever as expressões algébricas na forma fatorada?

____

____

____

____

2. Utilize o raciocínio das alunas e fatore as expressões:

a) $a^2 + ab + 2a + 2b =$ ______________________

b) $ab + 5b - 2a - 10 =$ ______________________

c) $2x^2 + 4x + 3xy + 6y =$ ______________________

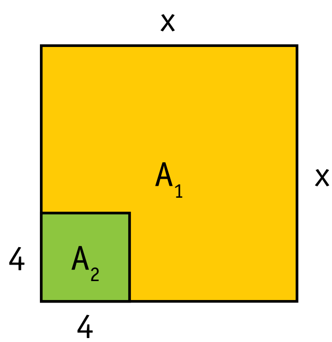
d) $xy + 3y - 7x - 21 =$ ______________________

e) $m^2 - m - mn + n =$ ______________________

Outros casos de fatoração

1. A seguinte proposta foi feita para Ana e Bia: fatorar $x^2 - 16$.

Ana lembrou-se de ter estudado $x^2 - 16$ como produto notável e desenhou a região quadrangular de lado **x**, calculando sua área. Observe:



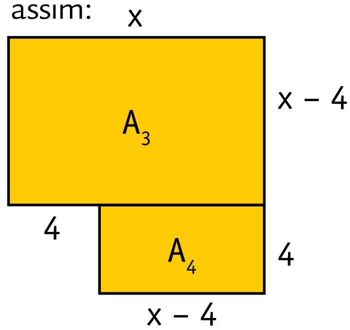
$A_{total} = x^2$

$A_2 = 4^2 = 16$

$A_1 = A_{total} - A_2$

$A_1 = x^2 - 16$

Bia aproveitou o procedimento de Ana para fatorar a expressão $x^2 - 16$, e transformou a região amarela em retângulos cujas áreas podem ser obtidas assim:



$A_3 = x \cdot (x - 4)$

$A_4 = 4 \cdot (x - 4)$

$A_1 = A_3 + A_4$

$A_1 = x \cdot (x - 4) + 4 \cdot (x - 4) = (x + 4) \cdot (x - 4)$

a) Analise os procedimentos das alunas e escreva quais são as relações existentes entre eles.

b) Use o procedimento geométrico de Bia para fatorar a expressão $y^2 - 49$.

2. Complete o quadro observando a regularidade presente.

Expressão	Forma fatorada
$x^2 - 16$	$(x + 4)\ (x - 4)$
$x^2 - 25$	$(x + 5)\ (x - 5)$
$a^2 - 36$	
$x^2 - y^2$	
	$(2m + 1)\ (2m - 1)$

3. Usando a regularidade do quadro, veja como as duas alunas fatoraram as expressões:

a) $(a + b)^2 - 9 = [(a + b) +3]\ [(a + b) - 3]$

b) $(x - 2)^2 - 25 = [(x - 2\ ) + 5]\ [(x - 2\ ) - 5]$

Você concorda com elas? Justifique sua resposta.

4. Utilize essas ideias para fatorar as seguintes expressões:

a) $(5x + 2)^2 - 4 =$ ____________________

b) $(3ab - 2)^2 - 1 =$ ____________________

Produtos notáveis, fatoração e números

1. Ana, que tem estudado álgebra articulando-a com números e geometria, disse para Bia:

"É possível usar o que aprendemos até aqui para calcular $130^2 - 100^2$?"

Observe seus procedimentos:

Ana	Bia
$130^2 - 100^2 =$ $(130 + 100) \cdot (130 - 100) =$ $230 \cdot 30 = 6.900$	$130^2 = 16.900$ $100^2 = 10.000$ $130^2 - 100^2 =$ $16.900 - 10.000 = 6.900$

Qual procedimento você considera mais simples: o de Ana ou o de Bia?

2. Calcule usando o procedimento de Ana:

a) $21^2 - 20^2$

b) $52^2 - 50^2$

3. Percebendo essa possibilidade de estratégia de cálculo mental, Bia fez o seguinte registro para calcular 310^2:

$$310^2 - 300^2 = (310 + 300) \cdot (310 - 300) = 610 \cdot 10 = 6.100$$

Como $300^2 = 90.000$ e a diferença entre os dois quadrados é 6.100,

$310^2 = 90.000 + 6.100 = 96.100$.

