

2ª E 3ª SÉRIE DO
ENSINO MÉDIO

Língua Portuguesa e Matemática



GOVERNO DO
ESTADO DO TOCANTINS
www.to.gov.br

Secretaria da
Educação
Cuidar e Educar
www.seduc.to.gov.br

Subsecretaria da Educação Básica
Superintendência de Informação e Tecnologia da Educação
Coordenadoria de Avaliação e Acompanhamento do Ensino e Suas Modalidades

MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SALTO E DETALHAMENTO DOS DESCRITORES DO GUIA DE APRENDIZAGEM COM SUGESTÕES DE ATIVIDADES DE MATEMÁTICA DA 2ª E 3ª SÉRIES DO ENSINO MÉDIO

Palmas
2012

2ª E 3ª SÉRIE DO
ENSINO MÉDIO

Língua Portuguesa e Matemática



GOVERNO DO
ESTADO DO TOCANTINS
www.to.gov.br

Secretaria da
Educação
Cuidar e Educar
www.seduc.to.gov.br

Subsecretaria da Educação Básica
Superintendência de Informação e Tecnologia da Educação
Coordenadoria de Avaliação e Acompanhamento do Ensino e Suas Modalidades

José Wilson Siqueira Campos
Governador do Estado

Danilo de Melo Souza
Secretário de Estado da Educação

Ricardo Teixeira Marinho
Secretário Executivo da Secretaria da Educação

Cristiane Sales Coêlho
Subsecretária de Gestão e Finanças

Marciane Machado Silva
Subsecretária da Educação Básica

Joneidson Marinho Lustosa
Superintendente de Informação e Tecnologia da Educação

Romão Pereira Neri
Coordenador de Avaliação e Acompanhamento do Ensino e suas Modalidades

ORGANIZADORES - CAAEM

Abrão de Sousa - Língua Portuguesa
Alessandra Oliveira Quirino – Língua Portuguesa
Alexandre Costa Barros – Matemática
Claudia Alves Mota de Sousa – Matemática
Dorize Macedo dos Santos - Geografia
Edson Carlos Mendes dos Santos – Matemática
Emerson Azevedo Soares - Biologia
Elizama Mauricio de Paiva Santos - Língua Portuguesa
Iranilde Pereira Fernandes – Pedagogia
Maria Aurileuda Freitas de Vasconcelos – Matemática
Maria Francinete Soares Conceição de Souza – Pedagogia
Mariana Castro Cavalcante Lima Silva - Língua Portuguesa
Simone Correa de Sousa - Pedagogia

Educador Tocantinense,

O Governo do Tocantins, por meio da Secretaria da Educação, vem alcançando importantes resultados na área educacional, como a conquista do Prêmio Nacional de Gestão Escolar, a implantação do Ensino de Tempo Integral em todas as regiões do Estado, os índices verificados, com a aplicação dos instrumentos do Sistema de Avaliação do Tocantins – SALTO e outros, demonstrando o crescimento do ensino e da aprendizagem e os reflexos dos investimentos na área educacional.

Os resultados do SALTO, por exemplo, muito têm contribuído para as unidades escolares estabelecerem metas e implantarem ações pedagógicas e administrativas visando à garantia do direito de aprender a todos os alunos tocantinenses.

Somando esforços neste sentido, apresento o Guia Pedagógico do Professor, uma importante ferramenta para fortalecer a prática em sala de aula.

Assim, convido você, Educador, para, juntos, buscarmos o aperfeiçoamento das ações educacionais, com vistas a melhorar os indicadores e a proporcionar uma educação justa e de qualidade, sempre focados no propósito de cuidar e educar.

Bom trabalho!



Siqueira Campos
Governador do Tocantins

Prezado (a) Professor (a),

A Secretaria da Educação do Estado do Tocantins, visando o fortalecimento da prática pedagógica, apresenta a **Apostila do Professor com a Matriz de Referência do SALTO, Detalhamento dos Descritores e Sugestões de Atividades de Língua Portuguesa para a 2ª e a 3ª série do Ensino Médio** da Rede Estadual de Ensino.

Por meio do **Boletim Pedagógico/SALTO**, podem-se identificar as habilidades que já foram desenvolvidas por seus alunos bem como aquelas que ainda estão em fase de desenvolvimento. Nossa proposta é que você reflita sobre algumas sugestões de atividades que podem ser trabalhadas em sala de aula, a fim de desenvolver habilidades importantes para que os alunos, nesse nível de ensino, prossigam com seu processo de escolarização.

A apostila, por meio dos itens, focaliza as habilidades e competências relativas aos conhecimentos básicos necessários para que os alunos sejam capazes de solucionar problemas cotidianos, apropriando-se de conhecimentos adquiridos na escola.

A **Matriz de Referência do SALTO** foi elaborada tomando como base o Proposta Curricular do Ensino Médio do Tocantins e a Matriz de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB e deve servir como referência para avaliação dos alunos.

Em **Língua Portuguesa** – os itens avaliam seis tópicos norteadores – Procedimentos de Leitura, Implicações do Suporte, do Gênero e/ou Enunciador na Compreensão do Texto; Relação entre Textos; Coerência e Coesão no Processamento do Texto; Relações entre Recursos Expressivos e Efeitos de Sentido e Variação Linguística. Para seleção e elaboração dos itens, levaram-se em conta as principais finalidades da Língua Portuguesa, Leitura e Interpretação de Textos.

Estamos certos de que as atividades propostas nesta apostila, aliadas à sua experiência docente e à sua sensibilidade, serão instrumentos úteis no apoio às discussões pedagógicas em sua escola e no aprimoramento do trabalho pedagógico de sala de aula.

Bom trabalho!



Danilo de Melo Souza
Secretário de Estado da Educação

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA

A Matriz de Referência de Matemática do Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Tocantins – SALTO é composta por quatro eixos, sendo eles:

I - Espaço e Forma;

II - Grandezas e Medidas;

III - Números e Operações/Álgebra e Funções;

IV - Tratamento da Informação;

MATRIZ DE REFERENCIA DE MATEMÁTICA - EIXOS E SEUS DESCRITORES	
3ª Série do Ensino Médio	
EIXOS	DESCRITORES
EIXO I - Pensamento Geométrico TEMA I - Espaço e Forma	D1 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
	D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
	D3 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
	D4 – Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
	D5 – Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
	D6 – Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
	D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
	D8 – Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
	D9 – Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a Solução de um sistema de equações com duas incógnitas.
	D10 – Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
EIXO I - Pensamento Geométrico TEMA II - Grandezas e Medidas	D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
	D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
	D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou

	volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).	
EIXO II - Pensamento Numérico/Aritmético TEMA III - Números e Operações/Álgebra e Funções	D14 – Identificar a localização de números reais na reta numérica.	
	D15 – Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.	
	D16 – Resolver problema que envolva porcentagem.	
	D17 – Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.	
	D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	
	D19 - Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.	
	D20 – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.	
	D21 – Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.	
	D22 - Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.	
	EIXO III – Pensamento Algébrico TEMA III - Números e Operações/Álgebra e Funções	D23 – Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
		D24 – Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
		D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
		D26 – Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
		D27 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
		D28 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
		D29 – Resolver problema que envolva função exponencial.
D30 – Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.		
D31 – Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.		
D32 – Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples,		

	arranjo simples e/ou combinação simples.
	D33 – Calcular a probabilidade de um evento
EIXO IV - Tratamento da Informação	D34 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
	D35 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.
	D36 - Resolver problemas utilizando conceitos de Estatística.

MATEMÁTICA – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

I – TEMA: ESPAÇO E FORMA

D1 - Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar os sólidos geométricos.
- Representar as diferentes formas planas presentes na natureza;
- Classificar as formas geométricas e seus elementos;
- Explorar situações cotidianas que envolvam a idéia de proporcionalidade.
- Explorar as formas, classificar e organizar agrupamentos a partir de semelhanças e diferenças é a primeira manifestação de geometria, facilitando o desenvolvimento do vocabulário matemático.

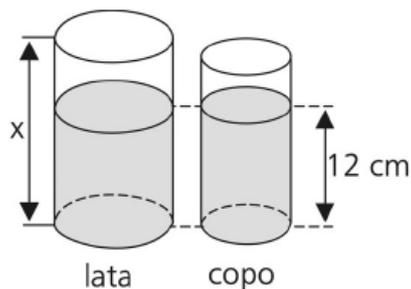
Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Fazer oficina de construção de figuras geométricas;
- Através das figuras os alunos conceituarem a semelhança, com ampliações e reduções das mesmas;
- Medir os elementos das figuras confeccionadas em lados, ângulos e altura.
- Manipular embalagens de diferentes formas e tamanhos e coleções de sólidos geométricos, ampliando a visão espacial dos alunos, desenvolvendo sua visualização espacial e tornando mais compreensível a transição do espaço bidimensional para o tridimensional.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Conjunto de sólidos geométricos e planificações.

Atividades:

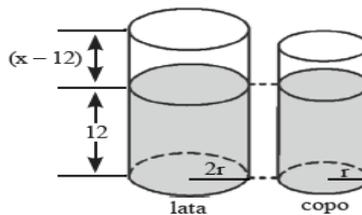
01 -(ESPM/Jul-2010) A figura representa uma lata de refrigerante e um copo, ambos cilíndricos. A razão entre os raios internos da lata e do copo é 2:1. Estando a lata completamente cheia, seu conteúdo é transferido para o copo até que as superfícies dos líquidos fiquem na mesma altura de 12 cm.

Podemos concluir que a altura x da lata é



(A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

Resolução:



O volume vazio na lata é equivalente ao volume ocupado no copo.

Daí:

$$\pi (2r)^2 \cdot (x-12) = \pi r^2 \cdot 12$$

$$x-12=3$$

$$x=15\text{cm}$$

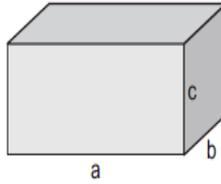
02 -(SIMULADO ENEM 2009) **Cisterna** é um reservatório de água usado, normalmente, para colher água da chuva em regiões assoladas pela seca. Um grupo de moradores de uma região quer dobrar a capacidade de uma cisterna como a representada no desenho.

Para isso, é necessário dobrar

- (A) seu comprimento, sua altura e sua largura.
- (B) seu comprimento e sua altura.
- (C) seu comprimento e sua largura.
- (D) sua altura, ou seu comprimento, ou sua largura.**
- (E) sua altura e sua largura.



Solução:

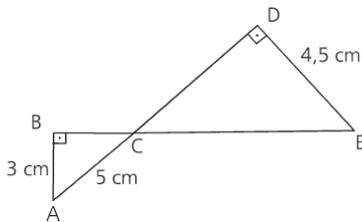


Se a , b e c forem as dimensões iniciais da cisterna, o volume é $a \cdot b \cdot c$.

Para que o volume passe para $2abc$, é suficiente dobrar apenas uma das dimensões.

Resposta: D

03 – (ESPM/Jul-2010) Na figura abaixo, $\angle ABE = \angle ADE = 90^\circ$, AB mede 3 cm, DE mede 4,5 cm e AC mede 5 cm. As retas que contêm AB e DE se cruzam no ponto P . A razão entre PD e PB é



- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{15}{16}$ (C) $\frac{20}{21}$ (D) $\frac{22}{23}$ (E) $\frac{14}{15}$

Solução:

Por Pitágoras, no $\triangle ABC$, $5^2 = 3^2 + (BC)^2 \Rightarrow BC = 4$

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (A.A.) pois \hat{B} e \hat{D} são retos e \hat{DCE} (op.p.v)

Então,

$$\frac{3}{4,5} = \frac{5}{CE} = \frac{4}{CD}$$

Temos:

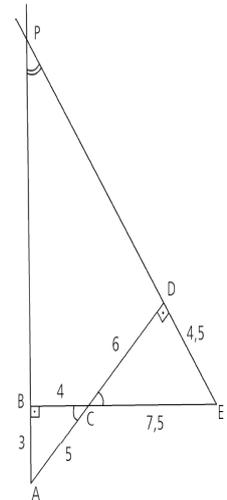
$$3CE = 22,5 \Rightarrow CE = \frac{22,5}{3} = 7,5$$

$$3CD = 18 \Rightarrow CD = 6$$

$\triangle PAD \sim \triangle PEB$ (A.A.) porque

\hat{B} e \hat{D} são retos e \hat{P} é comum

Assim,



$$\frac{5+6}{4+7,5} = \frac{PD}{PB} \Rightarrow \frac{PD}{PB} = \frac{110}{115} = \frac{22}{23}$$

04–(SIMULADO COLÉGIO BANDEIRANTES 2008) Uma lata de extrato de tomate é um cilindro circular reto de raio R na base e altura H. Despreza-se a espessura da lata. Deseja-se distribuir o conteúdo dessa lata em latas menores também cilíndricas, todas de altura correspondente a 25% da altura da lata grande e com diâmetro da base igual à terça parte do diâmetro da base da lata grande. Quantas latas dessas menores serão necessárias para fazer essa distribuição?

- (A) 18
- (B) 20
- (C) 24
- (D) 30
- (E) 36**

Solução:

Alternativa e.

Seja R o raio da base e H a altura da lata grande.

Cada lata menor terá raio da base r e altura h, onde

$$r = \frac{R}{3} \text{ e } h = 25\% H = \frac{25}{100} \cdot H = \frac{H}{4}$$

Seja V_G o volume da grande e V_p o volume da pequena, temos:

$$\frac{V_G}{V_p} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{R^2 H}{\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{H}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4}} = 36$$

Serão necessárias 36 latas dessas menores.

D2 - Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

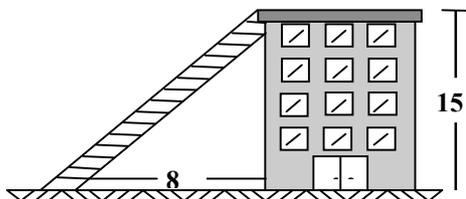
- Relacionar o estudo das funções trigonométricas à descrição de fenômenos físicos.
- Aplicar os conhecimentos sobre as funções seno e cosseno na descrição e interpretação de situações e fenômenos científicos e na Solução de problemas da Física.
- Estabelecer e aplicar as relações trigonométricas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.
- Propor atividades que envolvam medições, em especial o cálculo de alturas inacessíveis. A construção do Teodolito e sua utilização facilitam a compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo e suas aplicações.

Atividades:

01—(<http://www.ifpi.edu.br/arquivos/PROVA>) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de

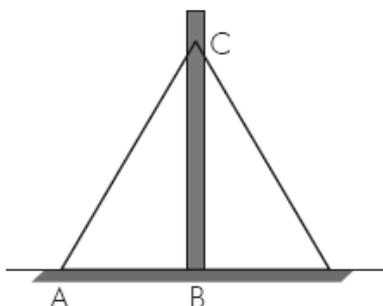


- (A) 12 m.
- (B) 30 m.
- (C) 15 m.
- (D) 17 m.**
- (E) 20 m.

Solução:

$$\begin{aligned}X^2 &= 15^2 + 8^2 \\X^2 &= 225 + 64 \\X^2 &= 289 \\X &= \pm \sqrt{289} \\X &= \pm 17\end{aligned}$$

02 – (UFRS) Uma torre vertical é presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal, conforme mostra a figura. Se **A** está a 15m da base, **B** da torre e **C** está a 20m de altura, o comprimento do cabo **AC** é



- (A) 15m.
 (B) 20m.
 (C) 25m.
 (D) 35m.
 (E) 40m.

Solução

$$X^2 = 20^2 + 15^2$$

$$X^2 = 400 + 225$$

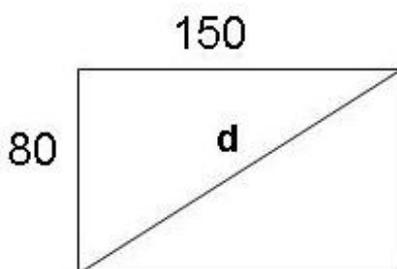
$$X^2 = 625$$

$$X = \pm \sqrt{625}$$

$$X = \pm 25$$

03 – (SIMULADO ENEM 2009) Em um bairro de certa cidade, há uma praça retangular, bastante frequentada pela população, medindo 150 m de comprimento e 80 m de largura. Em um momento em que várias pessoas estão nessa praça, a distância entre duas dessas pessoas pode ser, no máximo, de

- (A) 150 m.
 (B) 170 m.
 (C) 200 m.
 (D) 283 m.
 (E) 125 m.

**Solução:**

$$d^2 = 150^2 + 80^2$$

$$d^2 = 22500 + 6400$$

$$d^2 = 28900$$

$$d = \pm \sqrt{28900}$$

$$d = \pm 170$$

D3 - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

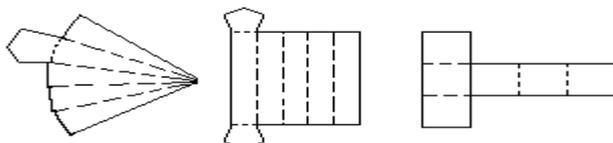
- Associar sólidos geométricos com suas planificações permite aprofundar o estudo dos números naturais associado aos elementos dos poliedros.
- Identificação de figuras geométricas tridimensionais;
- Identificação de figuras geométricas bidimensionais;
- Representar figuras geométricas;
- Classificar sólidos geométricos
- Estabelecer relações entre as formas geométricas e as embalagens comerciais;
- Relacionar os elementos de um poliedro convexo.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Fazer oficina de construção de figuras geométricas; para que o aluno possa visualizar na prática objetos tridimensionais em diferentes perspectivas a partir do ponto de observação.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Kit para construção de poliedros.
- Uma das formas de representar os poliedros é utilizando varetas para representar as arestas, bolinhas de massa de modelar para representar os vértices, assim os principais elementos de um poliedro: faces, arestas e vértices ganham vistas e concretiza a contagens destes elementos.
- Manipular embalagens de diferentes formas e tamanhos e coleções de sólidos geométricos, ampliando a visão espacial dos alunos, desenvolvendo sua visualização espacial e tornando mais compreensível a transição do espaço bidimensional para o tridimensional.