Você concorda com Bia? Explique como ela pensou.

4. Ana calculou 310^2 da seguinte forma:

$$(300 + 10)^2 = 300^2 + 2 \cdot 300 \cdot 10 + 10^2 = 90.000 + 6.000 + 100 = 96.100$$

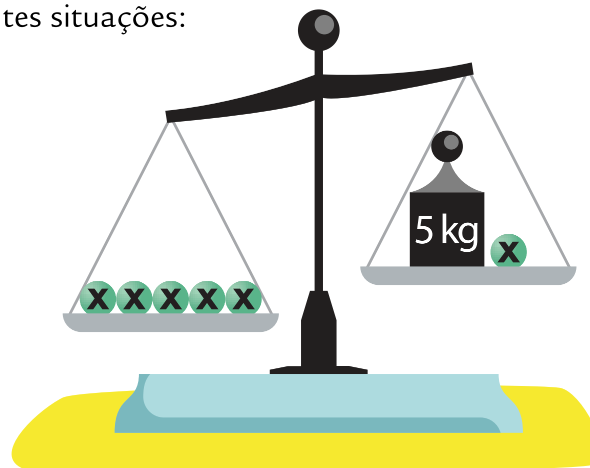
Quais ideias matemáticas Ana utilizou?

5. Em dupla, analisem os procedimentos utilizados pelas alunas e proponham alguns cálculos para outras duplas efetuarem.

Desequilíbrio ou não?

Resolva as seguintes situações:

1.



a) Para que se mantenha esse desequilíbrio, a massa da bolinha pode ser igual a 1 kg? Por quê?

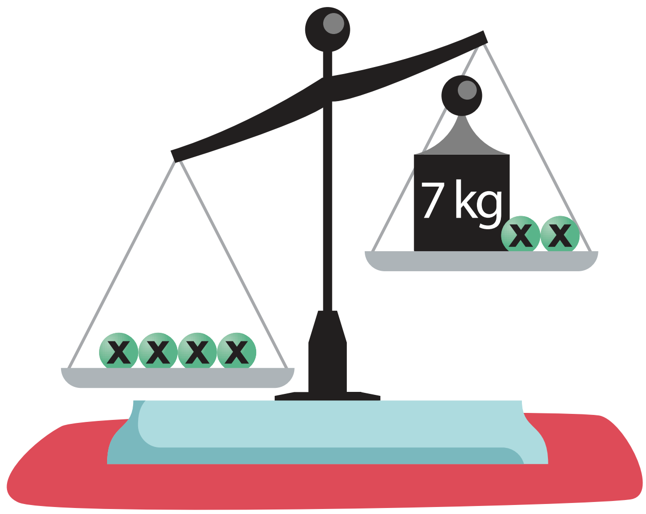
b) E pode ser igual a 2 kg? Por quê?

c) Escreva uma sentença que expresse o desequilíbrio entre as balanças.

d) Quais valores **x** pode ter para que a balança permaneça em desequilíbrio?

e) E, para que a balança se equilibre, qual deve ser a massa da bolinha?

2.



a) Para que se mantenha esse desequilíbrio, a massa da bolinha pode ser igual a 2 kg?

b) E pode ser igual a 3 kg?

c) Escreva uma sentença que expresse esse desequilíbrio.

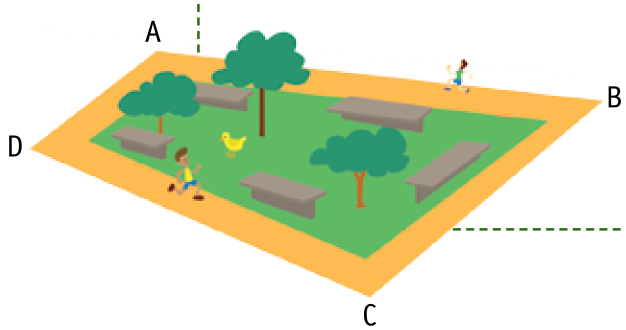
d) Quais valores **x** pode ter para que a balança permaneça em desequilíbrio?

e) E, para que a balança se equilibre, qual deve ser a massa da bolinha?

Resolução de problemas

1. Para fechar um terreno, que já possui muros laterais, seu proprietário decidiu construir também um muro e um portão na frente. Qual deve ser a largura do portão de modo que não ultrapasse 42% da largura do terreno, que é de 15 metros, mas que garanta o espaço para a entrada de um caminhão de 5 metros de largura?

2. A linha ABCD do desenho abaixo representa a pista de corrida de um parque. Sabe-se que o trecho AB é o triplo do trecho AD, o trecho BC é 180 metros mais curto que AB e o trecho DC é 150 metros mais longo que AD. Quanto pode medir o trecho AD, se todo corredor que dá uma volta completa na pista sempre percorre mais do que 3 km?

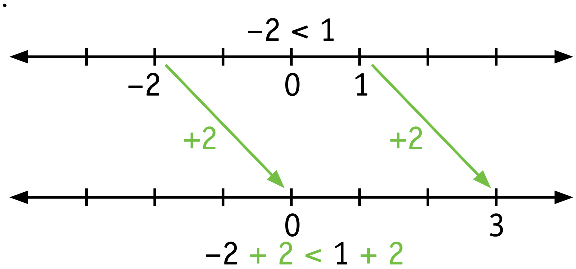


Observação de desigualdades

Veja as afirmações:

a) Se $-2 < 1$, então $-2 + 2 < 1 + 2$	c) Se $1 > -2$, então $1 + 2 > -2 + 2$
b) Se $-2 < 1$, então $-2 - 2 < 1 - 2$	d) Se $1 > -2$, então $1 - 2 > -2 - 2$

Foi proposto para Bia e Ana que verificassem se é possível afirmar que o sentido de uma desigualdade não muda quando um mesmo número é somado a seus membros ou subtraído deles. Para isso, elas utilizaram o seguinte registro:



1. Use o mesmo procedimento e trace a reta numérica para analisar as afirmações **b**, **c** e **d**.

2. Observando suas respostas, é possível afirmar que o sentido de uma desigualdade não muda quando um mesmo número é somado a seus membros ou subtraído deles? ____________________________

Multiplicação dos membros de uma desigualdade

1. Trace uma reta numérica e localize os números 4, -2, 0, $\frac{1}{2}$, -1.

a) Organize esses números em ordem crescente. ______________________

b) Multiplique cada um deles por -1 e localize os resultados na reta numérica.

c) Organize esses resultados em ordem crescente. ______________________

d) Compare as respostas dos itens **a** e **c**. O que você pode concluir sobre esses números? ______________________

2. Preencha o quadro com os símbolos < ou > para que as afirmações sejam verdadeiras.

a) Se $3 < 8$ então $3 \cdot (-1)$ ____ $8 \cdot (-1)$	**e)** Se $10 > 4$ então $10 \cdot (-1)$ ____ $4 \cdot (-1)$
b) Se $-6 < -4$ então $-6 \cdot (-1)$ ____ $-4 \cdot (-1)$	**f)** Se $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ então $\frac{1}{2} \cdot (-1)$ ____ $\frac{1}{4} \cdot (-1)$
c) Se $5 < 7$ então $5 \cdot 2$ ____ $7 \cdot 2$	**g)** Se $0 > -5$ então $0 \cdot 4$ ____ $-5 \cdot 4$
d) Se $-4 < -2$ então: $-4 \cdot (-3)$ ____ $-2 \cdot (-3)$	**h)** Se $-2 > -10$ então: $-2 \cdot (-4)$ ____ $-10 \cdot (-4)$

3. Se você multiplicar por um mesmo número positivo os dois membros de uma desigualdade, o que acontece? ______________________

E se você multiplicar por um mesmo número negativo os dois membros da desigualdade? ______________________

Organização de propriedades

1. Após as verificações das atividades anteriores, complete com os símbolos $<$ ou $>$ as afirmações abaixo para que sejam verdadeiras para quaisquer que sejam os números **a**, **b** e **c**.

Se $a > b$ então $a + c$ ______ $b + c$	Se $a < b$ então $a + c$ ______ $b + c$
Se $a > b$ então $a - c$ ______ $b - c$	Se $a < b$ então $a - c$ ______ $b - c$

Se $c > 0$	Se $c < 0$
Se $a > b$, então $a \cdot c$ ______ $b \cdot c$	Se $a > b$, então $a \cdot c$ ______ $b \cdot c$
Se $a < b$, então $a \cdot c$ ______ $b \cdot c$	Se $a < b$, então $a \cdot c$ ______ $b \cdot c$

2. E, se dividirmos os membros de uma desigualdade por um número **c** qualquer diferente de zero, o que ocorrerá com o sinal da desigualdade? Preencha o quadro seguinte com sua resposta:

Se $c > 0$	Se $c < 0$
Se $a > b$, então ______________	Se $a > b$, então ______________
Se $a < b$, então ______________	Se $a < b$, então ______________

Jogo da desigualdade

Regras do jogo

1) As cartelas ficam empilhadas no centro da carteira, com a parte escrita voltada para baixo, e os cartões, espalhados, com a parte escrita voltada para cima.