Atividades:

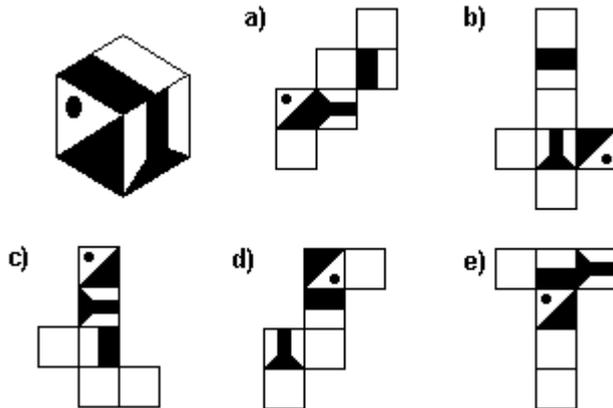
01- (Unitau 95) Se dobrarmos convenientemente as linhas tracejadas das figuras a seguir, obteremos três modelos de figuras espaciais cujos nomes são:



- (A) tetraedro, octaedro e hexaedro.
(B) paralelepípedo, tetraedro e octaedro.
(C) octaedro, prisma e hexaedro.
(D) pirâmide, tetraedro e hexaedro.
(E) pirâmide pentagonal, prisma pentagonal e hexaedro.

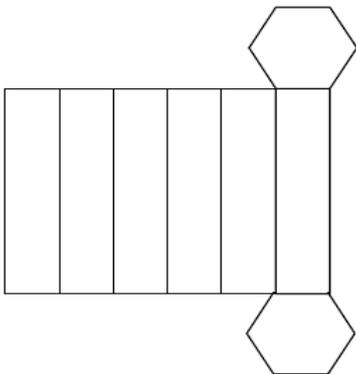
Alternativa correta: E

02 - (Uel 2001) Em qual das alternativas está a planificação do cubo representado abaixo?



Alternativa correta: D

03 – (SAEB) A figura abaixo é a planificação de:



- (A) uma pirâmide de base hexagonal.
- (B) um prisma de base hexagonal.**
- (C) um paralelepípedo.
- (D) um hexaedro.
- (E) um prisma de base pentagonal.

Alternativa correta: B

D4 - Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar propriedades comuns e diferença entre os sólidos geométricos (números de faces).
- Identificar os sólidos geométricos.
- Classificar as formas geométricas e seus elementos.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Fazer oficina de construção de figuras geométricas; para que o aluno possa visualizar na prática objetos tridimensionais em diferentes perspectivas a partir do ponto de observação.
- Utilizar situações-problema para conceituar arestas, vértices e faces, através de planificações, montagem e desmontagem de caixas de diversos tamanhos.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Kit para construção de poliedros.
- Uma das formas de representar os poliedros é utilizando varetas para representar as arestas, bolinhas de massa de modelar para representar os vértices, assim os principais elementos de um poliedro: faces, arestas e vértices ganham vistas e concretiza a contagens destes elementos.
- Manipular embalagens de diferentes formas e tamanhos e coleções de sólidos geométricos ampliando a visão espacial dos alunos, desenvolvendo sua visualização espacial e tornando mais compreensível a transição do espaço bidimensional para o tridimensional.

Atividades:

01 - (Unitau 95) Indique quantas faces possuem, respectivamente, nessa ordem, os sólidos numerados com I, II, III e IV a seguir:

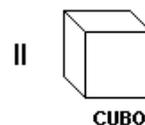
(A) 8, 6, 5, 6.

(B) 8, 6, 6, 5.

(C) 8, 5, 6, 6.

(D) 5, 8, 6, 6.

(E) 6, 18, 6, 5.



Alternativa correta: A

02 - (Cesgranrio 95) Um poliedro convexo tem 14 vértices. Em 6 desses vértices concorrem 4 arestas, em 4 desses vértices concorrem 3 arestas e, nos demais vértices, concorrem 5 arestas. O número de faces desse poliedro é igual a

(A) 16.

(B) 18.

(C) 24.

(D) 30.

(E) 44.

SOLUÇÃO:

$$6 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 56 \text{ arestas}$$

$$A = 56/2 = 28 \text{ arestas}$$

$$V = 14$$

$$V + F = A + 2$$

$$14 + F = 28 + 2$$

$$F = 30 - 14 = 16$$

03 - (Cesgranrio 92) Um poliedro convexo é formado por 4 faces triangulares, 2 faces quadrangulares e 1 face hexagonal. O número de vértices desse poliedro é de

(A) 6.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 9.

(E) 10.

SOLUÇÃO:

Número de arestas será:

$$A = \frac{4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 6}{2} = \frac{12 + 8 + 6}{2} = 13.$$

O total de faces $4 + 2 + 1 = 7$

O valor de $V = 13 + 2 - 7 = 8$

04 - (Unirio 97) Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices deste cristal é igual a

(A) 35.

(B) 34.

(C) 33.

(D) 32.

(E) 31.

SOLUÇÃO:

Número de arestas= $60.3/2=90$

$V+F=A+2$

$V+60=90+2$

resposta: $V=32$

05 - (Fuvest 99) O número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Pode-se, então, afirmar que esta pirâmide possui

- (A) 33 vértices e 22 arestas.
- (B) 12 vértices e 11 arestas.
- (C) 22 vértices e 11 arestas.
- (D) 20 vértices e 12 arestas.
- (E) 12 vértices e 22 arestas.**

Solução: Temos que, as 11 faces triangulares são faces laterais; estas 11 faces, por serem laterais, determinam, na base da pirâmide, um polígono de 11 lados e por conseguinte 11 vértices. Assim, o número de vértices é 12 (11 vértices na base e mais o vértice principal) e o número de arestas é 22 (11 arestas na base e 11 arestas laterais). Logo, (E) é a alternativa correta.

D5 - Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente)

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

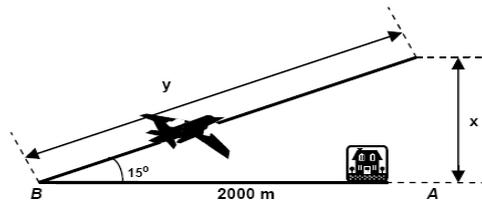
- Relacionar o estudo das funções trigonométricas à descrição de fenômenos físicos.
- Aplicar os conhecimentos sobre as funções seno e cosseno na descrição e interpretação de situações e fenômenos científicos e na Solução de problemas da Física.
- Estabelecer e aplicar as relações trigonométricas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.

Atividades:01– (<http://matematicao.mat.ufrgs.br/assessorias/2010>)

Um avião levanta vôo em B e sobe fazendo um ângulo constante de 15° com a horizontal. A que altura está e qual distância percorrida, quando alcançar a vertical que passa por um prédio A situado a 2 km do ponto de partida? (Dados: $\text{sen } 15^\circ = 0,26$, $\text{cos } 15^\circ = 0,97$ e $\text{tg } 15^\circ = 0,27$).

**SOLUÇÃO:**

$$i) \text{ altura : } \text{tg } 15^\circ = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} \Rightarrow 0,27 = \frac{x}{2000} \Rightarrow$$

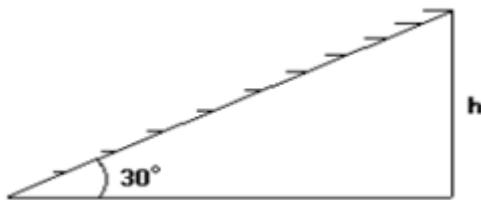
$$x = (0,27) \cdot (2000) = 540 \text{ m}$$

$$ii) \text{ distância : } \text{cos } 15^\circ = \frac{\text{cat. adjacente}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow 0,97 =$$

$$\frac{2000}{y} \Rightarrow y = \frac{2000}{0,97} \cong 2062 \text{ m}$$

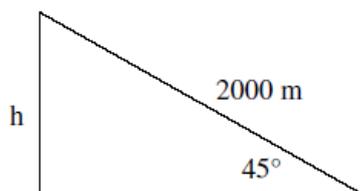
02 – (Pucmg 97) Uma escada rolante de 10 m de comprimento liga dois andares de uma loja e tem inclinação de 30° . Determine a altura h entre um andar e outro, em metros.

Dados: $\text{sen } 30^\circ = 0,5$, $\text{cos } 30^\circ = 0,866$ e $\text{tg } 30^\circ = 0,577$.

**SOLUÇÃO:**

$$h = 10 \cdot \text{sen } 30 = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ metros}$$

03 – (UNISINOS - adaptada) Um avião levanta vôo sob um ângulo constante de 45° . Após percorrer 2000 m em linha reta, qual será a altura aproximada atingida pelo avião?

**Solução:**

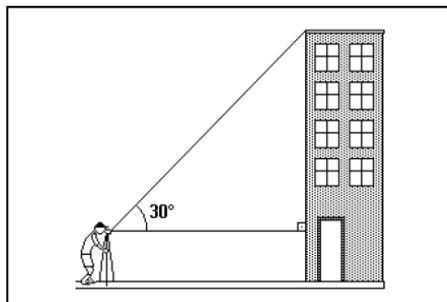
$$\text{Sem } 45^\circ = h/2000$$

$$0,707 = h/2000$$

$$h = 2000 \cdot 0,707$$

$$h = 1414 \text{ m}$$

04 – (Ufjf 2002) Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento ótico para medir ângulos) a 200 metros do edifício e mediu um ângulo de 30° , como indicado na figura a seguir.



Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metros do solo, pode-se concluir que a altura do edifício é aproximadamente

Dados: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,866$ e $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$.

- (A) 112 m.
- (B) 115 m.
- (C) 117 m.
- (D) 120 m.
- (E) 124 m.

SOLUÇÃO:

$$\operatorname{tg}(30^\circ) = h / 200$$

$$\text{sabido que } \operatorname{tg}(30^\circ) = \sqrt{3} / 3 \approx 0,577$$

$$(0,577) = h / 200$$

$$h = 200 \cdot (0,577)$$

$$h \approx 115,4 \text{ m}$$

$$H = 115,4 + 1,5$$

$$H \approx 116,9 \text{ m ou aproximadamente } 117 \text{ metros}$$

D6 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Resolver problemas:
- Localizando pontos em um referencial cartesiano;

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Representar pontos no plano cartesiano, usando malha quadriculada para a representação das retas e eixos.
- O professor deve estimular os alunos a construírem mapas e outras representações gráficas, localizando pontos e traçando rotas a partir de comandos de posicionamento.

- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.

Atividades:

01– (SIMULADO ENEM 2009) Dadas duas retas concorrentes ($p \times m$), onde $p \cap m = T$. Determine as coordenadas cartesianas

A) do ponto T:

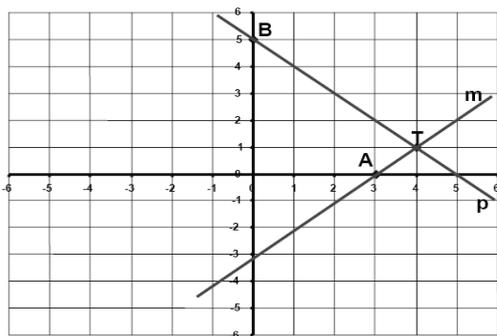
(4,1)

B) do ponto A, o que corresponde à intersecção da reta m com o eixo Ox:

(3,0)

C) do ponto B, o que corresponde à intersecção da reta p com o eixo de Oy:

(0,5)



02 – (SIMULADO ENEM 2009) A figura geométrica cujo contorno é definido pelos pontos (1,1), (3,2), (5,1) e (3,5) do plano cartesiano tem sua forma semelhante a

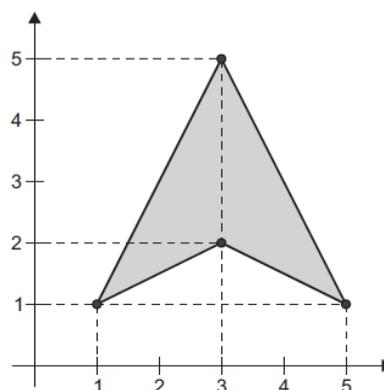
(A) uma ponta de flecha.

(B) uma bandeirinha de festa junina.

(C) uma tela de televisão.

(D) uma prancha de surfe.

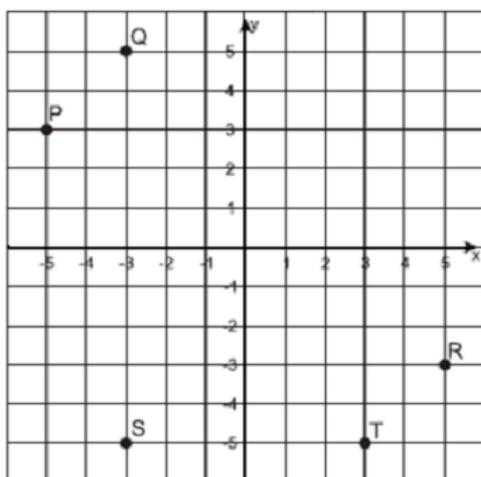
(E) um polígono regular.



SOLUÇÃO:

*A figura em questão é semelhante à ponta de uma flecha.
Resposta: A*

03 - (M120417A9) A figura, abaixo, mostra cinco pontos em um plano cartesiano.



O ponto $(-3, 5)$ está indicado pela letra

(A) P.

(B) Q.

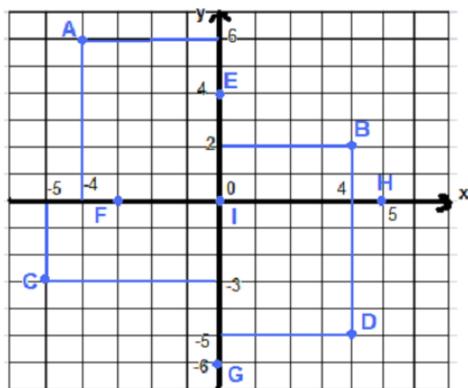
(C) R.

(D) S.

(E) T.

Alternativa correta: B

04 – (SAEB) Dê as coordenadas de cada ponto do plano cartesiano abaixo.



Solução:

A(-4,6);B(4,2);C(-5,-3);D(4,-5) E(0,4);F(-3,0);G(0,-6);H(5,0);I(0,0)

D7 - Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Reconhecer a inclinação de uma reta e o ponto de sua interseção com o eixo das ordenadas, sendo dada a sua equação na forma $y = mx + n$.
- Ser capaz de entender que, quanto maior o valor positivo do coeficiente angular m , maior é a inclinação da reta com respeito ao eixo das abscissas. Do mesmo modo, quanto maior o valor negativo do coeficiente angular, menor é a inclinação da reta com respeito ao eixo das abscissas.
- Reconhecer e utilizar os conceitos sobre equações da reta.
- Identificar e utilizar os conceitos sobre plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio de um segmento e condição de alinhamento de três pontos para Solução de problemas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Representar pontos no plano cartesiano, usando malha quadriculada para a representação das retas e eixos.
- O professor deve estimular os alunos a construírem mapas e outras representações gráficas, localizando pontos e traçando rotas a partir de comandos de posicionamento.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.

Atividades:

01-(Dante 2010) O coeficiente angular (ou declividade) da reta que passa pelos pontos são:

A) A (3,2) e B(-3, -1)

Solução:

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{-1 - 2}{-3 - 3} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

B) A (2,-3) e B(-4,3)

Solução:

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{3 + 3}{-4 - 2} = \frac{6}{-6} = -1$$

02- (Marcondes, Gentil & Sérgio) Calcule os coeficientes angulares das retas, conhecidas as equações:

Solução:

$$m = - \frac{a}{b} \Rightarrow \text{coeficiente angular}$$

$$m = - \frac{c}{b} \Rightarrow \text{coeficiente linear}$$

A) $3x - y + 1 = 0$

$$m = - \frac{3}{-1} = 3$$

B) $y = 3x + 2$

$$3x - y + 2 = 0$$

$$m = - \frac{3}{-1} = 3$$

C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$$m = \frac{3x + 2y = 6}{6} \Rightarrow \mathbf{3x + 2y - 6 = 0} \Rightarrow - \frac{3}{2}$$

D) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \end{cases}$

Solução:

$$\text{Resolver o sistema } \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{t = -y + 1}$$

Substituindo t, temos.

$$X = 2(-y + 1)$$

$$X = -2y + 2$$

$$X + 2y - 2 = 0$$

$$m = - \frac{a}{b} \Rightarrow - \frac{1}{2}$$

03- (FCC) O coeficiente angular da reta de equações $x = 2t - 1$ e $y = t + 2$, $t \in \mathbb{R}$, é:

- A) -2.
- B) -1.
- C) $-\frac{1}{2}$.
- D) $\frac{1}{2}$.
- E) 2.

Solução:

$$x = 2t - 1$$

$$y = t + 2, \text{ temos, } -t = -y + 2 \text{ (-1)} \Rightarrow \mathbf{t = y - 2.}$$

Substituindo t em x:

$$X = 2(y - 2) - 1$$

$$\mathbf{X = 2y - 4 - 1}$$

$$\mathbf{X = 2y - 5}$$

$$\mathbf{X - 2y + 5 = 0}$$

$$\mathbf{m = -\frac{a}{b} \Rightarrow -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}}$$

04- (UnB) O coeficiente angular da reta

$$\frac{3y - 5}{5x - 5} = 3 \text{ é:}$$

- A) $\frac{3}{5}$.
- B) 1.
- C) 3.
- D) 5.
- E) 15.

Solução:

$$\frac{3y - 5}{5x - 5} = 3, \text{ multiplicando os meios pelos extremos temos,}$$

$$\mathbf{3y - 5 = 15x - 15}$$

$$\mathbf{3y - 15x - 5 + 15 = 0}$$

$$\mathbf{-15x + 3y + 10 = 0}$$

$$\mathbf{m = -\frac{-15}{3} = 5}$$

D8 - Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar e utilizar os conceitos sobre plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio de um segmento e condição de alinhamento de três pontos para Solução de problemas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Representar pontos no plano cartesiano, usando malha quadriculada para a representação das retas e eixos.
- O professor deve estimular os alunos a construírem mapas e outras representações gráficas, localizando pontos e traçando rotas a partir de comandos de posicionamento.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.

Atividades:

01 - (INEP-2009) Um engenheiro quer construir uma estrada de ferro entre os pontos de coordenadas (2,3) e (4,7), devendo a trajetória da estrada ser retilínea. Qual é a equação da reta que representa essa estrada de ferro?

(A) $y = 2x + 3$

(B) $4x = 7y$

(C) $y = 2x - 1$

(D) $Y = \frac{x}{2} + 2$

(E) $y = \frac{x}{2} + 5$

Solução:

$$\begin{array}{l|l} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 4 & 7 \\ x & y & 1 & x & y \end{array}$$

$$-7x - 2y - 12 + 14 + 3x + 4y = 0$$

$$-4x + 2y + 2 = 0 (: 2)$$

$$-2x + y + 1 = 0$$

$$y = 2x - 1$$

Alternativa correta: C

02 - (SAEB - 2011) Qual é a equação da reta que contém os pontos (3, 5) e (4, -2)?

(A) $y = -7x + 26$

(B) $-\frac{1}{7}x - \frac{10}{7}$

(C) $\frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$

(D) $y = x + 2$

(E) $y = 7x - 26$

A solução é idem a questão 1.

Resposta: $y = -7x + 26$. Alternativa A.

Alternativa correta: A

03- (FASP) A equação da reta suporte do segmento AB, dados A(7, 11) e B(15, -1), é

(A) $2y - 3x - 24 = 0$

(B) $3y - 2x + 17 = 0$

(C) $3y - 2x + 7 = 0$

(D) $2y + 3x - 43 = 0$

(E) Nenhuma.

Solução:

Equação da reta:

$$y = ax + b$$

Substituindo os pontos:

$$*(7, 11)$$

$$11 = 7a + b$$

$$*(15, -1)$$

$$-1 = 15a + b$$

Resolvendo o sistema:

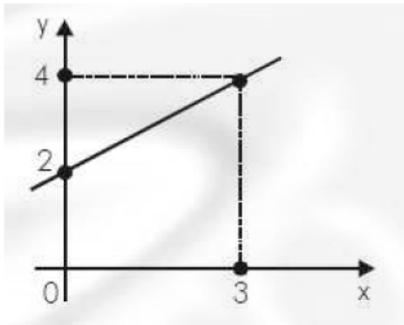
$$\begin{cases} 7a + b = 11 \\ 15a + b = -1 \end{cases}$$

Temos que $a = -\frac{3}{2}$ e $b = \frac{43}{2}$

Ou seja, a reta suporte é: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{43}{2}$, que equivale à equação $2y + 3x - 43 = 0$.

Alternativa D.

04 - (UCS-RS - Adaptada) A figura abaixo contém a representação gráfica de uma reta que passa por dois pontos.



A equação da reta que corresponde à representação gráfica acima é

- (A) $3x - 2y - 6 = 0$
- (B) $2x + 3y - 6 = 0$
- (C) $2x - 3y + 6 = 0$**
- (D) $2x + 2y + 6 = 0$
- (E) $3x + 2y + 6 = 0$

Solução:

Do gráfico, têm-se os pontos: (3,4) e (0,2).

Seguir o mesmo passo da questão 1.

Alternativa C.

05 – (PUC-SP) A equação da reta com coeficiente angular igual a $-\frac{4}{5}$, e que passa pelo ponto P(2,-5), é:

- (A) $4x+5y+12=0$
- (B) $4x+5y+14=0$
- (C) $4x+5y+17=0$**
- (D) $4x+5y+16=0$
- (E) $4x+5y+15=0$

Solução:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$\frac{-4}{5} = \frac{y - (-5)}{x - 2}$$

$$5y + 25 = -4x + 8$$

$$5y + 4x + 17 = 0$$

Alternativa C.

D09 - Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a Solução de um sistema de equações com duas incógnitas

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

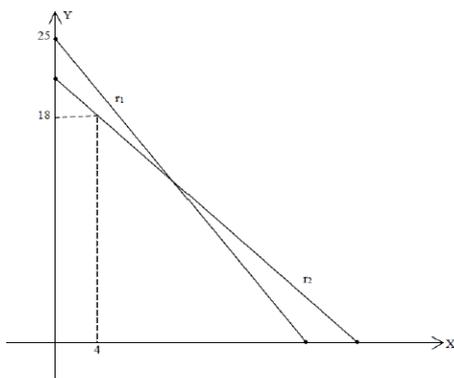
- Reconhecer e utilizar os conceitos sobre equações da reta.
- Representar qualquer reta do plano cartesiano por meio de uma equação geral;
- Determinar as coordenadas do ponto de intersecção de duas retas concorrentes;
- Representar qualquer reta não-vertical do plano cartesiano através da equação reduzida, interpretando, geometricamente, o coeficiente a (coeficiente angular) e o termo independente (coeficiente linear).

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Representar pontos no plano cartesiano, usando malha quadriculada para a representação das retas e eixos.
- O professor deve estimular os alunos a construírem mapas e outras representações gráficas, localizando pontos e traçando rotas a partir de comandos de posicionamento.
- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, são materiais mais versáteis utilizado no ensino da matemática.

Atividades:

01 - (INEP - 2009) Um caixa eletrônico disponibiliza cédulas de R\$ 20,00 e R\$ 50,00. Um cliente sacou neste caixa um total de R\$ 980,00, totalizando 25 cédulas. Essa situação está representada pelo gráfico abaixo.



Sabendo que r_1 representa a reta de equação $x + y = 25$ e r_2 a reta de equação $20x + 50y = 980$, onde x representa a quantidade de cédulas de R\$ 20,00 e y a quantidade de cédulas de R\$ 50,00, a solução do sistema formado pelas equações de r_1 e r_2 é o par ordenado

- (A) (8,17).
(B) (9,16).
(C) (7,18).
(D) (11,14).
(E) (12,13).

Solução:

Resolvendo o sistema: $\begin{cases} x + y = 25 \\ 20x + 50y = 980 \end{cases}$, temos:

$$x = 9 \text{ e } y = 16.$$

Alternativa B.

02 - (SAEB -2011) O ponto de interseção das retas de equações $x + 3y - 1 = 0$ e $x - y + 3 = 0$ é

- (A) (1, -2).
(B) (-2, 1).
(C) (-1, -2).
(D) (-2, -1).
(E) (1, 2).

Solução:

Resolvendo o sistema: $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$, temos:

$$x = -2 \text{ e } y = 1.$$

Alternativa B.

03 - (Bonjorno – 1997 - Adaptada) As retas $r: 2x + y - 1 = 0$ e $s: 3x + 2y - 4 = 0$ se interceptam no ponto $P(a, b)$. As coordenadas do ponto P são

- (A) (2, 5). (B) (-2, -5).
(C) (-5, -2). (D) (5, 2).
(E) (-2, 5).

Solução:

Resolvendo o sistema: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$, temos:

$$x = -2 \text{ e } y = 5.$$

Alternativa E.

04 - (Bonjorno – 1997) As retas r e s de equações $x+y - 4 = 0$ e $2x - y + 1 = 0$, respectivamente, se interceptam num ponto $P(a, (B))$. Determine as coordenadas desse ponto.

Solução:

Resolvendo o sistema: $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$, temos:

$x = 1$ e $y = 3$

05 - (Bonjorno – 1997) As equações das retas suportes dos lados de um triângulo são $x + 6y - 11 = 0$; $3x - 2y + 7 = 0$ e $x - 6y - 5 = 0$. Determine as coordenadas dos vértices desse triângulo.

Solução:

Como são três vértices, ou seja, três pontos de intersecção, precisamos resolver três sistemas:

Resolvendo o 1º sistema: $\begin{cases} x + 6y = 11 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$, temos:

$x = -1$ e $y = 2$.

Resolvendo o 2º sistema: $\begin{cases} x + 6y = 11 \\ x - 6y = 5 \end{cases}$, temos:

$x = 8$ e $y = 1/2$.

Resolvendo o 3º sistema: $\begin{cases} x - 6y = 5 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$, temos:

$x = -11/8$ e $y = -13/4$.

D10 - Reconhecer, dentre as equações do 2.º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Obter a equação reduzida de uma circunferência, conhecendo o raio e as coordenadas do centro dessa circunferência;
- Determinar o raio e as coordenadas do centro de uma circunferência a partir da equação reduzida dessa circunferência;

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Atividades envolvendo jogos e softwares matemáticos
- Desenvolver a equação da circunferência a partir do Teorema de Pitágoras

Atividades:

01 - (INEP - 2009) Ao fazer uma planta de uma pista de atletismo, um engenheiro determinou que, no sistema de coordenadas usado, tal pista deveria obedecer à equação:

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0$$

Desse modo, os encarregados de executar a obra começaram a construção e notaram que se tratava de uma circunferência de

- (A) raio 4 e centro nos pontos de coordenadas (-2, 5).
- (B) raio 4 e centro nos pontos de coordenadas (2, -5).
- (C) raio 2 e centro nos pontos de coordenadas (2, -5).
- (D) raio 2 e centro nos pontos de coordenadas (-2, 5).**
- (E) raio 5 e centro nos pontos de coordenadas (4, -10).

Solução:

Partindo da fórmula da equação geral da circunferência

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - R^2 = 0$$

e, comparando com a equação dada, temos:

$$-2h = 4, \text{ logo } h = -2$$

$$-2k = -10, \text{ logo } k = 5$$

$$C(-2,5)$$

Encontrando o raio:

$$h^2 + k^2 - R^2 = 25, \text{ logo } R = 2.$$

Alternativa D.

02 - (SAEB - 2011) Dentre as equações abaixo, pode-se afirmar que a de uma circunferência é

(A) $(x - 1)^2 + y^2 = 25$.

(B) $x^2 - y - 4X = -3$

(C) $x^2 + y^2 = -16$

(D) $x^2 - y - 9 = 0$

(E) $x^2 - y^2 - 4X = 9$

Solução:

Condições de existência de uma circunferência:

Consideremos a equação genérica

$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$. Para que ela represente uma circunferência é necessário que sejam atendidas três condições:

1ª condição: $A = B \neq 0$, ou seja, o coeficiente de x^2 tem de ser igual ao coeficiente y^2 .

2ª condição: $C = 0$, ou seja, não pode existir o produto xy .

3ª condição: $D^2 + E^2 - 4AF > 0$, ou seja, o raio é raiz de um número positivo e, portanto um número real.

- Na alternativa (A), temos: $x^2+y^2-2x-24=0$
1ª: $A=B=1$, portanto $\neq 0$. (atende)
2ª: $C=0$, pois não aparece o produto xy . (atende)
3ª: $(-2)^2+0^2-4 \cdot 1 \cdot (-25) = 4+100=104>0$ (atende)

Não precisa aplicar as condições nas demais.

03 - (<http://hpdemat.vilabol.uol.com.br>) O centro e o raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 3$ é

- (A) (2, -1) e $\sqrt{2}$. (B) (2, -1) e $\sqrt{3}$.
(C) (-2, 1) e $\sqrt{2}$. (D) (-2, 1) e $\sqrt{3}$.

(E) n.d.a.

Solução:

Partindo da fórmula da equação geral da circunferência

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - R^2 = 0$$

e, comparando com a equação dada, temos:

$$-2h = 4, \text{ logo } h = -2$$

$$-2k = -2, \text{ logo } k = 1$$

$$C(-2,1)$$

$$\text{Encontrando o raio: } h^2+k^2-R^2 = 25, \text{ logo } R = 2\sqrt{2}.$$

Alternativa E.

04- (<http://hpdemat.vilabol.uol.com.br>) O centro e o raio da circunferência de equação $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$ é

- (A) (2,1) e 2.
(B) (2,-1) e 2.
(C) (-2, -1) e 2.
(D) (-2,1) e 2.

(E) n.d.a.

Solução:

Partindo da fórmula da equação geral da circunferência

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - R^2 = 0$$

e, comparando com a equação dada, temos:

$$-2h = -4, \text{ logo } h = 2$$

$$-2k = 2, \text{ logo } k = -1$$

$$C(2, -1)$$

Encontrando o raio:

$$h^2+k^2-R^2 = 25, \text{ logo } R = \sqrt{2}.$$

Alternativa E.

05-(COC - SP) Qual das equações abaixo representa uma circunferência?

(A) $2x^2 + 3y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

(B) $x^2 - y^2 + 3 - 6y + 8 = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 1 = 0$

(D) $3x^2 + 3y^2 - 6x + 24y + 24 = 0$

(E) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 5 = 0$

Solução:

Condições de existência de uma circunferência:

Consideremos a equação genérica

$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$. Para que ela represente uma circunferência é necessário que sejam atendidas três condições:

1ª condição: $A = B \neq 0$, ou seja, o coeficiente de x^2 tem de ser igual ao coeficiente y^2 .

2ª condição: $C = 0$, ou seja, não pode existir o produto xy .

3ª condição: $D^2 + E^2 - 4AF > 0$, ou seja, o raio é raiz de um número positivo e, portanto um número real.

- Na alternativa (A), temos:

1ª: $A \neq B \neq 1$, portanto $\neq 0$. (não atende)

- Na alternativa (B):

1ª: $A=B=1$ (atende)

2ª: $C=0$, pois não aparece o produto xy . (atende)

3ª: $D^2 + E^2 - 4AF > 0$

$0^2 + (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 > 0 \Rightarrow 36 - 44 = -8 < 0$ (não atende)

- Na alternativa (C):

2ª condição: $C = -2 \neq 0$ (não atende)

- Na alternativa (D):

$3x^2 + 3y^2 - 6x + 24y + 24 = 0$ (:3)

$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$

1ª: $A=B=1$ (atende)

2ª: $C=0$ (atende)

3ª: $D^2 + E^2 - 4AF > 0$

$(-2)^2 + (8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 > 0 \Rightarrow 4 + 64 - 32 = 36$ (atende)

Alternativa D.

II – TEMA: GRANDEZAS E MEDIDAS

D11 - Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

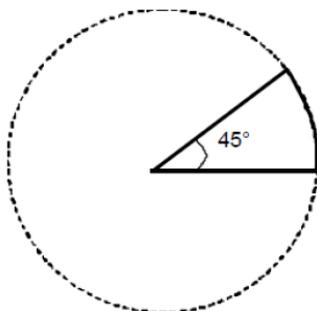
- Resolver problemas que envolvam as relações nas formas planas e espaciais, inclusive perímetro, área e volume;
- Aplicar as noções de perímetro, área e volume na solução de problemas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, Bloco de Cubos, Blocos Lógicos, Coleção de Formas Geométricas e Material Dourado.

Atividades:

01 - (INEP - 2009) Um fazendeiro dividiu uma área circular de 100m de raio em setores iguais de ângulo central 45° , conforme a figura abaixo.



Sabendo que o comprimento de uma circunferência de raio r é igual a $2\pi r$, onde $\pi = 3,14$, quantos metros de arame o fazendeiro vai precisar para circundar a figura demarcada?

- (A) 200,785 m
- (B) 557 m
- (C) 478,5 m
- (D) 278,5 m**
- (E) 178,5 m

Solução:

$$C=2\pi r$$

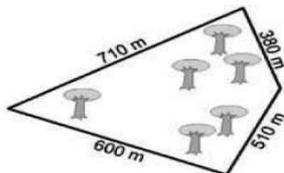
$$C=2 \cdot 3,14 \cdot 100$$

$$C=628\text{m}$$

Como a área foi dividida em 8 partes iguais, cada área necessitará de 278,5m (78,5 (1/8 do círculo) +200m referente aos dois raios).

Alternativa D.

02-(PROJETO CONSEGUIR 2011 – Adaptada) A figura abaixo mostra a planta de um terreno e as medidas dos lados desse terreno. Sr. João, o proprietário, cercará o terreno com arame farpado em 3 camadas, ou seja, a cerca terá 3 voltas de arame.



Qual o perímetro do terreno, em m, e a quantidade de arame necessária para cercar o terreno todo?

Solução:

$710+380+510+600=2200\text{m}$. Como precisará dar três voltas de arame, logo, o total de arame a ser gasto será de 6600m .

03-(<http://www.colegioinovacao.com.br>) Todo domingo Carla passeia pelo parque com sua bicicleta.



A) Sabendo que 1 polegada equivale, aproximadamente, a 2,54 cm, quantos centímetros tem uma volta da roda da bicicleta de Carla?

Solução: $15 \cdot 2,54 = 38,1\text{cm}$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 38,1, \text{ logo } C \approx 239,3\text{cm}$$

B) No último domingo, Carla andou 4 km com sua bicicleta. Quantas voltas deu cada roda?

Solução:

Sabendo que a roda da bicicleta de Carla mede aproximadamente 2,4m, então:

$$4000 : 2,4 \approx 1670 \text{ voltas.}$$

C) De casa ao clube, ida e volta cada roda dá 2000 voltas. A que distância da casa de Carla fica o clube?

Solução:

Se 4000m equivale a 1670 voltas aproximadamente, logo 2000 voltas equivalem a $2395\text{m} \approx 2,4\text{km}$.

D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

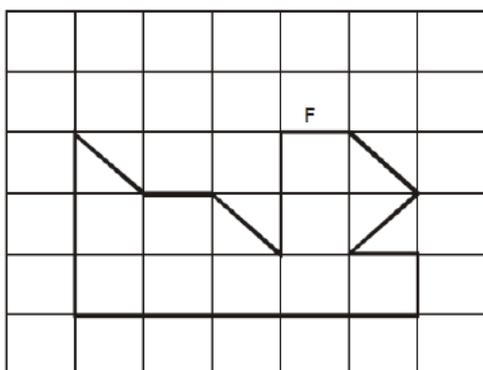
- Resolver problemas que envolvam as relações nas formas planas, perímetro, área e volume;
- Aplicar as noções de perímetro, área e volume na solução de problemas.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática: Geoplanos, Bloco de Cubos, Blocos Lógicos, Coleção de Formas Geométricas e Material Dourado.

Atividades:

01 - (INEP - 2009) Observe, abaixo, a figura F desenhada numa região quadriculada.



Considere cada quadradinho como uma unidade de área e represente-a por u. Então, a área da região limitada pela figura F é

- (A) 9 u.
- (B) 11 u.**
- (C) 13 u.
- (D) 15 u.
- (E) 16 u.

02 - (PUC-RIO 2008) Um festival foi realizado num campo de 240 m por 45 m. Sabendo que por cada 2 m² havia, em média, 7 pessoas, quantas pessoas havia no festival?

- (A) 42.007
- (B) 41.932
- (C) 37.800**
- (D) 24.045
- (E) 10.000

Solução:

$$A=240.45=10800m^2$$

$$10800m^2:2m^2=5400m^2.7=37800.$$

Alternativa C.