2) Cada jogador, em sua vez, desvira uma cartela na mesa, para que todos a vejam.

3) Os jogadores, ao mesmo tempo, localizam cinco cartões com números que satisfaçam a sentença da cartela.

4) Cada jogador conta seus pontos dessa rodada, de acordo com as seguintes condições:

a) Os pontos serão positivos se o número do cartão satisfizer a sentença da cartela desvirada; caso contrário, serão negativos.

b) Se o cartão tiver número inteiro, valerá 1 ponto; se tiver número decimal, 2 pontos; se tiver fração, 3 pontos.

5) Para a rodada seguinte, a cartela é retirada do jogo e os cartões voltam para a mesa.

6) O jogo acaba quando é retirada a última cartela.

Cartões:

−6	−5	−4	−3	−2	−1	0
2	3	4	5	6	−3,5	1
0,5	4,1	2,1	3,1	−4,1	−2,1	−0,5
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{25}{3}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{25}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

Reproduza esses cartões e cartelas em folha de cartolina.

Cartelas:

$x + 7 < 9$	$x - 3 > 5$	$2x \leq 8$
$x + 3 > -1$	$x - 5 \leq -3$	$5 - x < 2$
$7 - x \geq 9$	$-2x \geq 8$	$x + 5 < 5$

Resolução de inequações

1. Observe o exemplo e complete o quadro aplicando as propriedades das desigualdades.

$4x > 20$	$\frac{4x}{4} > \frac{20}{4}$	$x > 5$
$y - 6 > 8$		
$\frac{x}{3} < 12$		
$-x > 4{,}5$		
$2 - 4x < -14$		
$-3x > 10$		
$6 + 2t \leq 20$		

2. Determine os números que satisfazem cada uma das situações.

a) $x \in \mathbb{N}$ e $0 < x < 2$, sendo $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais. ______

b) $x \in \mathbb{N}$ e $0 \leq x \leq 3$, sendo $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais.

______

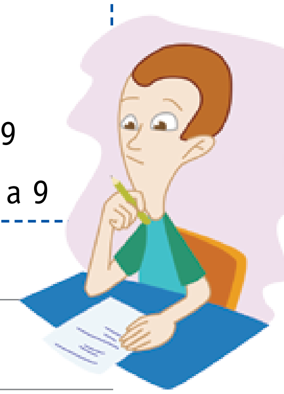
c) $x \in \mathbb{Z}$ e $-2 \leq x < 3$, sendo $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros.

______

Análise de procedimentos de resolução

1. Bia e Vítor resolveram de maneiras diferentes a inequação $3(x + 2) \leq 6x - 21$. Observe:

Bia	Vítor
$3(x + 2) \leq 6x - 21$	$3(x + 2) \leq 6x - 21$
$3(x + 2) \leq 3(2x - 7)$	$3x + 6 \leq 6x - 21$
$x + 2 \leq 2x - 7$	$3x - 6x \leq - 21 - 6$
$2 + 7 \leq 2x - x \Rightarrow 9 \leq x$	$-3x \leq -27 \Rightarrow x \geq \frac{-27}{-3} \Rightarrow x \geq 9$
x é um número maior ou igual a 9	**x** é um número maior ou igual a 9



a) Os dois procedimentos estão corretos? Por quê? ______________

____

____

____

b) Em que os modos de resolver se diferenciam? Descreva a maneira de pensar de cada um, identificando as propriedades utilizadas por eles.

____

____

2. Escolha um dos procedimentos para resolver as inequações.

a) $2(x + 3) < 3x + 9$

b) $3(x + 5) \geq 2(x - 3)$

Resolução de problemas

1. Em 2010, a Empresa de Correios e Telégrafos (ECT) cobrava por uma mensagem dos Estados Unidos para o Brasil, via fax, R$ 11,00 pela primeira página e R$ 9,15 por página adicional, completa ou não. Qual o número mínimo de páginas de uma dessas mensagens para que seu preço ultrapassasse o valor de R$ 50,00?