03 - (UNICAMP) Uma folha retangular de cartolina mede 35 cm de largura por 75 cm de comprimento. Dos quatro cantos da folha, são cortados quatro quadrados iguais, sendo que o lado de cada um desses quadrados mede xcm de comprimento.

A) Calcule a área do retângulo inicial.

Solução:

$$A=75.35=2625cm^2$$

B) Calcule x de modo que a área da figura obtida, após o corte dos quatro cantos, seja igual a $1.725cm^2$.

Solução:

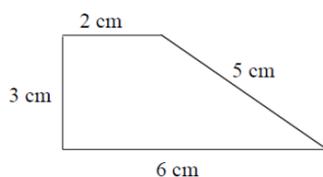
$$2625-4x^2=1725$$

$$-4x^2=1725-2625$$

$$x^2= 225$$

$$x=15$$

04 - (<http://antoniorobertoandrade.com/teste8.pdf>) Qual é a área da figura abaixo?



(A) $12 cm^2$

(B) $14 cm^2$

(C) $17 cm^2$

(D) $19 cm^2$

(E) $41 cm^2$

Solução:

Decompondo a figura temos: um retângulo de 3×2 e um triângulo de base 4 e altura 3.

Calculando as duas áreas, temos:

$$A_1=3.2 = 6cm^2$$

$$A_2 = \frac{4.3}{2} = 6cm^2$$

$$A_1+ A_2 = 12cm^2$$

Alternativa A.

D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar um prisma reto e um prisma oblíquo, pirâmide, cilindro, cone e esfera;
- Calcular o volume e área de: prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera.
- Resolver problemas que envolvam as relações nas formas planas e espaciais, inclusive perímetro, área e volume;
- Aplicar as noções de perímetro, área e volume na solução de problemas.
- Estabelecimento das relações métricas entre os elementos lineares de um corpo geométrico.
- Identificação dos corpos geométricos presentes em formas naturais e nas construções humanas;
- Visualização das seções planas feitas sobre um sólido geométrico.
- Solução de problemas que envolvem áreas e volumes de sólidos geométricos.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Usar o instrumento do Laboratório de Matemática: Trazer pra sala de aula o instrumento do Laboratório de Matemática:
- Coleção de formas geométricas,
- Conjunto de sólidos geométricos com seções coloridas: Este material em conjunto os outros sólidos permite o desenvolvimento das relações métricas, do estudo das superfícies e do volume, além de facilitar a inscrição ou circunscrição de outros sólidos geométricos.

Atividades:

01 - (INEP - 2009) Um copo cilíndrico, com 4 cm de raio e 12 cm de altura, está com água até a altura de 8 cm. Foram então colocadas em seu interior n bolas de gude, e o nível da água atingiu a boca do copo, sem derramamento. Qual é o volume, em cm^3 , de todas as n bolas de gude juntas?

- (A) 32π
- (B) 48π
- (C) 64π**
- (D) 80π
- (E) 96π

Solução:

$$V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 12$$

$$V_1 = 192 \pi$$

$$V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

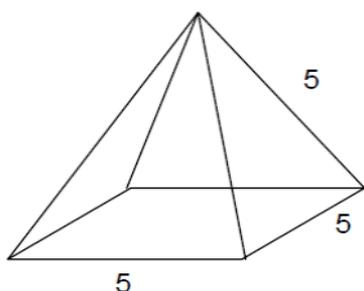
$$V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 8$$

$$V_2 = 128 \pi$$

$$V_1 \cdot V_2 = 64 \pi$$

Alternativa C.

02 - (<http://www.mackenzie.br>) Calcule a área lateral, a área total e o volume de uma pirâmide de base quadrangular cujas medidas dos lados da base e das faces laterais medem 5 cm.



Solução:

- Encontrando a área da base:

$$A_b = l^2 \Rightarrow A_b = 5^2 \Rightarrow A_b = 25 \text{ cm}^2.$$

- Encontrando a área lateral:

Primeiro devemos encontrar a área de uma das faces, ou seja, a área do triângulo equilátero.

Utilizando a fórmula $A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, temos:

$$A = \frac{5^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

Como temos 4 faces:

$$A_L = 4 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2 \Rightarrow A_L = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

- Calculando a área total:

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 25 + 25\sqrt{3} = 25(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{125\sqrt{3}}{6} \text{ cm}^3$$

03-(UFPA) Num cone reto, a altura é 3m e o diâmetro da base é 8m. Então, a área total, em metros quadrados, vale

(A) 52π .

(B) 36π .

(C) 20π .

(D) 16π .

(E) 12π .

Solução:

$$A_b = \pi r^2 \Rightarrow A_b = \pi 4^2 \Rightarrow A_b = 16\pi$$

Encontrando a geratriz do cone:

$$g^2 = h^2 + r^2$$

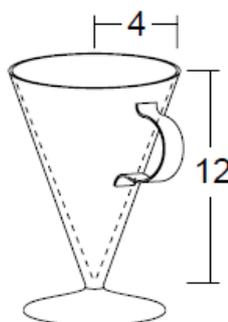
$$g^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow g = 5$$

$$A_l = \pi \cdot r \cdot g \Rightarrow A_l = 4 \cdot 5 \cdot \pi \Rightarrow A_l = 20\pi$$

$$A_t = A_b + A_l \Rightarrow 36\pi.$$

Alternativa B

04 –(www.passei.com.br) Um copo de caldo de cana, no formato de um cone, tem 8 cm de diâmetro e 12 cm de altura.



Qual a capacidade desse copo?

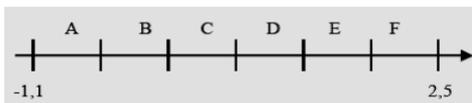
Solução:

$$A_{\text{base}} = \pi R^2 = 3,14 \times 16 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \times 50,24 \times 12 = 200,96 \text{ cm}^3$$

Como $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$, concluímos que a capacidade do copo é de aproximadamente 200 ml.

03 -(PROJETO CONSEGUIR 2011 – Adaptada) O trecho da reta numérica que vai de $-1,1$ a $2,5$ será dividido em seis segmentos de mesmo comprimento, que serão representados por A, B, C, D, E e F, como mostra a figura a seguir:



Os números $-0,3$; $\frac{3}{2}$; $\frac{15}{7}$; $0,05$ estão, respectivamente, nos seguintes segmentos:

(A) B, D, E e A

(B) C, D, E e F

(C) A, E, C e D

(D) B, E, F e B

(E) A, B, C, e D

D15 - Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar as grandezas apresentadas no problema, e, a partir delas, resolver a proporcionalidade nelas existente.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Quanto à Solução de problemas, o professor pode, sempre que possível, trabalhar com os alunos uma sequência de ações que irão ajudá-los nessa tarefa, tais como: compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário, escolher uma estratégia para resolver o cálculo e selecionar a mais adequada, aplicar a estratégia, rever os dados e o resultado para avaliar se a solução encontrada é pertinente ou não.

Atividades:

01 – (http://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/3/37/Regra_de_tres)

Na alimentação de 02 bois, durante 08 dias, são consumidos 2420 kg de ração. Se mais 2 bois são comprados, quantos quilos de ração serão necessários para alimentá-los durante 12 dias?

Solução:

Ração	dias	bois
2420 ↑	08 ↑	02 ↑
X	12	04

$$\frac{2420}{X} = \frac{08 \cdot 02}{12 \cdot 04} \quad X = \frac{2420 \cdot 12 \cdot 04}{08 \cdot 02} = 7260$$

02 – (<http://www.juliobattisti.com.br/tutoriais>)

Em 06 dias de trabalho, 12 confeiteiros fazem 960 tortas. Em quantos dias 4 confeiteiros poderão fazer 320 tortas?

Solução:

Tempo	N.º de Confeiteiros	Qtde de tortas
06 ↑	12 ↓	960 ↑
X	04	320

$$X = 06 \cdot \frac{12 \cdot 320}{04 \cdot 960} \rightarrow X = 06$$

03-(<http://centraldefavoritos.wordpress.com>)

Mariana tem 60 sementes de flores para plantar em alguns vasos. Cada vaso deve receber o mesmo número de sementes.

Número de vasos	Números de sementes por vaso
5	
6	
10	
12	

A) Complete a tabela.

B) As grandezas são de que tipo, direta ou inversamente proporcionais? Por quê?

Solução:

a) Tabela com 12, 10, 6 e 5 respectivamente.

b) inversamente (Just..pessoal)

04 –(<http://centraldefavoritos.wordpress.com>)

Joaquim e Manuel trabalharam juntos em uma construção. Joaquim trabalhou durante 3 dias e Manuel durante 2 dias. O serviço todo rendeu para os dois juntos R\$ 200,00.

A) Qual dos dois tem direito a ganhar mais? Por quê?

Joaquim (Just..pessoal)

B) Se a divisão for justa, quanto deve ganhar cada um?

Joaquim: R\$ 120,00

Manoel: R\$ 80,00

C) Escreva a razão entre os dias em que cada um trabalhou.

Joaquim: $3/3 = 1$

Manoel: $2/3$

D) Escreva a razão entre a quantia que Joaquim recebeu e a que Manuel recebeu.

$3/2$

E) Essas razões formam uma proporção? Por quê?

sim (Just..pessoal)

05 – (<http://centraldefavoritos.wordpress.com>)

Jaime e Juarez fizeram uma parceria para jogar na loteria. Jaime entrou com R\$1,20 e Marcelo com R\$1,80. Sabe o que aconteceu? Eles ganharam um prêmio de R\$ 1500,00!

A) Qual dos dois deve receber a maior parte do prêmio? Por quê?

Marcelo (Just..pessoal)

B) Calcule a parte justa que cada um deve receber desse prêmio.

Marcelo: R\$ 900,00

Jaime: R\$ 600,00

D16 - Resolver problema que envolva porcentagem

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Resolver problemas em que a porcentagem é apresentada de diferentes maneiras. Ele precisa ser capaz de entender a porcentagem como uma fração, na forma decimal, na forma percentual, além de entender que é também uma forma de proporcionalidade.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- O cálculo percentual está presente em situações como, por exemplo, cálculo de descontos, análise de indicadores econômicos ou sociais, operações de câmbio, etc. Nesse sentido, o trabalho com porcentagens extrapola os domínios da matemática, tornando-a ferramenta útil em praticamente todas as áreas do conhecimento.

Atividades:

01 - (Prova Brasil) Num jogo de futebol compareceram 20.538 torcedores nas arquibancadas, 12.100 nas cadeiras numeradas e 32.070 nas gerais. Naquele jogo, apenas 20% dos torcedores que compareceram ao estádio torciam pelo time que venceu a partida. Qual é o número aproximado de torcedores que viram seu time vencer?

- (A) 10.000
- (B) 13.000**
- (C) 16.000
- (D) 19.000
- (E) 18.000

Solução:

Observe: 64.753 - 100%

x - 20%

Fazendo a regrinha de 3:

$$64.753 \cdot 20 = 1.295.060$$

$$100 \cdot X = 100x$$

$$x = 1.295.060 / 100$$

$$x = 12950,6$$

$$x \approx 13.000$$

02- (http://www.concursosecursos.com.br/aulas_gratuitas/F6/Matematica_Financeira) Um aluno teve 30 aulas de uma determinada matéria. Qual o número máximo de faltas que este aluno pode ter sabendo que ele será reprovado, caso tenha faltado a 30% (por cento) das aulas?

Solução:

$$100\% \quad 30$$

$$30\% \quad x$$

$$x = (30 \cdot 30) / 100$$

$$x = 900 / 100$$

$$X = 9$$

Assim, o total de faltas que o aluno poderá ter são **9 faltas**.

03- (http://www.concursosecursos.com.br/aulas_gratuitas/F6/Matematica_Financeira) Um jogador de basquete, ao longo do campeonato, fez 250 pontos, deste total 10% foram de cestas de 02 pontos. Quantas cestas de 02 pontos o jogador fez do total de 250 pontos?

- (A) 23
- (B) 24
- (C) 25**
- (D) 26
- (E) 27

Solução:

$$10\% \text{ de } 250 = 10 \times 250 = 2500 = 25$$

04 – ((<http://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/6/69/Porcentagem>))

Numa eleição em que votaram 12.000 eleitores, o candidato a vereador mais votado teve 5% dos votos.

– Quantos votos ele obteve?

Solução:

$$5\% \text{ de } 12.000$$

$$5/100 \cdot 12.000 = 600$$

– Se o candidato menos votado teve 2 votos, qual a porcentagem deste candidato na eleição?

Solução:

$$12.000 = 100\%$$

$$2 = x$$

$$12.000x = 200$$

$$X = 200/12.000$$

$$X = 1,666$$

$$X = 1,7$$

05- (<http://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/6/69/Porcentagem>). Um computador, no valor de R\$1100,00, foi vendido a prazo. Foram dados 30% de entrada e o restante foi dividido em 4 prestações iguais.

Qual o valor de cada prestação?

Solução:

$$30\% \text{ de } 1.100 = 770$$

$$770/4 = 192,5$$

D17 - Resolver problema envolvendo equação do 2.º grau

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Obter o resultado de uma equação do segundo grau e saber manipulá-lo.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Propor atividades com o objetivo de levar os alunos a perceberem que alguns problemas podem ser resolvidos aritmeticamente ou algebricamente e que as equações são ferramentas úteis e eficientes para resolver problemas cuja solução aritmética pode ser complicada e, às vezes, até impossível.

Atividades:

01-

(http://pt.wikiversity.org/wiki/Portal:Forma%C3%A7%C3%A3o_B%C3%A1sica/Matem%C3%A1tica/Equa%C3%A7%C3%B5es_do_segundo_grau) A área de um retângulo é igual a 440 m². Sabendo que a medida da base e a da altura desse retângulo são números pares e consecutivos, determine seus valores.

Solução:

Primeiro número: x

Número par consecutivo: $x+2$

Área: $x \cdot (x+2) = 440$

$x^2+2x = 440$

$x^2+2x-440 = 0$

$\Delta = 4+1760$

$\Delta = 1764$

$x' = \frac{-2-42}{2}$

$x' = -22$ (não serve)

$x'' = \frac{-2+42}{2}$

$x'' = 20$

$x = 20$ e $x+2 = 22$

Os números são 20 e 22.

02-(<http://www.matematicadidatica.com.br/EquacaoSegundoGrauExercicios.aspx>) Comprei 4 lanches a um certo valor unitário. De outro tipo de lanche, com o mesmo preço unitário, a quantidade comprada foi igual ao valor unitário de cada lanche. Paguei com duas notas de cem reais e recebi R\$ 8,00 de troco. Qual o preço unitário de cada produto?

(A) 12

(B) 13

(C) 14

(D) 15

(E) 16

Solução:

O enunciado nos diz que os dois tipos de lanche têm o mesmo valor unitário. Vamos denominá-lo então de x .

Ainda segundo o enunciado, de um dos produtos eu comprei 4 unidades e do outro eu comprei x unidades.

Sabendo-se que recebi R\$ 8,00 de troco ao pagar R\$ 200,00 pela mercadoria, temos as informações necessárias para montarmos a seguinte equação:

$$4 \cdot x + x \cdot x + 8 = 200$$

Ou então:

$$4 \cdot x + x \cdot x + 8 = 200 \Rightarrow 4x + x^2 + 8 = 200 \Rightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$$

Como x representa o valor unitário de cada lanche, vamos solucionar a equação para descobrirmos que valor é este:

$$x^2 + 4x - 192 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-192)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{784}}{2} \Rightarrow$$

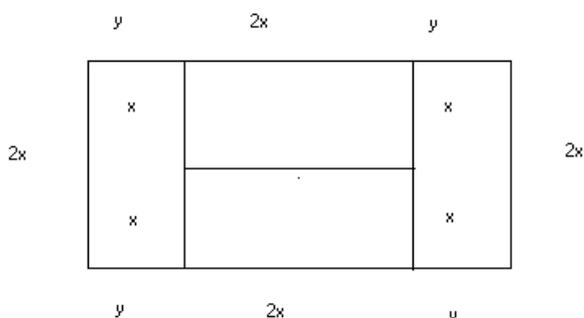
$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm 28}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4 + 28}{2} \Rightarrow x_1 = 12 \\ x_2 = \frac{-4 - 28}{2} \Rightarrow x_2 = -16 \end{cases}$$

As raízes reais da equação são -16 e 12. Como o preço não pode ser negativo, a raiz igual -16 deve ser descartada. Assim:

O preço unitário de cada produto é de R\$ 12,00. Alternativa A.

03 – (<http://pessoal.educacional.com.br>)

Uma quadra de tênis tem a forma da figura, com perímetro de 64 m e área de 192 m². Determine as medidas x e y indicadas na figura.

**Solução:**

De acordo com os dados, podemos escrever:

$$8x + 4y = 64$$

$$2x \cdot (2x + 2y) = 192 \Rightarrow 4x^2 + 4xy = 192$$

Simplificando, obtemos:

$$\begin{cases} 2x + y = 16(1) \\ x^2 + xy = 48(2) \end{cases}$$

Temos aí um sistema de equações do 2º grau, pois uma das equações é do 2º grau.

Podemos resolvê-lo pelo método a substituição:

Assim: $2x + y = 16$ (1)

$$y = 16 - 2x$$

Substituindo y em (2), temos:

$$x^2 + x(16 - 2x) = 48$$

$$x^2 + 16x - 2x^2 = 48$$

$$-x^2 + 16x - 48 = 0 \Rightarrow \text{Multiplicando ambos os membros por } -1.$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$x' = 4 \text{ e } x'' = 12$$

Determinando y para cada um dos valores de x, obtemos:

$$y' = 16 - 2 \cdot 4 = 8$$

$$y'' = 16 - 2 \cdot 12 = -8$$

As soluções do sistema são os pares ordenados (4,8) e (12, -8).

Logo $x=4$ e $y=8$

04 – (<http://pessoal.educacional.com.br>) Calcule um número inteiro tal que três vezes o quadrado desse número menos o dobro desse número seja igual a 40.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

Solução:

$$3x^2 - 2x = 40$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-40)$$

$$\Delta = 4 + 480$$

$$\Delta = 484$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{484}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{2 \pm 22}{6}$$

$$x' = 4$$

$$x'' = \frac{-10}{3} \text{ (despresando)}$$

Esse número é 4. Alternativa C.

D18 - Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar a expressão algébrica que representa a função que rege os dados indicados em uma tabela dada.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Uso de situações-problema contextualizadas, nas quais o aluno examina valores em uma tabela de dados e procura identificar a função que pode exprimi-los. É importante insistir que nem sempre um pequeno número de dados é bastante para identificar uma função.

Atividades:

01- (Unicamp-SP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	R\$ 0	R\$ 1,20

A função matemática que determina o preço final mensal pago por um cliente do plano B é.

a) $y = 35 + 0,80x$.

b) $y = 20 + 0,80x$.

c) $y = 10 + 0,80x$.

d) $y = 30x$.

d) $M(x) = 5000 \cdot x$.

e) $y = 0,80x$.

02 – (educacao.uol.com.br-adaptada) A tabela mostra o montante em função do número de meses, a partir da taxa que foi definida na questão. Na regra dos juros simples, a taxa é sempre aplicada sobre um valor fixo definido como capital inicial. Com os dados da tabela, a expressão algébrica do montante $M(x)$ em função do número de meses " x " é:

TEMPO (MESES)	JUROS (R\$)	MONTANTE (R\$)
0	0	5000,00
1	150,00	$5000,00+150,00= 5150,00$
2	150,00	$5000,00+150,00+150,00= 5300,00$
3	150,00	$5000,00+150,00 +150,00+150,00= 5450,00$
x	150,00	$5000,00+x. 150,00$

- a) $M(x) = 5150 + 150.x$.
b) $M(x) = 5000 + 1500.x$.
c) $M(x) = 5000 + 150.x$.
e) $M(x) = 150.x$.

03 – (Dante 2010) A tabela abaixo fornece a posição $S(t)$, em Km, ocupada por um veículo, em relação ao Km 0 da estrada em que se movimenta para vários instantes t (em h).

$t(h)$	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
$s(t)(km)$	50	100	150	200	250	300

A função horária que descreve a posição desse veículo em função do tempo é:

- a) $y = 25t$.
b) $y = 25 + t$.
c) $y = 25t + 50$.
d) $y = 20t + 50$.
(E) $C = q/10 + 55$.
e) $y = 50t + 50$.

04 - (SAEB-2009) Para alugar um carro, uma locadora cobra uma taxa básica fixa acrescida de uma taxa que varia de acordo com o número de quilômetros rodados. A tabela abaixo mostra o custo (C) do aluguel, em reais, em função do número de quilômetros rodados (q).

Quilômetros rodados (q)	Custo (c)
10	55
20	60
30	65
40	70

Entre as equações abaixo, a que melhor representa esse custo é

- (A) $C = 5q + 5$.
- (B) $C = 4q + 15$.
- (C) $C = q + 45$.
- (D) $C = q/2 + 50$.

D19 - Resolver problema envolvendo uma função do 1.º grau

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- O estudo das funções inicia-se no ensino fundamental, com o reconhecimento de regularidades numéricas ou geométricas, e amplia-se no ensino médio. A importância do estudo da função de primeiro grau está relacionada à necessidade de Solução de problemas simples do cotidiano.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Apresentar situações variadas, em que a reta numérica apareça com diferentes padrões de subdivisões. Essas situações desenvolvem a localização de pontos no plano e também a noção de coordenadas cartesianas, preparando o aluno para a leitura, interpretação e construção dos gráficos de funções.
- Propor atividades de esboço gráfico de funções através da utilização de softwares educativos tais como *Winplot*, Régua e Compasso e Geogebra.
- A compreensão da proporcionalidade direta entre um par de grandezas precede o estudo da função de primeiro grau. Assim, o aluno precisa reconhecer as características importantes da função de equação $y = ax$, como, por exemplo:
 - a proporcionalidade direta entre x e y ;
 - a linearidade do gráfico da função; e
 - o fato de esse gráfico passar pela origem do sistema.
- Reconhecidas essas características, o próximo passo é compará-las com aquelas que são próprias de uma função afim, do tipo $y = ax + b$, com b diferente de zero. Espera-

se, dessa forma, que os alunos utilizem a condição de proporcionalidade para diferenciar uma função da outra.

Atividades:

01 – (Colégio GGE) Seu Renato assustou-se com sua última conta de celular. Ela veio com o valor **250,00 (em reais)**. Ele, como uma pessoa que não gosta de gastar dinheiro à toa, só liga nos horários de descontos e para telefones fixos (PARA CELULAR JAMAIS!). Sendo assim a função que descreve o valor da conta telefônica é $P = 31,00 + 0,25t$, onde P é o valor da conta telefônica, t é o número de pulsos, (31,00 é o valor da assinatura básica, 0,25 é o valor de cada pulso por minuto). **Quantos pulsos** seu Renato usou para que sua conta chegasse com este valor absurdo (**250,00**)?

- A) 492 B) 500 **C) 876** D) 356 E) 658

Solução:

Se P é o valor total, logo $P=250$.

Desta forma, é só resolvermos a simples equação para descobrirmos t :

$$P = 31 + 0,25xT$$

$$250 = 31 + 0,25xT$$

$$250 - 31 = 0,25xT$$

$$T = 219/0,25 \quad T = 876$$

02 -(UNICANTO) Através de um estudo sobre o consumo de energia elétrica de uma fábrica, chegou-se à equação $C = 400t$, em que C é o consumo em KWh e t é o tempo em dias. Quantos dias são necessários para que o consumo atinja 4800 KWh?

- A) 12** B) 14 C) 13 D) 15 E) 16

Solução:

$$C = 400t$$

Para descobrir o tempo em dias, basta substituir o valor de $4800KW/h$ em C , veja só:

$$4800 = 400t \Rightarrow t = \frac{4800}{400}$$

Resolvendo, $t = 12$, São necessários 12 dias para que o consumo atinja 4800 KW/h.

03 - (Colégio JK Taguatinga) Na revelação de um filme, uma óptica calcula o preço a ser cobrado usando a fórmula $P = 12,00 + 0,65n$, onde P é o preço, em reais, a ser cobrado e n o número de fotos reveladas do filme.

- A) Quanto pagarei se forem reveladas 22 fotos do meu filme?

Solução:

No caso é só substituir n por 22

$$P = 12,00 + 0,65n$$

$$P = 12,00 + 0,65 \cdot 22$$

$$P = 12,00 + 14,3$$

$$P = 26,3$$

B) Se paguei a quantia de R\$ 33,45 pela revelação, qual o total de fotos reveladas?.

Solução:

$$P = 12,00 + 0,65n$$

$$33,45 = 12,00 + 0,65n$$

$$33,45 - 12,00 = 0,65n$$

$$0,65n = 21,45$$

$$n = 21,45 / 0,65$$

$$n = 33$$

04- (UNIFOR) Um carro que atualmente custa 50.000,00 reais, sofre uma desvalorização linear de 5000,00 reais por ano. Determine

A) o preço do carro daqui a 8 anos.

Solução:

$$Y = 50.000 - 5.000t$$

$$Y = 50.000 - 5.000 \cdot 8$$

$$Y = 50.000 - 40.000$$

$$Y = 10.000$$

B) o tempo decorrido para que o preço do mesmo seja de 30.000,00 reais

Solução:

$$30.000 = 50.000 - 5.000t$$

$$5t = 50.000 - 30.000$$

$$5t = 20.000$$

$$t = 20.000 / 5.000$$

$$t = 4$$

D20 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Os itens associados a este descritor avaliam a habilidade de o aluno analisar o gráfico de funções já estudadas, como funções lineares e quadráticas, ou outras funções apresentadas pelos seus gráficos. Faz parte dessa análise identificar os intervalos em que a função é crescente, decrescente ou constante, bem como determinar os zeros das funções.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Devem-se mostrar situações do dia-a-dia em que gráficos de funções retratam diversos fenômenos como: variação da cotação de moedas (dólar, euro), bolsas de valores, salário mínimo, expectativa de vida etc. Podem-se utilizar também as diversas funções já estudadas (quadrática, exponencial, trigonométricas) e discutir com os alunos seus intervalos de crescimento, decrescimento e seus zeros.

Atividades:

01 - (<http://pt.scribd.com/doc/15966207/1/Funcao-do-1%C2%BA-grau>)

Para cada caso, faça o estudo de sinal da função

A) $f(x) = -x + 7$

B) $f(x) = 4x + 6$

C) $y = -2X - 3$

D) $y = -3x - 1$

Faça o estudo de sinal da função com gráficos.

02 – (UNICANTO) Analisando a função $f(x) = -3x - 5$ podemos concluir que:

- O gráfico da função é crescente.
- O ponto onde a função corta o eixo y é (0, -5).
- $x = -\frac{2}{5}$ é zero da função.

d) O gráfico da função é decrescente

Solução:

Aplica-se valores para função:

x	f(x) = -3x - 5
2	-11
1	- 8
0	- 5
-1	- 2

Conclui-se que o gráfico será decrescente.

03- (UFPI) A função de variável real, definida por: $f(x) = (3 - 2^a)x + 2$, é crescente quando

(A) $a > 0$.

(B) $a < 3/2$.

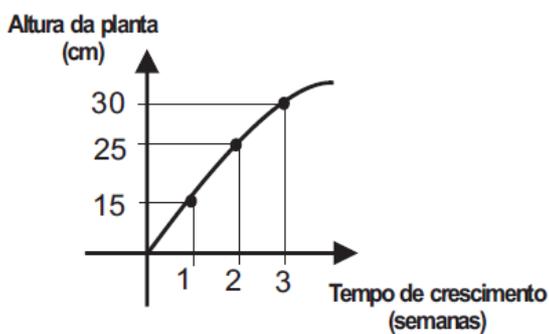
(C) $a = 3/2$.

(D) $a > 3/2$.

(E) $a = 2/3$.

04-(UNICANTO-Adaptada) O gráfico abaixo representa o crescimento de uma planta em função do tempo.

Em qual das três semanas registradas houve maior desenvolvimento da planta:



A) Segunda e Terceira semana.

B) Segunda semana.

C) Primeira semana.

D) Terceira semana.

E) O crescimento foi igual.

Solução:

Ao analisar o gráfico, verifica-se que há um crescimento na primeira semana de 15 cm, na segunda 10 cm e na terceira 5 cm. Portanto houve maior crescimento na primeira semana.

D21 - Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

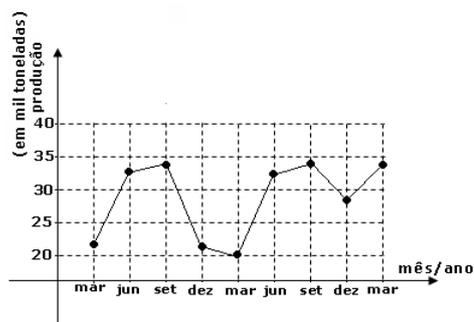
- Avaliar a habilidade de o aluno associar um gráfico à descrição de uma situação-problema.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Diversos exemplos vindos dos estudos da Física podem ser utilizados com bastante sucesso: movimento de um corpo a partir de uma origem, paradas e mudanças de sentido. Outras situações também podem ser úteis: curva de crescimento de uma criança, tabela de engorda e estabilização do peso de um animal, enchimento de uma vasilha com água etc.

Atividades:

01 - (ULBRA) Evolução da produção nacional de pneus no período 1990/1992

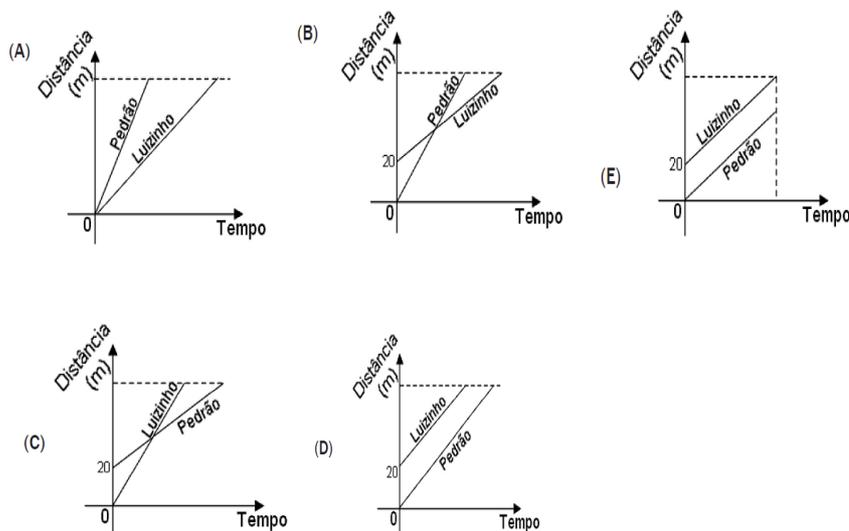


Examinando esse gráfico, podemos dizer que

- (A) a produção máxima ocorreu em setembro/90 (aproximadamente 34 mil toneladas).
- (B) a produção mínima ocorreu em março/91 (aproximadamente 20 mil toneladas).**
- (C) a produção parece crescer entre os meses de março e junho.
- (D) dezembro parece ser um mês de produção em declínio.
- (E) a produção máxima ocorreu em março/91.

02- (SAEB) Luizinho desafia seu irmão mais velho, Pedrão, para uma corrida. Pedrão aceita e permite que o desafiante saia 20 metros a sua frente. Pedrão ultrapassa Luizinho e ganha a corrida.

O gráfico que melhor ilustra essa disputa é



Solução:

O gráfico que demonstra a ultrapassagem de Pedrão é a letra B.

D22 - Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Compreender as propriedades de progressão aritmética e progressão geométrica para resolver problemas. Como o objetivo não é a memorização, é indicado que a fórmula do termo geral seja dada.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Como a PA e a PG são casos particulares de seqüências, deve-se iniciar seu estudo a partir da utilização de seqüências variadas, inclusive aquelas que não têm uma lei de formação. É fácil mostrar que o conjunto dos números naturais forma uma PA infinita, a partir da sua definição. A demonstração da fórmula do termo geral é bastante simples e deve ser exercitada como alternativa à sua memorização. Vários exemplos de aplicação podem ser usados, como o do treinamento de um corredor, adicionando a cada dia uma distância maior.

Atividades:

01 – (PAMA11017AC) Uma emissora de rádio tem 13 000 ouvintes às 14 horas. Se sua audiência aumentar em 2 000 ouvintes por hora.

Qual o número de ouvintes às 20 horas?

- A) 23 000
- B) 25 000
- C) 40 000
- D) 78 000
- E) 26 0000

Solução:

$$Dado: a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Assim, temos:

$$a_1 = 13000$$

$$r = 2000$$

$$a_n = ?$$

$$n = ?$$

Primeiramente, vamos calcular o valor de n , observando que a contagem começa às 14 h e termina às 20h. Assim, das 14 h as 20 h, temos 7h, então temos $n = 7$.

Logo, substituindo os valores na fórmula dada:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Temos:

$$a_n = 13000 + (7 - 1) \cdot 2000$$

$$a_n = 13000 + (6) \cdot 2000$$

$$a_n = 13000 + 12000$$

$$a_n = 25000$$

Portanto, às 20 horas temos 25000 ouvintes na emissora de rádio.

02 –(Matemáticas) Um estacionamento cobra R\$ 6,00 pela primeira hora. A partir da segunda hora, os preços caem em progressão aritmética. O valor da segunda hora é R\$ 4,00 e o da sétima é R\$ 0,50. Quanto gastará o proprietário de um automóvel estacionado 5 horas nesse local?

Solução:

2-----1,00

3-----

4-----

5-----

6-----

7-----

8-----

9-----

10-----

$$11-----$$

$$12----- 0,40$$

$$A1 = 1,00$$

$$n = 11$$

$$A_n = A_{12} = 0,40$$

A fórmula do termo geral das PAs é:

$$A_n = A_1 + (n-1)*r$$

$$A_{12} = A_1 + (n-1)*r \text{ (Substituindo os valores fornecidos, temos...)}$$

$$0,40 = 1 + (11-1)r$$

$$0,40 = 1 + 10r$$

$$0,40 - 1 = 10r$$

$$-0,60 = 10r$$

$$r = -0,06$$

Como os preços caem em PA a partir da segunda hora, (sendo a razão -0,06), o estacionamento cobrará da seguinte forma:

$$1^{\text{a}} \text{ hora} ----- 1,50$$

$$2^{\text{a}} \text{ hora} ----- 1,00$$

$$3^{\text{a}} \text{ hora} ----- 0,94$$

$$4^{\text{a}} \text{ hora} ----- 0,88$$

$$5^{\text{a}} \text{ hora} ----- 0,82$$

$$.....5,14$$

Nas cinco primeiras horas o proprietário gastará R\$ 5,14

03 - (<http://issuu.com/diadematematica/docs/pa-e-pg>) Encontre o termo geral da P.A. (12, 16, 20,...)

(A) $an = 8 + 4n$

(B) $an = 8 - 4n$

(C) $an = 8 + 12n$

(D) $an = 8 + 16n$

(E) $an = 8 + 20n$

Solução:

$$r = a_2 - a_1 = 16 - 12 = 4$$

$$a_n = 12 + (n-1)4$$

$$a_n = 12 + 4n - 4$$

$$a_n = 8 + 4n$$

Resp

$$a_n = 8 + 4n$$

04 – (<http://neiltonsatel.wordpress.com/1%C2%BA-e-2%C2%BA-ano/>) A soma dos termos de uma P.A. é 324. O 1º termo é 4 e o último, 68. Quantos são os termos dessa P.A.?

(A) 4

(B) 7

(C) 9

(D) 37

(E) 68

Solução:

$$S_n = (a_1 + a_n)n/2$$

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 68$$

$$S_n = 324$$

$$324 = (4 + 68)n/2$$

$$648 = 72n$$

$$n = 648/72 = 9$$

05 – (http://www.guiadoconcursopublico.com.br/apostilas/15_178.pdf) Calcule a soma dos múltiplos de 4 compreendidos entre 10 e 90.