2. Do total do salário que recebe, Flávio gasta $\frac{1}{4}$ com alimentação, $\frac{2}{5}$ com aluguel e R$ 400,00 em roupas e lazer. Ele gostaria que, descontadas todas essas despesas, sobrassem no mínimo R$ 230,00. Para isso, seu salário deveria ser de quantos reais no mínimo?

3. A tabela abaixo apresenta três planos de telefonia celular.

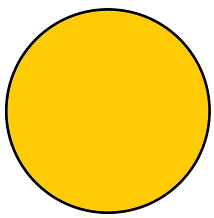
Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para uma pessoa que utiliza 25 minutos por mês? De quanto é esse custo?

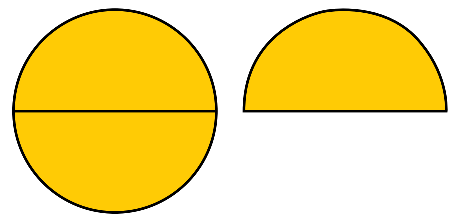
b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

Medição de ângulos

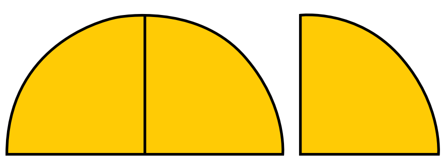
Reproduza o círculo abaixo em papel para dobradura e recorte-o.



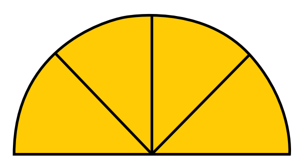
- Esse círculo representa uma volta completa ou um ângulo de 360°. Dobre-o ao meio, obtendo meia volta ou um ângulo de 180°.



- Dobre essa metade ao meio e o ângulo será de 90°.



- Dobre novamente na metade, resultando em três marcas separadas por quatro ângulos de 45° cada um.



a) Como você continuaria dobrando para obter ângulos de 60° e 30°?

b) Demonstre usando o círculo que você recortou e desenhe no espaço abaixo.

Congruência de triângulos

Construa nos espaços abaixo:

a) Um triângulo ABC, de modo que a medida do lado AB seja 6 cm, a do ângulo A, 45° e a do ângulo B, 60°.

b) Um triângulo DEF, de modo que a medida do lado DE seja 8 cm, a do lado EF, 5 cm e a do ângulo E, 120°.

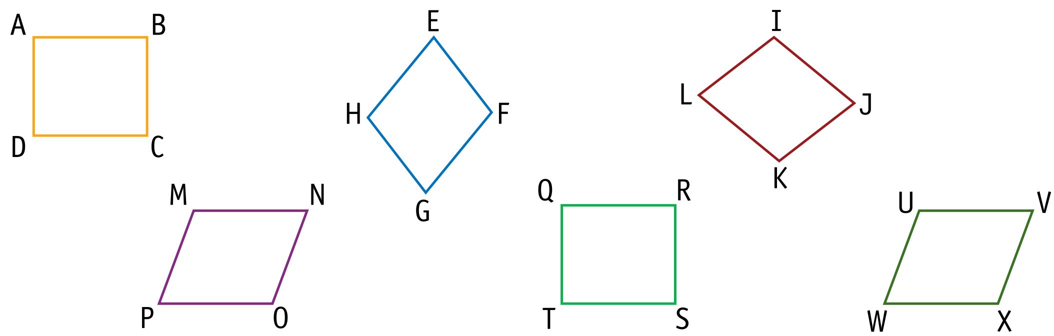
c) Reproduza esses triângulos em uma folha de papel e recorte-os.

d) Compare o triângulo ABC que você construiu com o triângulo ABC construído por um colega. Eles coincidem se forem sobrepostos, ou seja, são congruentes? ______________________________

e) Compare o triângulo DEF que você construiu com o triângulo DEF construído por um colega. Eles são congruentes? ______________