(A) 10

(B) 100

(C) 1000

(D) 10000

(E) 100000

Solução:

$$a_1 = 12$$

a_n = o mesmo processo para o último, só que de trás pra frente 88, com metade 44 é múltiplo...90 não dá por que tem metade ímpar...

$$n = ?$$

r = a razão é simples compreender, os múltiplos de 4 vão somar de 4 em 4, exemplo.: 4, 8, 12, 16 são todos múltiplos de 4 porque são resultados de uma multiplicação por 4 entende? 4 surgiu da multiplicação 4×1 , 8 surgiu de 2×4 , por isso múltiplos, repare que SEMPRE soma de 4 em 4, assim como os múltiplos de 7, somam de 7 em 7....e assim vai logo então.:

$$a_1 = 12$$

$$a_n = 88$$

$$n = ?$$

$$r = 4$$

S_n = a soma dos n termos de uma PA que é o que se pede na pergunta, para isso devemos ter o número de termos primeiro ...

Fórmula do termo geral de uma PA.:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times r$$

$$88 = 12 + (n - 1) \times 4$$

$$88 - 12 = 4n - 4$$

$$76 + 4 = 4n$$

$$n = 80/4$$

$n = 20$ termos ...vamos achar a soma na formula da soma dos n termos de uma PA..

$$S_n = (a_n + a_1) \times n / 2$$

$$S_n = (88 + 12) \times 20/2$$

$$S_n = 100 \times 10$$

$$S_n = 1000....$$

D23 - Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1.º grau por meio de seus coeficientes

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

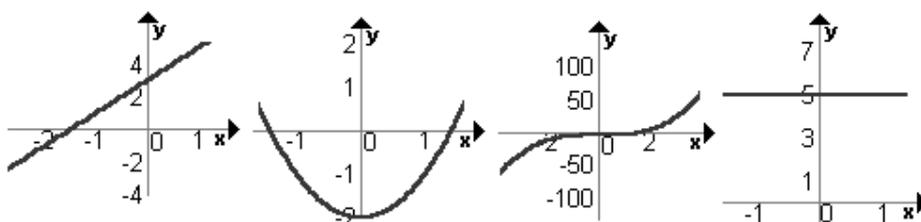
- Avaliar a habilidade de os alunos manusearem os coeficientes linear e angular da reta de forma a identificar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Dada uma função do 1º grau, deve ser ensinado aos alunos como identificar seus coeficientes angular e linear. Conhecidos esses coeficientes, deve ser demonstrado que bastam dois pontos para desenhar o gráfico da função. Podem-se utilizar exemplos do cotidiano como: o valor de uma corrida de táxi, envolvendo a bandeirada acrescida do valor por km rodado; dilatação de um sólido; juros simples.

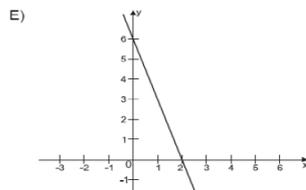
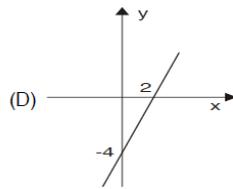
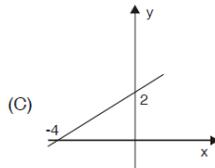
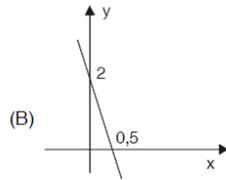
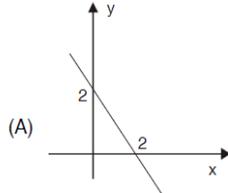
Atividades:

01 - (UNIFOR) Observe os gráficos e assinale os que representam funções do 1º grau.



Solução: primeiro e último gráfico.

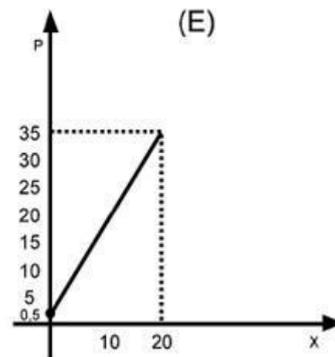
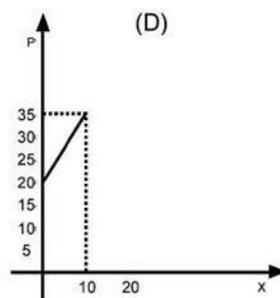
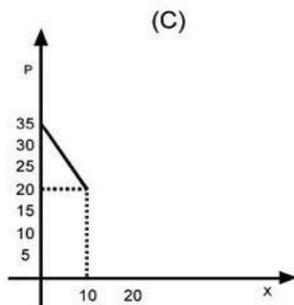
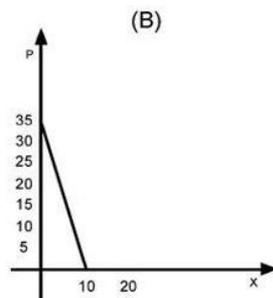
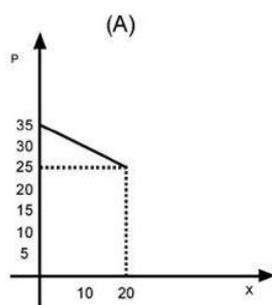
02 - (SARESP – 2007) Qual dos gráficos seguintes representa a função de 1º grau definida pela equação $y = -4x + 2$?



Solução: B

03- (SAEB) Em uma promoção de venda de camisas, o valor (P) a ser pago pelo consumidor é calculado pela expressão $P(x) = -x + 35$, onde x é a quantidade de camisas compradas ($0 \leq x \leq 20$).

O gráfico que representa o preço P em função da quantidade x é



Solução: A

D24 - Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1.º grau dado o seu gráfico

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Associarem o gráfico de uma função polinomial de 1º grau ao seu gráfico.

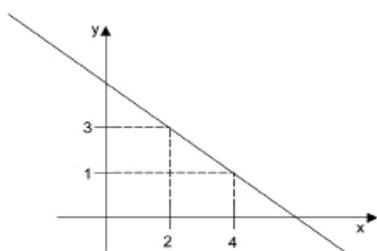
Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- O professor poderá partir dos modelos apresentados no descritor 23 e trabalhar a construção da expressão algébrica, determinando, por análise, os coeficientes angular e linear. É importante ressaltar a idéia da formação de diferentes representações algébricas, na medida em que se alteram os coeficientes e, também, observar que mudanças nos coeficientes implicam em alterações no comportamento. Nesse caso, é sugestivo apresentar expressões para retas paralelas, concorrentes.

Atividades:

01 - (SAEB) O gráfico abaixo mostra uma reta em um plano cartesiano.

Qual é a equação da reta representada no gráfico?



- (A) $x - y - 5 = 0$
(B) $x + y - 5 = 0$
(C) $x + y + 5 = 0$
(D) $x + y - 4 = 0$
(E) $x + y = 6$

Solução:

A reta passa por (2,3) e (4,1)

$$Y = ax + b$$

Substitui os valores de (x,y) temos,

$$\begin{cases} 3 = a \cdot 2 + b \\ 1 = a \cdot 4 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 4a + b = 1 \end{cases}, \text{ resolvendo o sistema: } a = -1 \text{ e } b = 5.$$

Montando a equação:

$$Y = ax + b$$

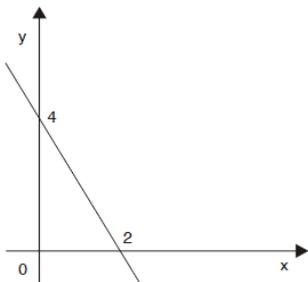
$$Y = (-1) \cdot x + 5$$

$$Y = -x + 5$$

$$Y+x=5$$

$$Y+x-5=0$$

02 - (SARESP – 2007) Qual é a equação do gráfico da função de 1º grau representado abaixo?



(A) $y = 4x + 2$

(B) $y = 2x + 4$

(C) $y = -2x + 4$

(D) $y = -0,5x + 4$

(E) $y = 2x - 4$

Solução:

A reta passa por (0,4) e (2,0)

$$Y = ax + b$$

$$4 = a \cdot 0 + b \rightarrow b = 4$$

$$0 = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = 0 \rightarrow 2a + 4 = 0 \rightarrow 2a = -4 \rightarrow a = -2$$

$$Y = ax + b$$

$$Y = -2x + 4$$

D25 - Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2.º grau

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Resolver problemas relacionados com os pontos de máximo ou de mínimo de uma função polinomial de 2º grau.

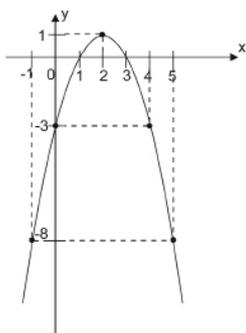
Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- No estudo da função do 2º grau, deve ser enfatizada a importância da determinação do ponto de máximo ou de mínimo. A ordenada do vértice corresponde ao maior (ou menor) valor possível para a variável y e a ele corresponde o respectivo valor x . É fácil mostrar que a abscissa do vértice é a média aritmética das raízes da função. Determinada a abscissa do vértice, deduz-se a ordenada. É importante destacar que o vértice é o ponto no qual os valores da função mudam de crescentes para decrescentes e vice-versa. Entre os diversos exemplos do contexto do aluno, o mais

simples e fácil de ser experimentado em sala de aula é o da observação da trajetória de um objeto (por exemplo, uma bola) lançado obliquamente.

Atividades:

01 - (PROVA BRASIL – 2010) Observe o gráfico abaixo.



A função apresenta ponto de

- (A) mínimo em (1,2).
- (B) mínimo em (2,1).
- (C) máximo em (-1,-8).
- (D) máximo em (2,1).**
- (E) máximo em (1,2).

Alternativa D.

02 – (UCSal) Sabe-se que -2 e 3 são raízes de uma função quadrática. Se o ponto (-1, 8) pertence ao gráfico dessa função, então

- (A) o seu valor máximo é 1,25.
- (B) o seu valor mínimo é 1,25.
- (C) o seu valor máximo é 0,25.
- (D) o seu valor mínimo é 12,5.
- (E) o seu valor máximo é 12,5.**

Solução:

Temos que a forma fatorada de uma função do 2º grau é dada por $y = a(x - X_1) \cdot (x - X_2)$, logo teremos $Y = a(X + 2) \cdot (X - 3)$, com isso $Y = (aX + 2a) \cdot (X - 3)$, teremos $Y = aX^2 - aX - 6a$

substituindo o ponto (-1, 8), teremos $8 = a \cdot (-1)^2 - a \cdot (-1) - 6a$

ficando $a = -8/4$

$a = -2$

ou seja a função fica $Y = -2X^2 + 2X + 12$ ou $Y = -X^2 + X + 12$

resolvendo o $Y_v = -\Delta/4a$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 100$$

logo $Y_v = -100/4(-2)$

logo $Y_v = 12,5$

03 - (UE - FEIRA DE SANTANA) Considerando-se a função real $f(x) = -2x^2 + 4x + 12$, o valor máximo desta função é

- (A) 1.
- (B) 3.
- (C) 4.
- (D) 12.

(E) 14.

SOLUÇÃO:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 12$$

$$\Delta = 16 + 96$$

$$\Delta = 112$$

$$X_v = -b / 2 \cdot a$$

$$X_v = -4 / 2 \cdot (-2)$$

$$X_v = -4 / -4$$

$$X_v = 1$$

$$Y_v = -\Delta / 4 \cdot a$$

$$Y_v = -112 / 4 \cdot (-2)$$

$$Y_v = -112 / -8$$

$$Y_v = 14$$

04 - (UEL) A função real f , de variável real, dada por $f(x) = -x^2 + 12x + 20$, tem um valor

- (A) mínimo, igual a -16, para $x = 6$.
- (B) mínimo, igual a 16, para $x = -12$.
- (C) máximo, igual a 56, para $x = 6$.**
- (D) máximo, igual a 72, para $x = 12$.
- (E) máximo, igual a 240, para $x = 20$.

SOLUÇÃO:

$$V(x_v, y_v) \Rightarrow V(-b/2a, -\Delta/4a)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 20$$

$$\Delta = 144 + 80$$

$$\Delta = 224$$

$$x_v = -b/2a \Rightarrow x_v = -12/2 \cdot (-1) \Rightarrow x_v = -12/-2 \Rightarrow$$

$$x_v = 6$$

$$y_v = -\Delta/4a \Rightarrow y_v = -224/4 \cdot (-1) \Rightarrow y_v = -224/-4 \Rightarrow$$

$$y_v = 56$$

Resposta: Máximo, igual a 56 , para $x = 6$

D26 - Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1.º grau

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Avaliar a habilidade de os alunos decomponem um polinômio em fatores do 1º grau.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Facilmente se demonstra que uma função de primeiro e segundo graus pode ser fatorada a partir de suas raízes. Esse deve ser o foco do trabalho do professor em sala de aula.

Atividades:

01 - (SAEB) As raízes do polinômio $P(x) = (x - 3) \cdot (x + 1)$ são

(A) -2 e 1.

(B) 3 e -1.

(C) -3 e 1.

(D) 3 e 1.

(E) -3 e -1.

Alternativa B.

02 - (www.vestibular1.com.br)

As raízes 5 e 2, são do polinômio:

(A) $P(x) = (x + 2) \cdot (x - 5)$

(B) $P(x) = (x + 2) \cdot (x + 5)$

(C) $P(x) = (x - 2) \cdot (x + 5)$

(D) $P(x) = (x - 2) \cdot (x - 5)$

(E) $P(x) = (-x - 2) \cdot (x - 5)$

Alternativa D.

03 - (www.vestibular1.com.br)

As raízes -2 e 2 são de qual polinômio?

(A) $P(x) = (x - 2) \cdot (x - 2)$

(B) $P(x) = (x + 2) \cdot (x + 2)$

(C) $P(x) = (x + 2) \cdot (x - 2)$

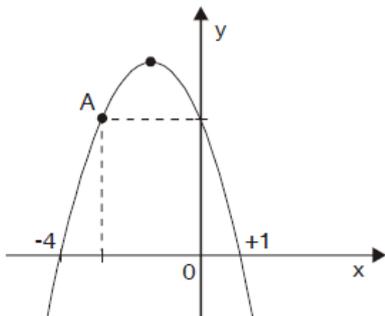
(D) $P(x) = (x - 2) \cdot (x)$

(E) $P(x) = (x - 2) \cdot (2x)$

Alternativa C.

04 - (www.vestibular1.com.br)

As raízes representadas pelo gráfico abaixo, são do polinômio



(A) $P(x) = (x + 4).(x + 1)$

(B) $P(x) = (x + 4).(x - 1)$

(C) $P(x) = (x - 4).(x + 1)$

(D) $P(x) = (x - 4).(x - 1)$

(E) $P(x) = (x - 4).(4x - 1)$

Alternativa B.

05 - (SAEB) Quais as raízes do polinômio

$P(x) = (x - 5).(x - 6)$?

SOLUÇÃO:

$X-5=0$

$X=5$

$X-6=0$

$X=6$

D27 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Identificar a representação algébrica ou gráfica de uma função exponencial.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Uma função exponencial simples é dada genericamente por $y = ax$, sendo $a > 0$. A partir dessa definição, o professor deve construir vários gráficos usando diferentes valores para "a": valores maiores que 1 e valores compreendidos entre 0 e 1. Observe-se que desses gráficos resultam curvas crescentes e decrescentes. É importante levar o aluno a perceber que a curva corta o eixo das ordenadas no ponto (0, 1) e que tem como assíntota o eixo das abscissas. Exemplos do cotidiano que podem ser utilizados: decaimento radioativo de uma substância; crescimento da população de uma colônia

de bactérias; valores da escala Richter para a medição da intensidade de um terremoto.

Atividades:

01 - (SAEB) Abaixo estão relacionadas algumas funções.

Entre elas, a função exponencial crescente é

(A) $f(x) = 5^{-x}$

(B) $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

(C) $f(x) = (0,1)^x$.

(D) $f(x) = 10^x$.

(E) $f(x) = 0,5^x$.

02 – (DANTE- 2010) Dada a função exponencial $f(x) = 4^x$, determine

A) $f(3)$

$4^3 = 64$

B) $f(-1)$

$4^{-1} = \frac{1}{4}$

C) m tal que $f(m) = 1$

$4^1 = m$

$m = 0$

D) $D(f)$ e $\text{Im}(f)$

$D = \mathbb{R}$ e $\text{Im} = \mathbb{R}^*$

03 -(DANTE- 2010) f , g e h são funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} dadas por

$f(x) = 2 \cdot 3^x$, $g(x) = 5^x - 2$ e $h(x) = 5^{x-5}$.

Determine

A) $f(2)$

$2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

B) $g(2)$

$5^2 - 2 = 25 - 2 = 23$

C) $h(2)$

$5^{2-5} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$

D) x tal que $h(x) = 125$

$$5^{x-5} = 125 \rightarrow 5^{x-5} = 5^3 \rightarrow x-5=3$$

$$x=5+3 \rightarrow x=8$$

E) x tal que $g(x) = 3$

$$5^x - 2 = 3 \rightarrow 5^x = 3+2 \rightarrow 5^x = 5$$

$$x=1$$

04-(DANTE- 2010) Identifique as seguintes funções como crescentes (C) ou decrescentes (D)

A) () $f(x) = 4^x$

B) () $f(x) = \pi^x$

C) () $f(x) = (0,01)^x$

D) () $f(x) = 2^{-x}$

Solução:

a) C; b) D; c) D; d) D

D28 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Reconhecer a representação algébrica ou gráfica de uma função logarítmica e associá-la a uma função exponencial.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Para desenvolvimento dessa habilidade é importante reconhecer função logarítmica no plano cartesiano e na forma algébrica. O trabalho com papel logarítmico mono log e di log, é significativo nesse momento da aprendizagem. A construção das funções exponencial e logarítmica no mesmo plano cartesiano permite ao aluno identificar que são funções inversas. O professor pode utilizar os modelos apresentados no descritor D27 para o trabalho e criar situações na própria sala de aula tendo a realidade como fonte de criação.

Atividades:

01 - (PROVA BRASIL) Abaixo estão representados dois gráficos.

Gráfico 1

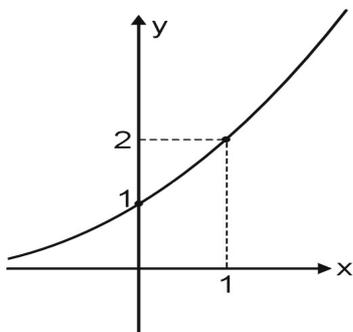
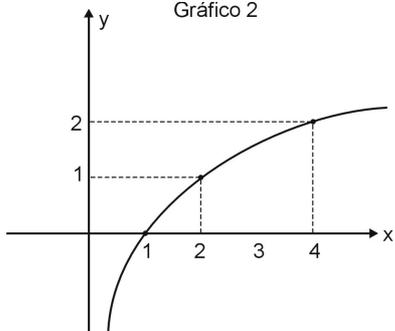


Gráfico 2



De acordo com os gráficos,

- (A) $y = 2x$ está representada no gráfico 1.
- (B) $y = x^2 + 1$ está representada no gráfico 2.
- (C) $y = \log_2 x$ está representada no gráfico 2.**
- (D) $y = 2^x$ está representada no gráfico 2.
- (E) $y = \log x$ está representada no gráfico 2.

02 - (SARESP – 2007) Considerando $\log_2 = 0,30$ e $\log_3 = 0,48$, o número real x que satisfaz a equação $2^{x+3} = 6$ é

- (A) negativo.**
- (B) inteiro.
- (C) irracional.
- (D) maior que 13.
- (E) menor que 13.

D29 - Resolver problema que envolva função exponencial

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Resolver um problema envolvendo a função exponencial, muito comum no contexto de fenômenos químicos, biológicos, entre outros.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Uma sugestão útil é utilizar problemas contextualizados nas ciências da natureza, onde a função exponencial aparece com muita frequência. Por exemplo, poderiam ser utilizados problemas relacionados ao crescimento das bactérias em determinado meio, aos fenômenos radioativos, à escala de Richter, que mede a intensidade dos terremotos.

Atividades:

01-(Unit-SE) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor, t anos após a sua compra, é dado por $v(t) = v_0 * 2^{-0,2t}$, em que v_0 é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

SOLUÇÃO:

Temos que $v(10) = 12\ 000$, então:

$$v(10) = v_0 * 2^{-0,2*10}$$

$$12\ 000 = v_0 * 2^{-2}$$

$$12\ 000 = v_0 * 1/4$$

$$12\ 000 : 1/4 = v_0$$

$$v_0 = 12\ 000 * 4$$

$$v_0 = 48\ 000$$

A máquina foi comprada pelo valor de R\$ 48.000,00.

02- (EU-PI) Suponha que, em 2003, o PIB (Produto Interno Bruto) de um país seja de 500 bilhões de dólares. Se o PIB crescer 3% ao ano, de forma cumulativa, qual será o PIB do país em 2023, dado em bilhões de dólares? Use $1,03^{20} = 1,80$.

SOLUÇÃO:

Temos a seguinte função exponencial

$$P(x) = P_0 * (1 + i)^t$$

$$P(x) = 500 * (1 + 0,03)^{20}$$

$$P(x) = 500 * 1,03^{20}$$

$$P(x) = 500 * 1,80$$

$$P(x) = 900$$

O PIB do país no ano de 2023 será igual a R\$ 900 bilhões.

D30 - Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente), reconhecendo suas propriedades

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

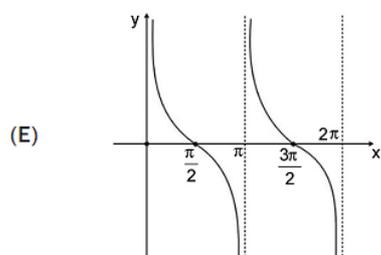
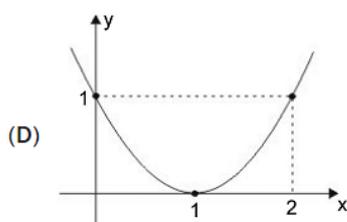
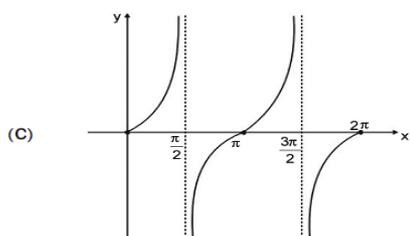
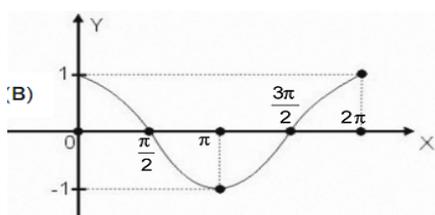
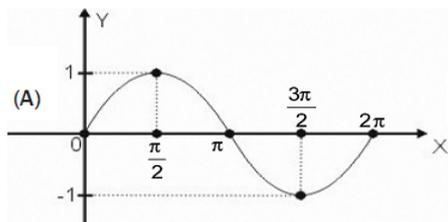
- Avaliar a capacidade de o aluno, dada uma função trigonométrica, identificar o gráfico que a representa e vice-versa.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Esse assunto é de grande importância para o ensino de Matemática no ensino médio e deve ser tratado com muito cuidado e dedicado a ele bastante tempo. O foco deve ser nos gráficos de seno, cosseno (principalmente) e tangente. A partir do círculo trigonométrico, monta-se uma tabela, verificando-se, para os pontos principais $(0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi)$, os valores da função, seu crescimento ou decréscimo, sinal e, a seguir, constrói-se seu gráfico. É importante destacar a periodicidade das funções, sua amplitude, seu domínio e sua imagem. Exemplos: determinados tipos de movimentos, eletricidade, oscilação das marés.

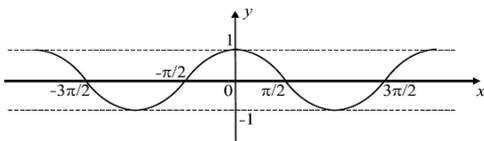
Atividades:

01 – (SAEB) O gráfico de função $y = \cos x$ é



ALTERNATIVA CORRETA: B

02 (SAEB)-

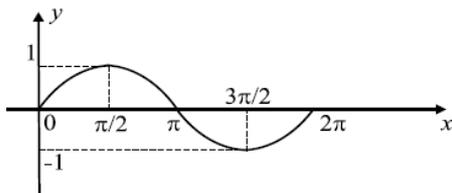


O gráfico representa uma função trigonométrica do tipo

- (A) $y = \text{sen}(x)$.
- (B) $y = \text{cos}(x)$.
- (C) $y = \text{tan}(x)$.
- (D) $y = \text{sec}(x)$.
- (E) $y = \text{cosec}(x)$.

ALTERNATIVA CORRETA: B

03 -(SAEB)



O gráfico representa uma função trigonométrica do tipo

- (A) $y = \text{sen}(x)$, no intervalo de $[0, 2\pi]$.
- (B) $y = \text{sen}(x)$, no intervalo de $[\pi/2, 3\pi/2]$.
- (C) $y = \text{cos}(x)$, no intervalo de $[0, 2\pi]$.
- (D) $y = \text{cos}(x)$, no intervalo de $[\pi/2, 3\pi/2]$.
- (E) $y = \text{tan}(x)$, no intervalo de $[0, 2\pi]$.

ALTERNATIVA CORRETA: A

D31 - Determinar a solução de um sistema linear, associando-o a uma matriz

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

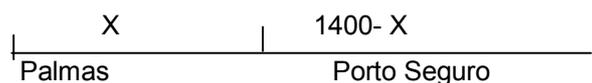
- Determinar a solução de um sistema linear de equações utilizando, para isso, as propriedades de uma matriz.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Deve ser mostrada a correspondência entre um sistema de equações do primeiro grau e a matriz completa associada a ele, na qual as linhas são os coeficientes das variáveis. Para sistemas de grau maior ou igual a 3, deve-se incentivar a Solução por escalonamento.

Atividades:

01 – (SALTO) Dois automóveis partem simultaneamente de duas cidades, viajando por uma mesma estrada, em sentidos opostos. Um sai de Palmas -TO com destino a Porto Seguro - BA e desenvolve velocidade média de 75km/h. O outro sai de Porto Seguro com destino a Palmas e desenvolve velocidade média de 65 km/h. Sendo a distância rodoviária entre Palmas e Porto Seguro de aproximadamente 1400km, após quanto tempo eles se encontrarão? A que distância estarão de Porto Seguro nesse instante?

SOLUÇÃO:

$$75t = x$$

$$65t = 1400 - x$$

Substituindo I em II, temos:

$$65t = 1400 - 75t$$

$$140t = 1400$$

$$t = 10$$

Como $x = 75t$, temos:

$$x = 75 \cdot 10$$

$$x = 750 \text{ km}$$

02 - (Xavier & Barreto 2005) Resolver a equação matricial:

$$(A) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

SOLUÇÃO:

$$\begin{pmatrix} 3a + c & 3b + d \\ 2a - c & 2b - d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Logo,

$$\begin{cases} 3a + c = -7 \\ 2a - c = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3b + d = 2 \\ 2b - d = -2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$a=-2; c=-1; b=0; d=2$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

D32 - Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Resolver um problema de contagem usando ou o princípio multiplicativo ou a aplicação de fórmulas na Solução de uma situação-problema contextualizada. O raciocínio combinatório é uma das idéias da multiplicação, trabalhada desde as séries/anos iniciais, e que se revela importante na continuidade dos estudos e nos cálculos probabilísticos.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Os resultados mostrados na avaliação deste item servem para reforçar a necessidade de se trabalhar os conceitos de análise combinatória com base no princípio multiplicativo, apresentando exaustivamente a árvore de possibilidades associada ao problema. A partir da compreensão desses conceitos, devem ser introduzidos os casos de agrupamentos, permutações, arranjos ou combinações.

Atividades:

01- (<http://www.algosobre.com.br/matematica/analise-combinatoria.html>) O DETRAN decidiu que as placas dos veículos do Brasil serão codificadas usando-se 3 letras do alfabeto e 4 algarismos. Qual o número máximo de veículos que poderá ser licenciado?

Solução:

Usando o raciocínio anterior, imaginemos uma placa genérica do tipo PWR-USTZ. Como o alfabeto possui 26 letras e nosso sistema numérico possui 10 algarismos (de 0 a 9), podemos concluir que: para a 1ª posição, temos 26 alternativas, e como pode haver repetição, para a 2ª, e 3ª também teremos 26 alternativas. Com relação aos algarismos, concluímos facilmente que temos 10 alternativas para cada um dos 4 lugares. Podemos então afirmar que o número total de veículos que podem ser licenciados será igual a: 26.26.26.10.10.10.10 que resulta em 175.760.000. Observe que se no país existissem 175.760.001 veículos, o sistema de códigos de emplacamento teria que ser modificado, já que não existiriam números suficientes para codificar todos os veículos.

02- (<http://www.algosobre.com.br/matematica/analise-combinatoria.html>)

Calcule o número de formas distintas de 5 pessoas ocuparem os lugares de um banco retangular de cinco lugares.

SOLUÇÃO:

$$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

03- (<http://www.algosobre.com.br/matematica/analise-combinatoria.html>) Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0,1,2,...,9. O segredo do cofre é marcado por uma seqüência de 3 dígitos distintos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas deverá fazer (no máximo) para conseguir abri-lo?

Solução:

As seqüências serão do tipo xyz. Para a primeira posição teremos 10 alternativas, para a segunda, 9 e para a terceira, 8. Podemos aplicar a fórmula de arranjos, mas pelo princípio fundamental de contagem, chegaremos ao mesmo resultado:

$$10.9.8 = 720.$$

Observe que $720 = A_{10,3}$

04- (<http://www.algosobre.com.br/matematica/analise-combinatoria.html>) Uma prova consta de 15 questões das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?

Solução:

Observe que a ordem das questões não muda o teste. Logo, podemos concluir que trata-se de um problema de combinação de 15 elementos com taxa 10.

Aplicando simplesmente a fórmula chegaremos a:

$$C_{15,10} = 15! / [(15-10)! \cdot 10!] = 15! / (5! \cdot 10!) = 15.14.13.12.11.10! / 5.4.3.2.1.10! = 3003$$

D33 - Calcular a probabilidade de um evento

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Calcular a probabilidade de ocorrência de um determinado evento.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Experiências práticas como simulação de resultados para o lançamento de moedas, retirada de uma carta do baralho ao acaso permitem aprofundar vários aspectos do conceito de probabilidade. Utilizar as fórmulas de probabilidade só depois que o aluno dominar e compreender os significados de casos favoráveis e casos possíveis de um evento, assim como os problemas de maior complexidade.

Atividades:

01 – (<http://www.passei.com.br/tc2000/matematica2/mat2g54.pdf>) Num grupo de jovens estudantes a probabilidade de que um jovem, escolhido ao acaso, tenha média acima de 7,0 é $\frac{1}{5}$. Nesse mesmo grupo, a probabilidade de que um jovem saiba jogar futebol é $\frac{5}{6}$. Qual a probabilidade de escolhermos um jovem (ao acaso) que tenha média maior que 7,0 e saiba jogar futebol?

SOLUÇÃO:

A: ter média acima de 7,0.

B: saber jogar futebol.

A e B: ter média acima de 7,0 e saber jogar futebol.

Como queremos calcular P (A e B), pense o seguinte: de todos os jovens, $\frac{1}{5}$ têm média acima

de 7,0 e $\frac{5}{6}$ sabem jogar futebol. Ora, $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{5}$, ou seja, $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$ sabem jogar futebol e têm

média acima de 7,0. Portanto, $P(A \text{ e } B) = \frac{1}{6}$.

02 – (<http://www.ambrosioelias.com.br/wp-content/uploads/2011/04/Professor-Ambrosio-Elias-Material-Probabilidade.pdf>) Em um centro universitário com 300 estudantes, 80 estudam Filosofia, 120 estudam psicologia e 30 estudam Filosofia e Psicologia. Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que esse aluno:

A) estude filosofia e Psicologia?

$$\frac{30}{300} = \frac{1}{10}$$

B) estude somente Filosofia?

$$\frac{50}{300} = \frac{1}{6}$$

C) estude somente Psicologia?

$$\frac{90}{300} = \frac{3}{10}$$

D) não estude nem Filosofia nem Psicologia?

$$\frac{130}{300} = \frac{13}{30}$$

E) estude Filosofia ou Psicologia?

$$\frac{170}{300} = \frac{17}{30}$$

03 - (<http://www.passei.com.br/tc2000/matematica2/mat2g54.pdf>) Na Copa América de 1995, o Brasil jogou com a Colômbia. No primeiro tempo, a seleção brasileira cometeu 10 faltas, sendo que 3 foram cometidas por Leonardo e outras 3 por André Cruz. No intervalo, os melhores lances foram reprisados, dentre os quais uma falta cometida pelo Brasil, escolhida ao acaso. Qual a probabilidade de que a falta escolhida seja de Leonardo ou de André Cruz?

I probabilidade de ser escolhida uma falta do Leonardo = $\frac{3}{10}$

I probabilidade de ser escolhida uma falta do André Cruz = $\frac{3}{10}$

I probabilidade de ser escolhida uma falta de um destes dois jogadores

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

04 - (<http://www.passei.com.br/tc2000/matematica2/mat2g54.pdf>) No exame para tirar a carteira de motorista, a probabilidade de aprovação na prova escrita é $\frac{9}{10}$. Depois de ser aprovado na parte teórica, há uma prova prática de direção. Para os que já passaram no exame escrito, a probabilidade de passar nessa prova prática é $\frac{2}{3}$.

Qual a probabilidade de que, escolhido um candidato ao acaso, ele seja aprovado em ambas às provas escrita e prática e tire a carteira de motorista?

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{4}{5}$

(E) $\frac{6}{5}$

SOLUÇÃO:

Para calcular $P(A \text{ e } B)$, usamos: $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B/A)$

Calculando:

$$P(A) = \frac{9}{10}$$

$$P(B/A) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \text{ e } B) = \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$$

05 - (<http://www.passei.com.br/tc2000/matematica2/mat2g54.pdf>) Dos 30 funcionários de uma empresa, 10 são canhotos e 25 vão de ônibus para o trabalho. Escolhendo ao acaso um desses empregados, qual a probabilidade de que ele seja canhoto e vá de ônibus para o trabalho?

SOLUÇÃO:

A : ser canhoto

B : ir de ônibus para o trabalho

Calculando:

$$P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$$

TEMA IV - TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

D34 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

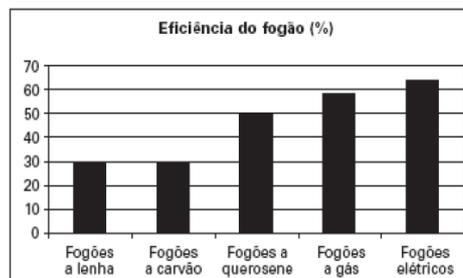
- Analisar tabelas ou gráficos.

Sugestão para desenvolver essas habilidades

- Realizar atividades utilizando informações veiculadas em jornais e revistas apresentadas sob a forma de tabelas e/ou gráficos nas quais sejam necessárias a leitura e interpretação dos dados apresentados.
- Propor a realização de pesquisas em sala de aula com temas de interesse dos alunos compilando os resultados em tabelas para, em seguida, construir suas diferentes representações gráficas.
- Em ano de eleição, é um momento propício para a proposição pelo professor de uma pesquisa com a turma e, se possível, com toda a escola, sobre diversos temas importantes, associando Tratamento de Informação e eleição. Além disso, este é um bom momento para se discutir questões centrais, como, por exemplo, cidadania, participação coletiva e ética.

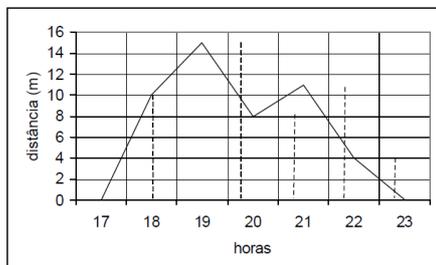
Atividades:

01 - (ENEM) A eficiência do fogão de cozinha pode ser analisada em relação ao tipo de energia que ele utiliza. O gráfico ao lado mostra a eficiência de diferentes tipos de fogão. Pode-se verificar que a eficiência dos fogões aumenta



- (A) à medida que diminui o custo dos combustíveis.
- (B) à medida que passam a empregar combustíveis renováveis.
- (C) cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a lenha por fogão a gás.**
- (D) cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a gás por fogão elétrico.
- (E) quando são utilizados combustíveis sólidos.

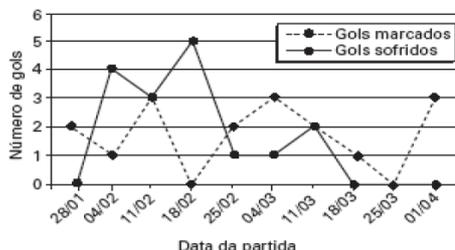
02 - (ENEM) O gráfico abaixo mostra a distância, em metros, que um pequeno roedor está de sua toca, no período de 17h até as 23h.