Congruência de polígonos

1. Observe que todos os polígonos a seguir têm os quatro lados com a mesma medida.

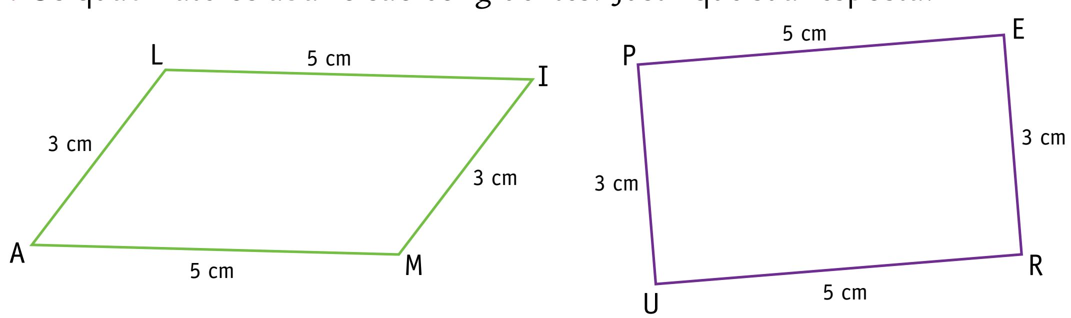


Responda:

a) Há polígonos congruentes ao quadrilátero ABCD? Explique.

b) E congruentes ao quadrilátero EFGH? Explique.

2. Os quadriláteros abaixo são congruentes? Justifique sua resposta.

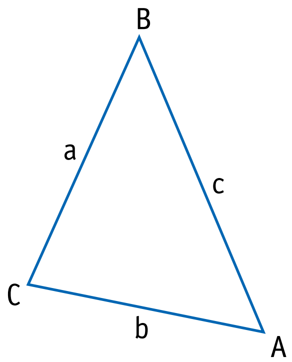


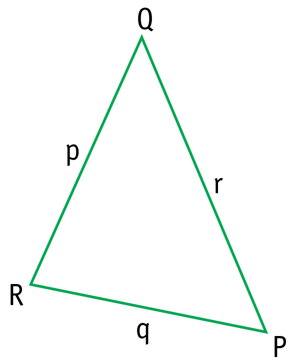
Casos de congruência

Bia e Ana, estudando congruência de polígonos, identificaram casos de congruência de triângulos.

Primeiro caso: São congruentes dois triângulos cujas medidas dos três lados são respectivamente iguais. Esse caso de congruência é chamado LLL (lado, lado, lado).

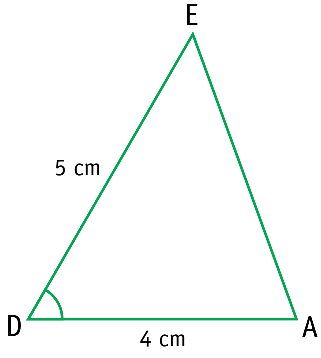
Assim, se a = p, b = q, c = r, então o triângulo ABC é congruente ao triângulo PQR.

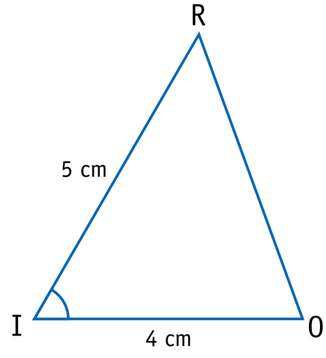




Segundo caso: São congruentes dois triângulos que têm respectivamente iguais as medidas de dois lados e a do ângulo compreendido entre esses lados. Esse caso de congruência é chamado LAL (lado, ângulo, lado).

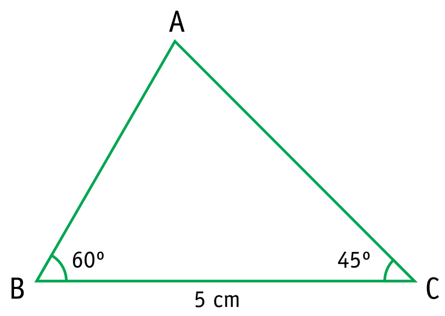
Observe:

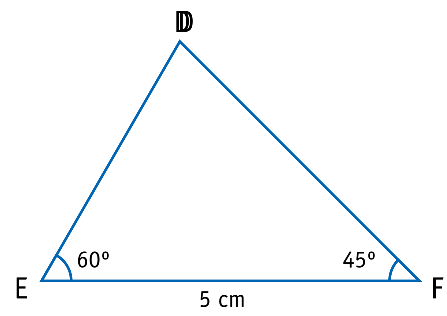




Terceiro caso: Se dois triângulos têm um lado e os dois ângulos a ele adjacentes respectivamente de mesma medida, então eles são congruentes. Esse caso de congruência é chamado ALA (ângulo, lado, ângulo).

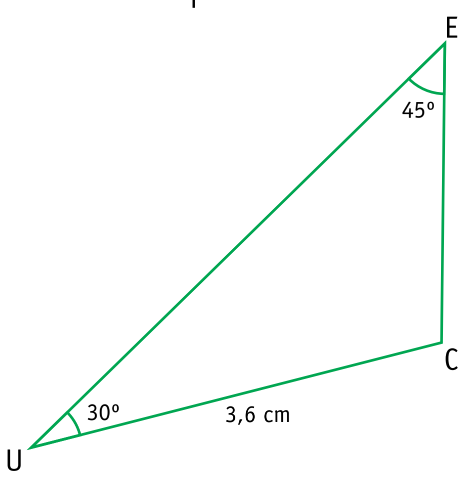
Observe:

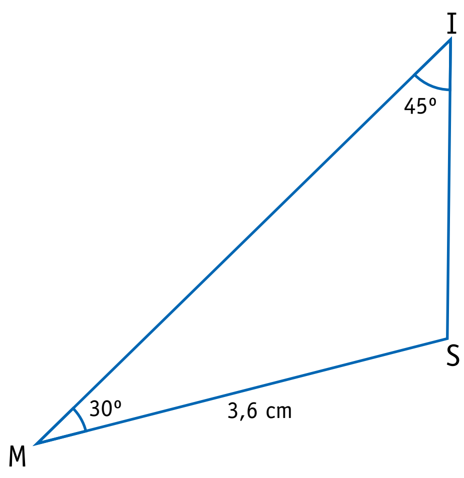




Quarto caso: Se dois triângulos têm respectivamente iguais as medidas de um dos lados, as medidas de um ângulo interno com vértice nesse lado e as medidas do ângulo oposto a esse lado, então eles são congruentes. Esse caso de congruência é chamado LAA_0 (lado, ângulo, ângulo oposto).

Por exemplo:

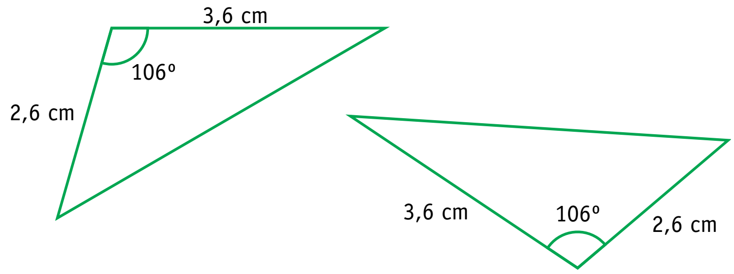




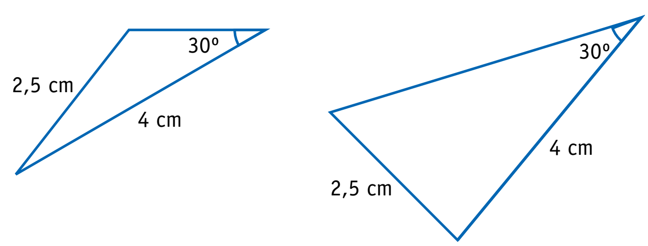
Análise de casos de congruência

1. Verifique se os pares de triângulos a seguir são ou não congruentes, utilizando os casos de congruência LLL, LAL, ALA. Em caso afirmativo, indique o caso.