Os dados indicam que o animal

- (A) está mais longe da toca às 23 horas.
(B) está 8 metros longe da toca às 20 horas.
 (C) está sempre afastando-se da toca entre 18 e 20 horas.
 (D) estava na toca uma única vez entre 17 e 23 horas.
 (E) estava sempre a menos de 12 m da toca nesse, nesse período.

03 - (ENEM) No gráfico estão representados os gols marcados e os gols sofridos por uma equipe de futebol nas dez primeiras partidas de um determinado campeonato.



Considerando que, neste campeonato, as equipes ganham 3 pontos para cada vitória, 1 ponto por empate e 0 ponto em caso de derrota, a equipe em questão, ao final da décima partida, terá acumulado um número de pontos igual a **18**.

D35 - Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Relacionar informações apresentadas em tabelas à sua representação gráfica.
- Ler informações fornecidas em gráficos que envolvem regiões do plano cartesiano.
- Analisar gráficos de colunas, representando diversas variáveis, comparando seu crescimento

Sugestão para desenvolver essas habilidades

- Realizar atividades utilizando informações veiculadas em jornais e revistas apresentadas sob a forma de tabelas e/ou gráficos nas quais sejam necessárias a leitura e interpretação dos dados apresentados.
- Propor a realização de pesquisas em sala de aula com temas de interesse dos alunos compilando os resultados em tabelas para, em seguida, construir suas diferentes representações gráficas.
- Em ano de eleição, é um momento propício para a proposição pelo professor de uma pesquisa com a turma e, se possível, com toda a escola, sobre diversos temas importantes, associando Tratamento de Informação e eleição. Além disso, este é um bom momento para se discutir questões centrais, como, por exemplo, cidadania, participação coletiva e ética.

Atividades:

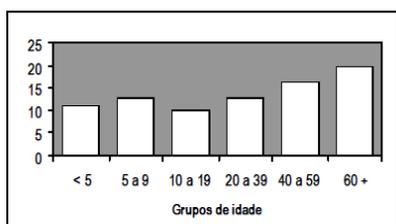
01 –(INEP) A tabela abaixo mostra a distribuição dos gastos médios, *per capita*, com saúde, segundo os grupos de idade.

Grupos de idade	Gastos (em reais)
menos de 5 anos	9
de 5 a 9 anos	6,2
de 10 a 19 anos	8,2
de 20 a 39 anos	11,1
de 40 a 59 anos	14,8
mais de 60 anos	22,9

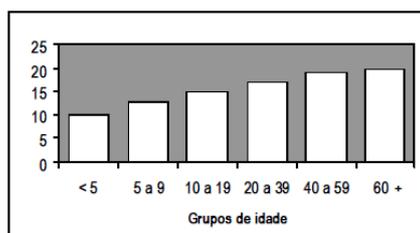
Fonte: IBGE – PPV – 1996/97.

Qual dos gráficos representa a distribuição dada pela tabela acima?

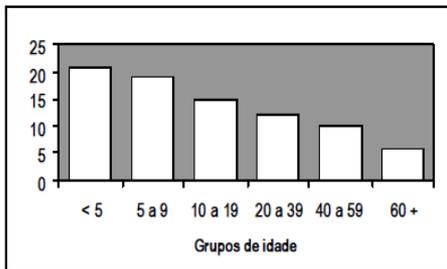
(A)



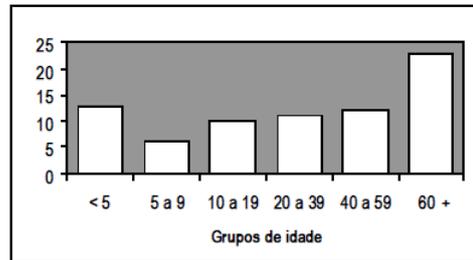
(B)



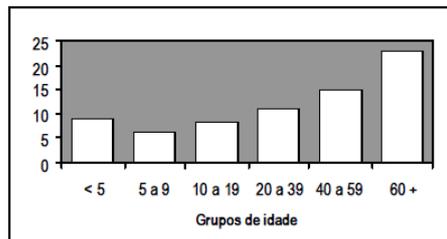
(C)



(D)



(E)

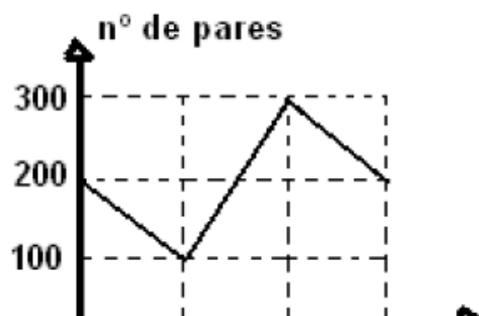


02 – (SALTO) A tabela seguinte mostra os números de pares de calçados vendidos pela loja “Buscapé”, durante os meses de Janeiro a Abril deste ano de 2011?

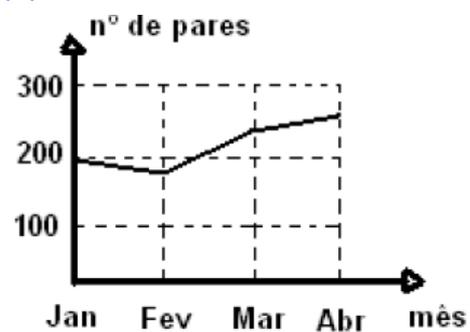
Mês	Número de pares
Janeiro	200
Fevereiro	185
Março	225
Abril	250

O gráfico que melhor representa os números de pares de sapatos vendidos na loja “Bucapé”, nos quatro primeiros meses deste ano, é

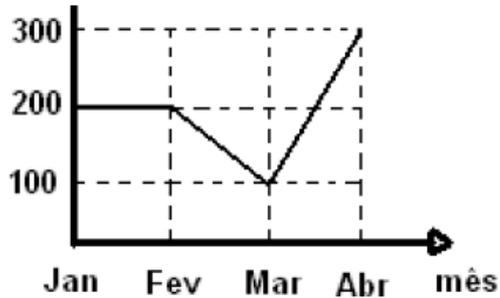
(A)



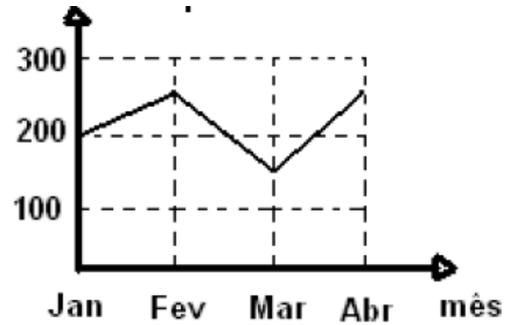
(B)



(C)



(D)

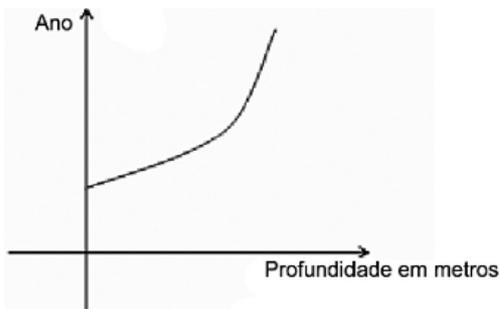


03 –(SAEB) A tabela abaixo representa as profundidades alcançadas na exploração de produção de petróleo, em águas profundas, no litoral do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

Ano	Profundidade
1977	124 m
1979	189 m
1983	293 m
1988	492 m
1992	781 m
1994	1227 m
1997	1709 m
1999	1853 m
2000	1877 m

O gráfico que melhor representa esta situação é

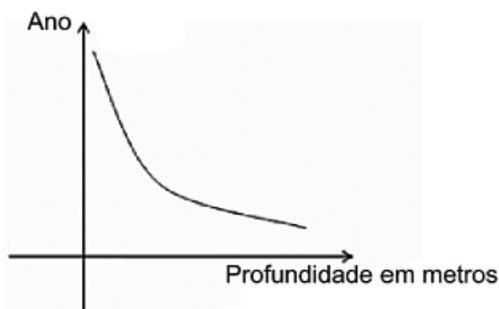
(A)



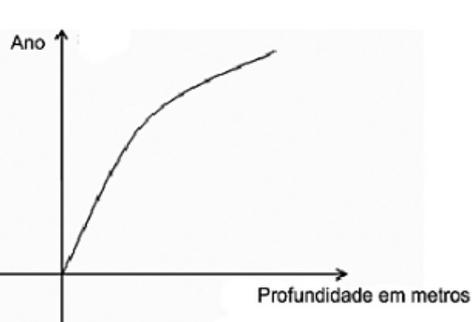
(B)



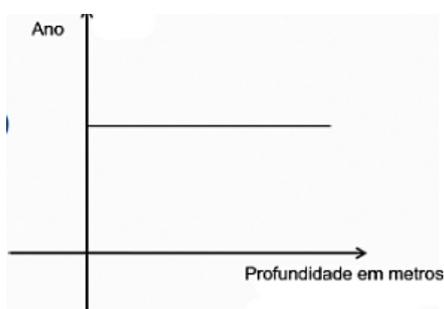
(C)



(D)



(E)



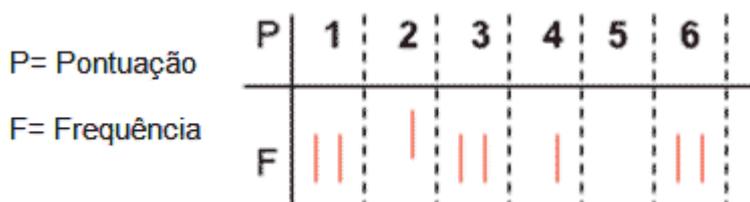
D36 - Resolver problemas utilizando conceitos estatísticos.

Por meio deste descritor, pode-se avaliar a habilidade de o aluno:

- Aplicar os conceitos de moda, média e mediana na análise da distribuição de freqüência.
- Calcular a variação e o desvio padrão em uma distribuição.

Sugestão para desenvolver essas habilidades:

- Formar grupos de quatro alunos e pedir para que usem qualquer moeda com o objetivo de jogar *cara ou coroa*. Anotar na lousa os resultados obtidos por grupo.
- Discutir a freqüência dos resultados e retomar o conceito de porcentagem como ferramenta para indicar essa freqüência.
- Substituir as moedas por dados com seis faces. Jogar várias vezes anotando a freqüência de cada face com um traço simples. Para isso, construa uma tabela com uma coluna para a freqüência e outra indicando a pontuação das faces. Quais as idéias da estatística que podem ser exploradas nessa experiência?



- Trabalhar questões: ENEM, OBMEP, SAEB, SALTO e outras.
- Discutir com a sala o significado do termo *moda* ilustrando com exemplos do cotidiano. Qual é a roupa que está na moda? Relacionar esse termo moda com o conceito de frequência. Na questão da prova do ENEM, qual é a moda da distribuição?
- Apresentar o conceito de mediana como um procedimento para achar um ponto médio central. Mostrar que esse conceito é um recurso para analisar a distribuição de um conjunto de medidas.
- Mostrar os valores calculados da média, da moda e da mediana.
- Construir com os alunos gráfico de barra para mostrar a distribuição da frequência e para visualizar a moda, no caso, a medida de maior frequência.
- Pedir para os alunos organizarem grupos e pesquisarem, na própria escola, a marca de roupa que chama mais atenção dos seus colegas. Construir uma tabela e um gráfico para ilustrar e organizar os dados obtidos na pesquisa. Apresentar os resultados para a sala de aula com o título *O que está na moda?*
- Colocar em um pote moedas de 1, 5, 10, 25 e 50 centavos com objetivo de que seja feito uma sequência de sorteios. Fazer quinze sorteios repondo sempre a moeda sorteada para que sejam mantidas as cinco possibilidades. Anotar e organizar os resultados com o objetivo de se calcular o valor médio, em centavos, obtido nessa experiência.

Atividades:

01- (ENEM) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

A) 17°C, 17°C e 13,5°C.

B) 17°C, 18°C e 13,5°C.

C) 17°C, 13,5°C e 18°C.

D) 17°C, 18°C e 21,5°C.

E) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

SOLUÇÃO:**Resolução**

Com os dados fornecidos, tem-se a seguinte tabela de frequências:

x_i	13,5	14	15,5	16	18	18,5	19,5	20	21,5
f_i	4	1	1	1	2	1	1	3	1

$$1) \bar{x} = \frac{13,5 \cdot 4 + 14 \cdot 1 + 15,5 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 18 \cdot 2 + 18,5 \cdot 1 + 19,5 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 21,5 \cdot 1}{4 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1} =$$
$$= \frac{255}{15} = 17$$

A média é 17°C.

2) A mediana (valor do oitavo termo) é 18°C.

3) A moda é 13,5°C.

02- (<http://matematiques.sites.uol.com.br/pereirafreitas/2.1.5atividadescomp.htm>) Numa grande empresa, em três setores pesquisados num determinado dia, foram constatadas faltas de funcionários, assim distribuídos:

- 4% no setor administrativo;
- 8% no setor de produção;
- 12% no setor comercial.

A média de faltas desse dia, considerando que, no setor de produção, há 200 funcionários, o setor administrativo tem 50 funcionários e o setor comercial tem 75 funcionários é

- A) 6%
B) 6,3%
C) 7%
D) 8%

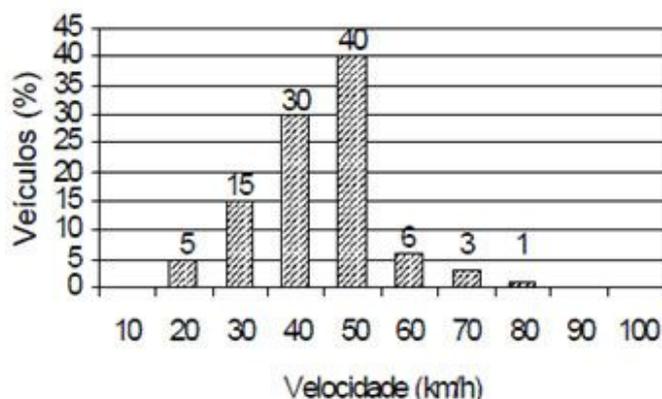
E) 8,3%

Solução:

$$X = (16 + 2 + 9) / 325 = 8,3\%$$

03- (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br>)

Imaginem uma cidade, onde um sistema de radar é programado para registrar automaticamente a velocidade de todos os veículos trafegando por uma avenida, onde passam em média 300 veículos por hora, sendo 55 km/h a máxima velocidade permitida. Um levantamento estatístico dos registros do radar permitiu a elaboração da distribuição percentual de veículos de acordo com sua velocidade aproximada, conforme apresenta o gráfico a seguir:



Pergunta-se, qual a velocidade média dos veículos que trafegam nessa avenida?

Obs. Problema adaptado Questão ENEM 1999

Solução

Nesse caso, podemos usar V_m para Velocidade Média ao invés de X . Porém, não basta somar as velocidades ou o número de veículos.

Professor, para resolver esse problema, é preciso provocar os alunos. Eles precisam perceber que quando há uma média aritmética simples todos os valores possuem um mesmo peso, situação diferente na média ponderada, que para cada valor deve-se levar em conta o valor do seu peso. Aqui no caso número de veículos x velocidade.

$$V_m = \frac{20 \cdot 5 + 30 \cdot 15 + 40 \cdot 30 + 50 \cdot 40 + 60 \cdot 6 + 70 \cdot 3 + 80 \cdot 1}{100}$$

$$V_m = 44 \text{ km/h}$$

04- (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br>)

Determine a mediana dos pesos de 7 estudantes, sendo:

58, 84, 91, 72, 68, 87, 78.

Solução

Dispondo os pesos em ordem crescente, temos:

58 68 72 78 84 87 91

Onde a mediana será o número 78.

05- (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br>)

Qual a moda na seguinte amostra 2, 2, 3, 3, 5, 8, 8, 8, 12, 14

Solução

A amostra será o número 8

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Para finalizar, recomendamos a você, professor, algumas posturas que podem ser úteis, no enfrentamento das dificuldades de aprendizagem de seus alunos, independente do tema tratado em sala de aula.

- Preste atenção aos erros cometidos pelos alunos, pois o professor que vê os alunos errarem sem buscar entender o percurso que estão trilhando não será capaz de ajudá-los.
- Estimule, quando da discussão de um problema, que o aluno apresente sua Solução e que esta seja debatida com todos os alunos, procurando avaliar sua correção ou suas incorreções e, nesse caso, identificar as impropriedades presentes. Construa, a partir dos erros observados, uma solução partilhada com o coletivo dos alunos. Sempre que possível explore as diferentes formas de se resolver um problema.
- Considere que as habilidades que os alunos têm dificuldades devem ser motivo de sua atenção de modo a sempre ter tarefas para exercitar aquelas habilidades ao longo de todo o ano e não apenas quando o conteúdo for apresentado.
- Desenvolva no aluno o hábito de realizar, a priori, estimativas e a validar as respostas encontradas nos problemas propostos. Essas simples ações capacitam o aluno a antecipar possíveis soluções, a descartar soluções implausíveis e a verificar a razoabilidade das respostas por ele encontradas.
- Adote a Solução de problemas como norteadora das práticas de ensino de matemática.

BIBLIOGRAFIA

MEC/INPE/DAEB. Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB. Brasília: INEP, 2000. Disponível em:< <http://portal.inep.gov.br/web/prova-brasil-e-saeb/downloads>>. Acesso em agosto de 2011.

NETO, ANTONIO RODRIGUES. Matemática: Algumas idéias de Estatística. Disponível em:< <http://educacao.uol.com.br/planos-aula/medio/matematica-algumas-ideias-de-estatistica.jhtm>>. Acesso em 20 de

Brasil. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 193 p.: il. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em: ago. 2011.

CAEd/UFJF. Guia para elaboração de itens: Matemática. Juiz de Fora: 2008.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado de Educação. Boletim Pedagógico de Avaliação da Educação: SAERS 2007/ Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. V.1 (jan/dez. 2007). Juiz de Fora, 2007.

<http://www.educacao.es.gov.br> - Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo – PAEBES/2008.