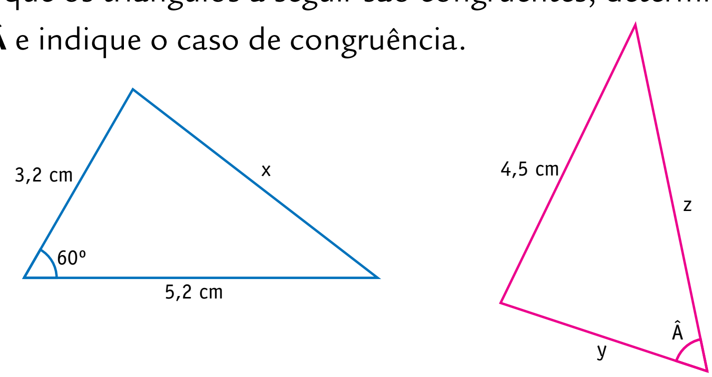
a)



b)

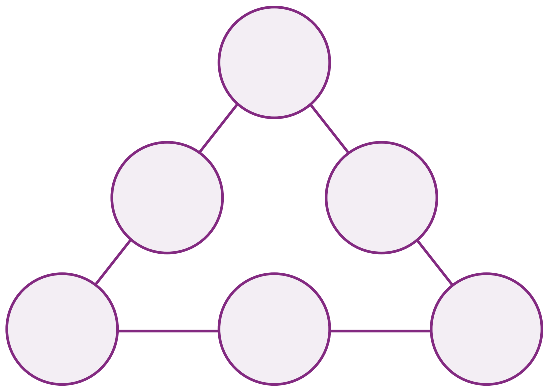


2. Sabendo que os triângulos a seguir são congruentes, determine as medidas **x**, **y**, **z** e **Â** e indique o caso de congruência.



Resolução de problemas

1. Escreva, na disposição triangular abaixo, os números de 1 a 6, sem repeti-los, de modo que a soma dos números em cada lado seja igual a 9.



a) Essa é a única solução? ______________________

b) Compare-a com a de seus colegas e registre duas soluções diferentes da sua.

c) O que você observa? Essas soluções têm algo em comum? Registre suas conclusões.

2. Usando essa representação triangular e os mesmos números, escreva-os de modo que a soma seja 10.

3. É possível utilizar o que foi percebido de comum nas soluções anteriores para organizar os números de tal forma que a soma dê 11?

Escreva como deve ser essa organização, desenhando uma representação triangular.

Esse tipo de disposição triangular em que a soma de números, em qualquer um dos lados, é a mesma chama-se triângulo mágico.

4. E a soma 12 é possível? Registre sua hipótese.

Investigação

1. É possível construir um triângulo mágico com a sequência de números 2, 3, 4, 5, 6, 7 de modo que a soma dos números em cada lado do triângulo seja sempre a mesma? Verifique.

2. Reúna-se com alguns colegas e pensem em um procedimento que permita determinar triângulos mágicos com certas sequências de números. Anote as conclusões do grupo.

3. Construa um triângulo mágico com uma nova sequência de seis números e sua respectiva soma.

Agora, é com você

1. Resolva as seguintes inequações:

a) $4(x + 10) - 2x > x + 18$

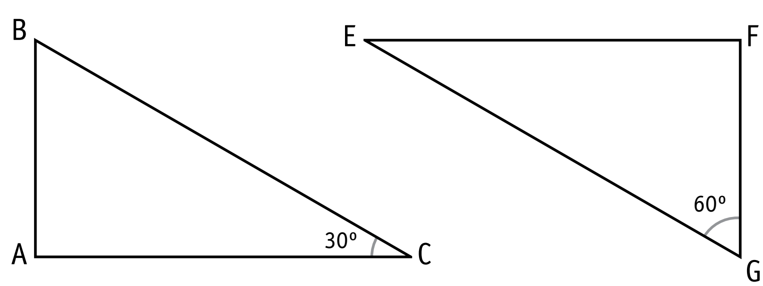
b) $3x - 2(x - 5) < 3(2x + 6)$

2. João tinha 3 anos quando Pedro nasceu. Atualmente João tem mais de 15 anos. O que podemos afirmar a respeito da idade de Pedro hoje? Quais das sentenças abaixo podem traduzir a idade de Pedro, indicada por **x**?

☐ a) $x > 18$ ☐ b) $x < 12$ ☐ c) $x > 12$

3. Os dois triângulos abaixo são retângulos. AB = FG.

O triângulo ABC é congruente ao triângulo EFG? Justifique.



4. Fatore as expressões:

a) $21xy + 7y - 12x - 4$

b) $x^2 - 4x$

c) $6x^2y^2 - 9x^2y + 15xy^2$

d) $a^2 - 5a + a - 5$

e) $100 - x^2$

5. Calcule os seguintes valores, utilizando o que você aprendeu sobre produtos notáveis:

a) 98^2

b) $102^2 - 100^2$

c) 1.001^2

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES